

CAPÍTULO 30

Teoría cinética de
fluidos granulares forzados.

MOISÉS GARCÍA CHAMORRO

Los medios granulares comprenden una vasta familia de materiales con la característica de estar compuestos por un gran número de partículas macroscópicas de muy diversos tamaños. Esta clase de materiales está muy presente en la naturaleza en ejemplos como polvo, arena, cereales, sal, e incluso los grandes anillos planetarios y material interestelar. Son también protagonistas en numerosos procesos en la industria agrícola, construcción, minería, química y farmacéutica. Algunas estimaciones apuntan a que los medios granulares son el segundo tipo de material más utilizado en la industria después del agua y que las pérdidas económicas debido al desconocimiento de la física granular ascienden a miles de millones de euros al año (Andreotti, Forterre y Pouliquen, 2013). En Geofísica la comprensión de los procesos en los que estos materiales están involucrados puede ayudar a la descripción y modelización de fenómenos de erosión de suelos, movimiento de dunas, formación de bancos de sedimentación submarina, de vital importancia para la navegación, así como eventos catastróficos como avalanchas de nieve, deslizamientos de tierra y flujos piroclásticos. Aparte de su interés práctico existen importantes razones puramente científicas para entender las leyes que rigen su comportamiento. Por ejemplo, el hecho de que los materiales granulares puedan *fluir* bajo ciertas condiciones es bien conocido, exhibiendo la mayoría de los fenómenos hidrodinámicos conocidos como flujos de Taylor-Couette, convección de Rayleigh-Bénard, etc., así como algunos desconcertantes fenómenos propios, que no se observan en los fluidos regulares, como fuentes de tipo geyser llamados *oscilones* (Umbanhowar, Melo y Swinney, 1996). Sin embargo su estudio mediante las ecuaciones hidrodinámicas ordinarias ha sido históricamente objeto de importantes dudas (Du, Li y Kadanoff, 1995; Goldhirsch 2003) aunque en trabajos posteriores se está demostrando su validez básicamente por el buen acuerdo entre teoría (basada en la hipótesis de solución normal) y simulaciones (Santos, Garzó y Dufty, 2004).

Habitualmente los materiales granulares fluidizados pueden modelarse como un *gas granular*; esto es, un gas compuesto de esferas duras inelásticas que pierden parte de su energía cinética durante colisiones binarias. Esta energía se redistribuye en grados de libertad internos (deformaciones plásticas, aumento de temperatura...) y no vuelve a ser liberada al sistema (Chapman y Cowling 1994). Dada la naturaleza disipativa de las colisiones, la energía cinética del sistema disminuye en el tiempo provocando su colapso en el límite de tiempos largos y es necesario inyectar energía al sistema de alguna forma para compensar el *enfriamiento* inelástico y mantener el gas en régimen de flujo rápido. En el laboratorio este aporte de energía se realiza a través de los contornos del recipiente que contiene las partículas, como por ejemplo agitadores de paredes vibrantes, camas de flujo de aire, etc. Debido a la dificultad matemática inherente al problema, usualmente se recurre

a simulaciones numéricas donde es posible inyectar energía homogéneamente mediante fuerzas que actúan en todos los puntos del sistema. A este tipo de fuerzas se les denomina comúnmente *termostatos*. El uso de los termostatos ha sido ampliamente utilizado en las últimas décadas proporcionando excelentes resultados a numerosos problemas. Sin embargo la acción de dichos termostatos sobre las propiedades hidrodinámicas de los gases granulares resulta ser aún un problema abierto en el que se están realizando importantes contribuciones.

El objeto de mi tesis es el estudio de las propiedades de transporte de gases granulares forzados en el contexto de las teorías cinéticas de Boltzmann (gas diluído) y de Enskog (gas moderadamente denso) debidamente adaptadas al carácter disipativo de las colisiones. El termostato aplicado está compuesto por dos fuerzas de diferente naturaleza: una fuerza de *arrastre* que modela la fricción viscosa de los granos con un fluído intersticial y una fuerza estocástica que modela la inyección de energía por contacto con un baño térmico. Las predicciones teóricas además se comparan con simulaciones por ordenador elaboradas para resolver numéricamente la ecuación inelástica de Boltzmann mediante el método de Montecarlo (DSMC) (Bird, 1994).

Tras un régimen transitorio el sistema evoluciona hacia un estado estacionario en el que la energía inyectada mediante la fuerza estocástica se ve compensada por la disipada debido a colisiones y por la fuerza de arrastre. En este estado la función de distribución de velocidades que describe al sistema admite una solución hidrodinámica en donde la dependencia con la temperatura granular presenta una dependencia adicional con los parámetros que caracterizan las fuerzas externas.

