

ESTIMACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA Y CÁLCULO ESCRITO Y MENTAL EN ALUMNADO DE 4º Y 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

María Milagrosa Domínguez Suraña.

Manuel Aguilar Villagrán.

Universidad de Cádiz

<https://doi.org/10.17060/ijodaep.2014.n1.v7.815>

Fecha de Recepción: 2 Febrero 2014

Fecha de Admisión: 30 Marzo 2014

RESUMEN

Actualmente, la naturaleza y desarrollo de la recta numérica mental de los niños es objeto de una amplia línea de investigación. En una tarea sobre la línea numérica se pide a los niños que señalen un número presentado en una recta numérica física con extremos fijos. Por lo general, se observa que las estimaciones de los niños y jóvenes inexpertos responden más a una función logarítmica, mientras que los de más edad y niños con más experiencia reflejan mejor una función lineal. Los estudios sobre estimación en la línea numérica y predicción del rendimiento en matemáticas encuentran fuerte correlación entre las puntuaciones de precisión en la estimación y el rendimiento en test estandarizados de matemáticas (Siegler & Opfer, 2003; Siegler & Booth; 2004; Booth & Siegler, 2008; Reinert et al., 2014). Los análisis teóricos del desarrollo de las representaciones numéricas lineales sugieren que juegos de mesa con rectas numéricas lineales mejoran el conocimiento numérico de los niños pequeños (Ramani & Siegler, 2008). En nuestro contexto se han realizado estudios de estimación en la línea numérica y fluidez de cálculo (Araujo et al., 2012) en niños de primero de Educación Primaria y aquí abordamos estas relaciones con alumnos del segundo y tercer ciclo de Educación Primaria. Hemos valorado en una muestra de 165 niños y niñas de 4º y 5º de Educación Primaria la relación entre estimación en la línea numérica (22 ítems numéricos en una recta entre 0 y 1000) y cálculo escrito y mental (20 operaciones de suma, resta, multiplicación y división que pueden resolverse aplicando el algoritmo tradicional de cálculo o estrategias de cálculo mental). Los resultados muestran la aparición de una clara función lineal de la estimación en la línea numérica y una correlación negativa y significativa entre los errores de estimación y el cálculo escrito y sobre todo cálculo mental, corroborando los hallazgos de estudios similares. La discusión se centra en la importancia de la construcción de una línea numérica para representar los números, que podría tener un papel crucial para el desarrollo matemático no sólo en las edades tempranas sino también en edades más avanzadas.

Palabras clave: recta numérica, estimación, educación primaria, cálculo escrito.

ESTIMACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA Y CÁLCULO ESCRITO Y MENTAL EN ALUMNADO DE 4º Y 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Nota: esta comunicación corresponde a las investigaciones financiadas por el proyecto I+D+i del MEC, EDU2011-22747 y por el proyecto de excelencia de la Junta de Andalucía P09-HUM-4918.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, la naturaleza y desarrollo de la recta numérica en los niños es objeto de una extensa investigación. En una tarea típica sobre la línea numérica se solicita a los niños que señalen un número en una recta numérica física con extremos fijos. Por lo general, se observa que las estimaciones de los niños y jóvenes inexpertos responden más a una función logarítmica, mientras que los de más edad y niños con más experiencia reflejan mejor una función lineal (Siegeler & Opfer, 2003). El investigador francés Dehaene (2001, p. 17) considera que un componente del sentido numérico es *“la habilidad para representar y manipular mentalmente numerosidades en una línea numérica”*. Este mismo autor supone que en esta línea numérica los números se representarían en un formato analógico como en una línea numérica mental, permitiendo un procesamiento eficaz y automático de las cantidades numéricas (Newcombe, 2002; Siegler & Booth, 2005). La recta numérica mental puede describirse como una línea imaginaria en la que se pueden colocar una sucesión de números en orden ascendente/descendente. Esto es una metáfora, y no una verdadera estructura en el cerebro. Esta recta o línea numérica mental sería una imagen mental que refleja nuestro conocimiento, una herramienta que utilizamos para representar los números y sus tamaños relativos. Desde la psicología cognitiva y la neurociencia se sostiene que desarrollo del sentido numérico implica procesos cognitivos que requieren una doble codificación de la imagen y del lenguaje. La formación de la imagen, por ejemplo, es fundamental en el proceso de representación y reflexión con los números porque permite crear representaciones mentales de conceptos matemáticos (Bell & Tuley, 2003). Determinadas adquisiciones importantes en matemáticas formales dependen de la comprensión de la relación entre los números y el espacio que ocupan en la recta numérica; la sucesión de los números sobre una recta numérica es fundamental para estas relaciones (de Hevia & Spelke, 2010; Gervasoni, 2005). Por tanto, la recta numérica sería una de las representaciones más importantes en el aprendizaje numérico.

Las investigación muestra que hay tres dominios principales en los que la recta numérica es particularmente útil para conseguir un buen desarrollo matemático (Griffin, Case, & Siegler, 1994; Griffin & Case, 1996). Primero, el uso de la recta numérica permite a los niños responder a preguntas relativas al tamaño sin hacer referencias a objetos concretos. En segundo lugar, la línea numérica apoya la regla de incremento o aumento, que describe la manera en que la suma o la sustracción modifican el valor cardinal de un conjunto, y por tanto, se desplaza en sentido creciente o decreciente sobre la recta numérica. Por último, los niños que han adquirido una línea numérica mental pueden también determinar la posición relativa de un número cuando no puede ser determinada directamente (Gervasoni, 2005; Siegler & Booth, 2005).

Un aspecto de interés es el estudio de la aparición y desarrollo de la línea numérica. Está comprobado que la capacidad de utilizar la línea numérica para representar cantidades específicas aparece solamente con una instrucción formal, tras la entrada en la escuela (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003). Los resultados muestran que los niños pequeños tiene dificultad para estimar las posiciones de los números en la recta numérica (por ejemplo, colocar 74 en la recta numérica de 0-100). Los alumnos de primer curso son más exactos que los de Educación Infantil y menos exactos que los de segundo cuando estiman las posiciones sobre una recta numérica de 0 a 100; y los alumnos de segundo son menos exactos que los de cuarto cuando estiman las posiciones sobre una recta que vaya de 0 a 1000 (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003). En cada uno de estos ejemplos, las respuestas de los niños más pequeños se desplazan a la derecha de las respuestas correctas, según una función o tendencia logarítmica, y las respuestas de los niños de más edad se

conforman a una representación lineal (exacta) de la línea numérica (Siegler & Booth, 2004). Los niños de primaria se vuelven más precisos estimando números en la recta numérica cuando los adultos le proporcionan retroalimentación de sus respuestas (Opfer & Siegler, 2007). En sexto curso, la mayor parte de los niños tienen una comprensión exacta y lineal de la línea numérica mental y del hecho de que los números están espaciados de manera igual sobre su longitud (Siegler & Opfer, 2003).

Sin embargo, algunos estudios manifiestan los obstáculos y limitaciones que puede tener su uso (por ejemplo, Bobis, 2007; 2008), está bien fundamentado que enseñar e instruir al alumnado en la recta numérica mejora el aprendizaje de los procedimientos aritméticos (Griffin & Case, 1996; Siegler & Ramani, 2008). En nuestro contexto, Bruno y Cabrera (2005, 2006) han analizado cómo se usa la recta numérica en los libros de texto de las editoriales más difundidas, la mayoría de las representaciones presentadas se producen en el contexto de número y, en menor medida, para la representación de operaciones y el orden de los números.

Como decíamos, numerosos estudios sobre estimación en la línea numérica y predicción del rendimiento en matemáticas encuentran una fuerte relación entre las puntuaciones de precisión en la estimación y el rendimiento en test estandarizados de matemáticas (Booth & Siegler, 2006; Booth & Siegler, 2008; Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003). Estudios con niños pequeños para implementar el desarrollo de las representaciones numéricas lineales, sugieren que ciertos juegos de mesa con rectas numéricas lineales mejoran el conocimiento numérico de los niños con dificultades y de ambientes socioeconómicos desfavorecidos (Ramani & Siegler, 2008). Otros estudios han mostrado claramente la relación entre la estimación en la recta numérica y las habilidades aritméticas y de conteo (LeFevre, Greenham, & Waheed, 1993), mejor comprensión de conceptos matemáticos (Petitto, 1990), mejor conceptualización de las multiplicación y de las fracciones (Reinert et al., 2014) y mejores puntuaciones en tests de rendimiento matemático entre preescolar y cursos más avanzados (Booth & Siegler, 2006; Schneider & Grabner, 2009; Siegler & Booth, 2004).