Dada la imposibilidad de obtener una solución exacta a la ecuación de Enskog se construye una aproximación mediante polinomios ortogonales de Sonine donde la dependencia con el termostato se da a través de los cumulantes de la función de distribución. Las simulaciones DSMC realizadas muestran un excelente acuerdo con las predicciones teóricas (Chamorro, Vega Reyes y Garzó, 2013). Con estos resultados como base se han calculado posteriormente los coeficientes de transporte de Navier-Stokes de la ecuación Enskog mediante el desarrollo perturbativo de Chapman-Enskog adaptado a dinámica disipativa (Garzó, Chamorro y Vega Reyes, 2013). La aproximación de orden cero de dicho desarrollo corresponde a la versión local del estado homogéneo estacionario anteriormente estudiado. Mientras que las predicciones teóricas de la viscosidad cinemática muestran un excelente acuerdo en todo el rango de densidades con recientes simulaciones realizadas por Gradenigo, Sarracino y Villamaina (2011) no ocurre lo mismo con la difusividad térmica ya que la teoría muestra cierto desacuerdo con las simulaciones a densidades altas.

Una de las limitaciones de los resultados anteriores es que se han obtenido de forma aproximada. Por ello como siguiente objetivo se han derivado de forma *exacta* las ecuaciones hidrodinámicas de Navier-Stokes del modelo inelástico de Maxwell. Este

modelo se caracteriza por poseer una frecuencia de colisión independiente de la velocidad relativa de las partículas lo que permite evaluar de forma exacta los momentos colisionales sin conocer explícitamente la función de distribución. Los resultados obtenidos han sido comparados con los obtenidos para esferas duras inelásticas, mostrándose un buen acuerdo entre ambos modelos de interacción incluso en condiciones de alta disipación colisional (Chamorro, Garzó y Vega Reyes, 2014).

Finalmente se ha estudiado la reología de una suspensión diluída gas-sólido de partículas idénticas en régimen de flujo tangencial uniforme estacionario. El punto de partida para el estudio está basado en un reciente modelo de suspensiones (Garzó, Tenneti, Subramaniam y Hrenya, 2012) donde la influencia del medio intersticial está dado a través de las fuerzas externas no conservativas como las anteriormente mencionadas. Las propiedades de transporte no-Newtonianas se han obtenido a través de tres rutas distintas pero complementarias: dos de ellas teóricas (método de Grad y modelo cinético tipo BGK adaptado a las suspensiones) y una computacional (DSMC). La principal novedad en la solución de Grad es que el correspondiente momento colisional asociado a la transferencia de cantidad de movimiento ha sido obtenido reteniendo todos los términos no lineales en el tensor de presión. Ello permite obtener una segunda función viscométrica no nula lo cual es consistente con los datos de simulación. Además los resultados para el cuarto cumulante y la función de distribución de velocidad muestran un buen acuerdo con las simulaciones llevadas a cabo (Chamorro, Vega Reyes y Garzó, 2015).

REFERENCIAS

- Andreotti, B.; Forterre, Y. y Pouliquen, O. (2013). *Granular media. Between Fluid and Solid*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bird, G. A. (1994). *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows*. Oxford: Clarendon Press.
- Chamorro, M. G.; Garzó, V. y Vega Reyes, F. (2014). Navier-Stokes transport coefficients for driven inelastic Maxwell models. *Journal of Statistical Mechanics*, P06008.
- Chamorro, M. G.; Vega Reyes, F. y Garzó, V. (2013). Homogeneous steady states in a granular fluid driven by a stochastic bath with friction. *Journal of Statistical Mechanics*, P07013.
- Chamorro, M. G.; Vega Reyes, F. y Garzó, V. (2015). Non-Newtonian hydrodynamics for a dilute granular suspension under uniform shear flow. *Physical Review E*, 92, 052205.
- Chapman, S. y Cowling, T. G. (1970). *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Du, Y.; Li, H. y Kadanoff, L. P. (1995). Breakdown of hydrodynamics in a one-dimensional system of inelastic particles. *Physical Review Letters*, 74, 1268.
- Garzó, V.; Chamorro, M. G. y Vega Reyes, F. (2013). Transport properties for driven granular fluids in situations close to homogeneous steady states. *Physical Review E*, 87, 032201/1–032201/18.

- Garzó, V.; Tenneti, S.; Subramaniam, S. y Hrenya, C. M. (2012). Enskog kinetic theory for monodisperse gas-solid flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 712, 129.
- Goldhirsch, I. (2003). Rapid Granular Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35, 267-293.
- Gradenigo, G.; Sarracino, A.; Villamaina, D. y Puglisi, A. (2011). Fluctuating hydrodynamics and correlation lengths in a driven granular fluid. *Journal of Statistical Mechanics*, P08017.
- Santos, A.; Garzó, V. y Dufty, J. W. (2004). Inherent rheology of a granular fluid in uniform shear flow. *Physical Review E*, 69, 061303.
- Umbanhowar, P. B.; Melo, F. y Swinney, H. L. (1996). Localized excitations in a vertically vibrated granular layer. *Nature*, 382, 793–796.

APUNTES BIOGRÁFICOS

Moisés García Chamorro (Madrid, 3 de diciembre de 1980) es Licenciado en Ciencias Físicas y Máster en Contaminación Ambiental por la Universidad de Extremadura. Ha trabajado como investigador en el Área Física del Aire en modelos climatológicos y desde 2011 realiza su doctorado en Física Teórica en el Departamento de Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Extremadura bajo la supervisión de los profesores Vicente Garzó Puertos y Francisco Vega Reyes.

Contacto: moises@unex.es