En nuestro contexto no se conocen muchos estudios que exploren la capacidad de estimación y sus relaciones con habilidades de cálculo. Aquí nos planteamos como primer objetivo evaluar la capacidad del alumnado de cuarto y quinto de educación primaria para realizar estimaciones fiables de la línea numérica. Como segundo objetivo, pretendemos averiguar si existe relación entre las destrezas de estimación y la fluidez de cálculo aritmético escrito y mental (cálculo pensado sin hacer uso de papel y lápiz).

MÉTODO

Participantes

En este estudio se seleccionó una muestra de 165 estudiantes, de los que 91 pertenecen a cuarto curso de Educación Primaria (edad media=9,9 años, $dt=0,38$); y 74 alumnos pertenecientes a quinto curso de Educación Primaria (edad media=10,5 años, $dt=0,32$). La muestra estuvo compuesta por 86 niños (52,12%) y 79 niñas (47,88%) pertenecientes a dos centros pertenecientes a una ciudad de unos 100.000 habitantes. Los centros escolarizan alumnos de procedencia socioeconómica media. Los alumnos participaron de forma voluntaria en el estudio y con el consentimiento informado por parte de la familia.

Material y procedimiento

Se han usado tres pruebas. La primera de ellas, la de cálculo escrito y mental (Ineson, 2007), compuesta por 20 ítems de operaciones aritméticas (4 operaciones de suma, 6 operaciones de resta, 6 operaciones de multiplicación y 4 operaciones de división). Los ítems fueron elegidos debi-

ESTIMACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA Y CÁLCULO ESCRITO Y MENTAL EN ALUMNADO DE 4º Y 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

do a que su solución sería complicada utilizando un algoritmo escrito estándar, pero relativamente fácil si se utiliza un método o estrategia de cálculo mental, como el redondeo y el ajuste, operaciones con números cercanos a 100, multiplicaciones con múltiplos de 10, reducciones a la mitad en las divisiones, etc. La segunda prueba, la de cálculo escrito, se administró tras un intervalo de dos semanas, y estaba constituida por las mismas operaciones de la prueba anterior. En la hoja de respuesta de esta prueba se le proporcionaba espacio suficiente para la realización del cálculo con algoritmos escritos (en la tabla 1 se detallan las operaciones).

Tabla 1. Operaciones de cálculo mental y escrito (Ineson, 2007)

Operaciones			
Sumas	Restas	Multiplicaciones	Divisiones
99 + 54	100 – 25	30 x 5	100 : 2
101 + 54	133 – 36	99 x 2	102 : 2
49 + 51	90 – 25	30 x 70	500 : 2
190 + 45	1000 – 99	29 x 3	500 : 50
	10000 – 101	2001 x 4	
	1000 – 89	599 x 2	

En la última prueba, la estimación en la línea numérica (Opfer & Siegler, 2007), se le presenta a los alumnos cada ítem (22 en total) en una hoja de papel con una línea numérica de 25 cms. En el extremo izquierdo aparece el número 0 mientras que en el extremo derecho aparece el 1000. Los números a estimar son: 2, 5, 18, 34, 56, 78, 100, 122, 147, 150, 163, 179, 246, 366, 486, 606, 722, 725, 738, 754, 818 y 938, que aparecen a una distancia de 10 cms por encima de la recta numérica en el centro de la misma. Estos números han sido seleccionados para maximizar la distinción de la función logarítmica y lineal, minimizar la influencia de algún conocimiento específico (como que 500 es la mitad entre 0 y 1000) y predecir las diferencias en estimación en los dos grupos. Cada número fue presentado en una hoja de papel y el estudiante tenía que marcar el lugar en la recta numérica donde él localizaba el número.

A los participantes se les administraron las dos primeras pruebas de forma colectiva. En la prueba de cálculo mental, aparecían todos los espacios para escribir las respuestas en una misma página. Se iba leyendo en voz alta cada ítem dos veces (por ejemplo, “noventa y nueve más cincuenta y cuatro; repetimos, a noventa y nueve le sumamos cincuenta y cuatro”). De esta manera minimizábamos el error en los alumnos. Tras cada ítem se les dejaba diez segundos a los alumnos de cuarto, y siete segundos, a los de quinto como intervalo de un ítem a otro. Aquí no se les permitió utilizar algoritmos escritos en ninguna de las operaciones. La prueba de cálculo escrito se les administró pasadas dos semanas de la prueba anterior. Los ítems presentaban un espacio suficiente para que los alumnos lo usaran si querían realizar los algoritmos pertinentes. No se hizo énfasis en si tenían el deber de utilizar ese espacio o no. El orden de presentación de las operaciones fue aleatorio, tanto en la versión escrita como en la prueba mental.

La última prueba, la de estimación numérica, se administraba de forma individual. Los ítems se presentaban de manera aleatoria a cada niño evaluado, uno por página, para que no tuvieran la posi-

bilidad de ver cuál sería el ítem siguiente. Al comienzo de la prueba, y utilizando una pizarra de prueba tipo *Velleda*, se le decía: “Hoy vamos a jugar a un juego con la línea numérica. Te voy a decir que me enseñes en la línea numérica dónde van una serie de números. Tú decides dónde van situados esos números, solo quiero que traces una línea en la recta numérica como esta (hacemos una línea)”. Después de cada ítem le decimos “Esta línea numérica va desde el 0, en el principio, hasta el 1000, en el final. Si el 0 está aquí y el 1000 está aquí, ¿dónde pondrías el N?”

Las pruebas fueron aplicadas a lo largo de tres sesiones durante el mes de mayo de 2013. La administración de las pruebas de cálculo se realizó de manera colectiva y la prueba de estimación numérica fue individual. Los centros participantes dispusieron unas aulas libres de distracciones y ruidos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Presentamos en primer lugar los resultados en cálculo escrito y mental. Para la corrección de estas pruebas de cálculo se concedió un punto por operación correctamente resuelta y cero en el caso de una solución incorrecta. Además, en las hojas de respuesta se analizaba si el alumno utilizaba algoritmo escrito o realizaba la operación mentalmente.

En la tabla 2 se muestra la media y la desviación típica hallada en cálculo escrito y mental. Como se puede observar y, como era de esperar, en el cálculo escrito apenas existen diferencias. Sin embargo, en el cálculo mental los alumnos de cuarto curso presentaron una media inferior a los de quinto. Las tareas de cálculo escrito presentaron menor dificultad para ambos cursos que las realizadas con cálculo mental.

Tabla 2. Media y (Desviación típica) en cálculo mental y cálculo escrito

	4º	5º
	Media (dt)	Media (dt)
Cálculo escrito	17,34 (2,96)	17,84 (1,6)
Cálculo mental	12,26 (4,61)	14,65 (3,96)

Seguidamente presentamos los resultados obtenidos en la estimación. La prueba de estimación se ha corregido, en cada alumno participante, siguiendo un doble criterio: por un lado, el porcentaje de error en la estimación que se obtiene a través del siguiente cómputo (Siegler & Booth, 2004): (Estimación-Cantidad estimada)/Escala de estimación.

Si a un alumno se le preguntaba –por ejemplo-, por la localización del número 78 en la línea numérica de 0 a 1000, y él marcaba un punto correspondiente al número 89, el porcentaje de error sería del 1,7%, $[(89-78)/1000] \times 100$. Estos porcentajes de error se han usado para hallar las correlaciones entre estimación y cálculo escrito y mental que se presentan más adelante.

La media de los porcentajes de error fue 12,83% (dt = 6,65) en cuarto y 10,76% (dt = 5,89) en quinto. Este nivel de precisión es similar al encontrado en otros estudios (Schneider, Grabner & Paetsch, 2009); En el estudio de Siegler & Opfer (2003) los resultados en las medias de porcentajes de error la estiman sobre el 21% en segundo, 14% en cuarto, 7% en sexto y 1% en los adultos que podemos considerar equivalentes a los presentados aquí. Un análisis de varianza (ANOVA) con la media del porcentaje absoluto de error indica que la precisión en la estimación se incrementa con el curso, $F(1, 163) = 4,37, p < ,038$, siendo los participantes de 5º más precisos que los de 4º (menor porcentaje de error).

ESTIMACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA Y CÁLCULO ESCRITO Y MENTAL EN ALUMNADO DE 4º Y 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Por otro lado, se calculó la exactitud en la estimación midiendo el número exacto en el que el alumno coloca su estimación en la recta numérica del 0 al 1000. Por ejemplo, si a un alumno se le pide que estime el número 100 y su estimación recae sobre el número 114 en la recta numérica que se le ha presentado, esa es su estimación exacta.

En la tabla 3 observamos los resultados (media y desviación típica) de cada ítem exacto de estimación para los participantes de 4º y 5º. Los alumnos, ya sean de cuarto o de quinto curso, presentan cierta dificultad en la realización de la tarea de estimación. Sí es cierto que a medida que el número se va haciendo más grande, a medida que se va acercando al extremo donde aparece el 1000, los datos van siendo más exactos, o menor es el error de estimación. La dificultad está en los dígitos que se encuentran cercanos al 0, o números menores a 500.

Tabla 3. Datos descriptivos de la prueba de estimación exacta en la línea numérica 0-1000

Números solicitados	4º Educación Primaria		5º Educación Primaria	
	Media	(dt)	Media	(dt)
2	71,13	66,22	42,74	28,69
5	127,66	85,97	96,82	67,05
18	209,39	121,52	158,14	94,1
34	239,62	110,96	195,8	105,12
56	278,01	127,43	231,49	132,84
78	281,05	114,71	239,62	127,46
100	305,33	114,01	263,72	112,52
122	314,31	121,54	279,66	119,72
147	299,98	119,33	267,6	103,62
150	296,77	109,75	260,36	90,76
163	281,12	110,98	254,62	97,66
179	294,32	104,43	273,26	100,32
246	332,42	104,45	326,53	97,81
366	343,74	76,46	342,72	74,51
486	423,81	65,07	431,43	43,02
606	594,79	42,09	587,61	69,98
722	664,38	86,80	672,14	79,96
725	665,44	90,16	679,76	87,1
738	676,28	72,45	682,49	85,62
754	666,03	91,89	671,2	79,21
818	721,08	82,79	735,8	88,5
938	795,2	99,39	820,78	117,75

Como reseñan Siegler y Opfer (2003), la función de los estudiantes sobre la estimación cambia a medida que van avanzando en edad, empezando con una función logarítmica que poco a poco, a medida que van creciendo en edad o van adquiriendo conocimientos, destrezas y habilidades, se transforma en una función lineal. En este caso, los alumnos de cuarto y quinto curso presentaron una función lineal mayor que la logarítmica, lo que quiere decir que a la hora de estimar ciertas cantidades los alumnos fueron más precisos. Si estas cantidades eran mayores, es decir, cercanas a

500 o más, la estimación era más exacta. En las figuras 1 y 2 se observa la sobreestimación que los estudiantes hacen de los números más cercanos a 0. En cuarto la función lineal ($R^2 = ,95$) fue mayor que la función logarítmica ($R^2 = ,74$), $gI(20)$, $p < ,000$. Los resultados de las funciones lineales y logarítmicas de los participantes de quinto mostraron el mismo patrón (función lineal $R^2 = ,97$; logarítmica $R^2 = ,74$, $gI(20)$, $p < ,000$).

Figura 1. Función logarítmica y lineal de las tareas de estimación en 4º curso de educación primaria.

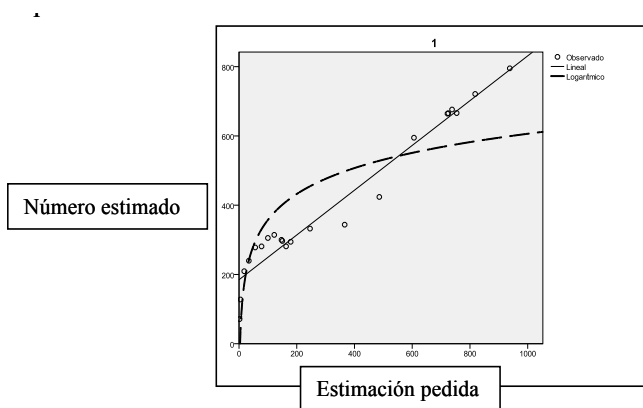
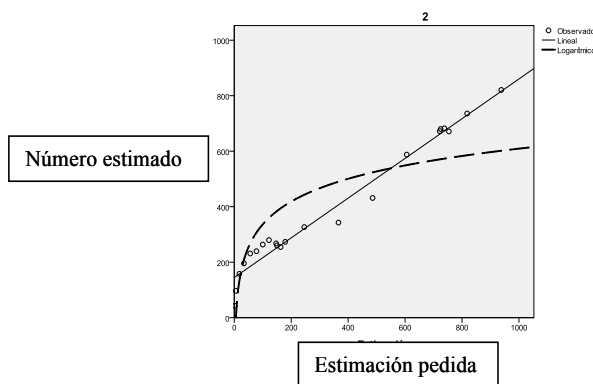


Figura 2. Función logarítmica y lineal de las tareas de estimación en 5º curso de educación primaria.



Otro de nuestros objetivos fue comprobar la relación entre las destrezas de estimación y la destreza de cálculo aritmético escrito y mental. La tabla 4 presenta las correlaciones halladas, destacando la correlación negativa y significativa entre cálculo mental y los porcentajes de error en la estimación en la recta numérica en los dos cursos evaluados. Los resultados pueden interpretarse en el sentido de que la precisión en la estimación en la recta numérica se relaciona más con el cálculo mental (sin lápiz ni papel) que con el cálculo escrito que puede resolverse siguiendo un mecanismo algorítmico y no con el desarrollo de estrategias de cálculo que son imprescindibles para realizar

ESTIMACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA Y CÁLCULO ESCRITO Y MENTAL EN ALUMNADO DE 4º Y 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

cálculos mentales. Estas correlaciones son menores que las halladas en otros estudios con niños de primero, segundo y tercero (Booth & Siegler, 2006; Geary et al., 2008) que encuentran correlaciones entre ,50 y ,60. Esta discrepancia puede deberse al uso de pruebas estandarizadas usadas en los estudios citados.

Tabla 5. Correlación entre cálculo escrito y mental y porcentaje de error en la estimación en cuarto y quinto de Educación Primaria.

	4º E. P.	5º E. P.
	Porcentaje de error	Porcentaje de error
Cálculo escrito	-,300**	-,207
Cálculo mental	-,488**	-,458**

(**) La correlación es significativa al nivel 0,01 bilateral.

En síntesis, los resultados de este estudio corroboran la relación bien establecida entre el conocimiento conceptual en la recta numérica y el logro matemático. La correlación bivariada indica que un porcentaje importante de la variación en cálculo mental puede ser explicada por nuestra medida del conocimiento en la recta numérica. Este hallazgo parece notable teniendo en cuenta que se evaluó el conocimiento sobre estrategias de cálculo mental y algoritmos escritos de cálculo, que representan sólo una pequeña parte del conocimiento conceptual involucrado en las matemáticas escolares. Nuestros resultados abren nuevas vías de estudio que permiten relacionar la posición en la recta numérica y otros conocimientos conceptuales: números decimales, fracciones y porcentajes, etc. En este sentido, diversos estudios han valorado si mejorar las representaciones en la recta numérica de estudiantes de educación primaria permite mejorar su habilidad para el aprendizaje de la aritmética. La presentación a alumnos de primer curso de números exactos con la recta numérica y representaciones de las magnitudes de los sumandos y sumas, permitió a los niños recordar la respuesta correcta con mayor frecuencia que los niños a los que se les dijo la respuesta correcta, pero no se les presentó las representaciones en la recta numérica (Booth y Siegler, 2006; Ramani & Siegler, 2008; Ramani, Siegler & Hitti, 2012). En definitiva, hay una considerable evidencia de que la recta numérica es una herramienta poderosa para los niños de educación primaria (Clarke, Downton & Roche, 2011) y su uso tiene también ventajas en la mejora de funciones cognitivas (Diezmann & Lowrie, 2006).

REFERENCIAS

- Bell, N. & Tuley, K. (2003). *Imagery: The sensory-cognitive connection for math*. [en línea, consultado el 30 abril 2009] <http://www.idonline.org/article/5647>
- Bobis, J. (2007). The empty number line: a useful tool or just another procedure? *Teaching Children Mathematics*, 13(8), 410-413.
- Bobis, J. (2008). Early spatial thinking and the development of number sense. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13, 4-9.
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 41, 189-201.
- Bruno, A. & Cabrera, N. (2005). Una mirada a la recta numérica en los libros de texto de tres editoriales españolas. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 7, 33-56.
- Bruno, A. & Cabrera, N. (2006). Types of representations of the number line text books. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

- Volume 2. Prague: Czech Republic.
- Clarke, D. M., Downton, A. & Roche, A. (2011). Learn a simple game to support your students' mathematical learning across a range of content areas. *Teaching Children Mathematics*, 17(6), 342-349.
- de Hevia, M.D., & Spelke, E.S. (2010). Number-space mapping in human infants. *Psychological Science*, 21, 653-660.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2001). Precis of "the number sense". *Mind and Language*, 16, 16-32.
- Diezmann, C. M. & Lowrie, T. (2006). Primary Students' Knowledge of and Errors on Number Lines. In *Identities, Cultures, and Learning Spaces: Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (MERGA), pp. 171-78. Adelaide, Australia: Merga.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, 33, 277-299.
- Gervasoni, A. (2005). Opening Doors to Successful Learning for Those Who Are Vulnerable." In Judy Mousley, Leicha Bragg, & Coral Campbell (Eds). *Mathematics: Celebrating Achievement: Proceedings of the 42nd Annual Conference of the Mathematics Association of Victoria* (MAV), (pp. 125-36). Brunswick, Victoria: MAV.
- Griffin, S., Case, R., & Siegler, R. S. (1994). Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. In K. McGilly (Ed.), *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice* (pp. 25-49). Cambridge, MA: MIT Press.
- Griffin, S. A. & Case, R. (1996). Evaluating the breadth and depth of training effects when central conceptual structures are taught. En R. Case & Okamoto (Eds.). *The role of central structures in the development of children's thought* (pp. 83-102). Monographs of the Society for Research in Child Development, 61, serial, 246, 1-2.
- Ineson, E. (2008). The mental mathematics of trainee teachers in the UK: Patterns and preferences. *The mathematics educator*, 11, 1/2, 127-142.
- LeFevre, J. A., Greenham, S. L., & Waheed, N. (1993). The development of procedural and conceptual knowledge in computational estimation. *Cognition and Instruction*, 11, 95-132.
- Newcombe, N. S. (2002). The nativist-empiricist controversy in the context of recent research on spatial and quantitative development. *Psychological Science*, 13, 395-401.
- Ofer, J., & Siegler, R. S. (2007). Representational change and children's numerical estimation. *Cognitive Psychology*, 55, 169- 195.
- Petitto, A. L. (1990). Development of numberline and measurement concepts. *Cognition and Instruction*, 7, 55-78.
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79, 375- 394.
- Ramani, G.B., Siegler, R.S. & Hitti, A. (2012). Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology*, 104 (3), 661-672.
- Reinert, R.M., Huber, S., Nuerk, H.-C., Moeller, K. (2014). Multiplication facts and the mental number line: evidence from unbounded number line estimation (2014) *Psychological Research*, pp. 1-9. (in press).
- Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational*

ESTIMACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA Y CÁLCULO ESCRITO Y MENTAL EN ALUMNADO DE 4º Y 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

- Psychology*, 101(2), 359-372. doi:10.1037/a0013840
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428-444.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In j. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 197-212) New York: Psychology Press.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, 11, 655-661.