MEMOIR
DE
LACADE

1726
TOM I

HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXVI

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.

A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXII.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by PIERRE MORTIER, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirés des Registres de cette Academie, commencée avec l'année* 1699, *jusques à present*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytsluyting van alle andere gedurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goet vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geeindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirés des Registres de cette Accademie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, enrichies de plus de* 200 *fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix proposés par l'Academie Royale des Sciences;* benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans son ordre.* En eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Physique & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année* 1698 *inclusivement;* wel verstaande van het laast-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote koste en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote schade van hem Suppliant; en om daar in te wezen gesecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoediglyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunstig geliefden te verleenen speciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerstkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences*, *avec les Memoires de Mathematique & de Physique tirés des Registres de cette Academie*, met alle de nog volgende deelen en stukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences*, *dont il est parlé dans l'Histoire & Memoires de cette Academie & autres*, *avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, *Enrichies de plus de 200 fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix proposés par Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences*, *publiées dans son ordre*; en Eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique*, *de Physique*, *& autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences*, *depuis son commencement jusques a l'année 1698. inclusivement*; wel verstaende van het laest-genoemde Werk maer alleen alle die stukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met speciaal verbod aen alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttreksels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve souden mogen zyn, te moogen maaken ofte doen maaken drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duysent Guldens, ofte soo veel het ons soude goed dunken tot meer afschrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alsoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22 January 1706, tegens de Overtreders gestipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menschen van haer voorneemen tot merkelyke schade van den Suppliant af te schrikken, en de bovengemel-

de

de Werken voor den Suppliant van de grootste aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake en de het voorsz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onse regte wetenschap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconsenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerst agter een volgende Jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is versogt, en hier vooren uytgedrukt staat, binnen den voorsz. Onsen Lande alleen sal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duysent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen sal, een derde part voor den Armen der plaetse daer het Casus voorvallen zal, ende het resterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve sullen werden agterhaeld. Alles in dien verstaande, dat wy den Suppliant met desen onsen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne schaade door het nadrukken van de voorsz. Werken, daer door in geenigen deelen verstaen, den innehouden van dien te authoriseeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onse protecte ende bescherminge eenig meerder credit, aansien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laste zal gehouden wesen te verantwoorden; tot dien eynde wel expresselyk begeerende dat by aldien hy desen onsen Octroye voor dezelve Werken sal willen stellen, daer van geene geabrevieerde ofte gecontraheerde mentie sal mogen maaken, nemaer gehouden wesen het zelve Octroy in 't geheel en sonder eenige omissie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden sal zyn een Exemplaer van de voorsz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onse Universiteit te Leyden, binnen den tyd van ſes weeken, na dat hy Suppliant de voorſz. Werken ſal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ſes hondert Guldens, na expiratie der voorſz. ſes weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytſe Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat verſteeken te zyn van het effect van deeſen Octroye: dat ook den Suppliant, ſchoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorſz. onſe Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige obſervatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden ſal zyn wederom een ander Exemplaar van deſelve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorſz. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als voorſz. Ende ten einde den Suppliant deſen Onſen Conſente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, laſten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van deſen doen, laaten, ende gedoogen, ruſtelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, ceſſeerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onſen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onſes Heeren ende Zaligmaakers, Duyſent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. BOETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand geſtelt by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Reſolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om ſig daar na te reguleeren.

TA-

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

GEOMETRIE.

CATOPTRIQUE.

MECHANIQUE.

TABLE
POUR LES
MEMOIRES.

Ob-

Que

HIS-

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXVI.

PHYSIQUE GENERALE.

*SUR LE PLOMB SONNANT.**

ON sait qu'afin qu'un Corps rende du son, il faut que ses parties ayent des tremoussemens vifs, fassent des vibrations prestes, & que de plus elles s'accordent les unes avec les autres dans ces tremoussemens, & dans ces vibrations, desorte que le tout ensemble prenne un certain branle reglé; car si les mouvemens se détruisoient, se troubloient, ou enfin ne s'accordoient pas, il n'y auroit point de son. La vivacité & la prestesse des mouvemens demande de la fermeté & de la roideur dans les parties; l'accord des mouvemens y demande une certaine liaison, un arran-

* V. les M. p. 345.

rangement qui les dispose en des especes de filets ou fibres assés homogenes. Selon ces principes, quand on a vû que le Plomb ne rendoit point de son, on n'en a point été surpris; la mollesse sensible de ses parties, leur peu de liaison qui le rend si aisément fusible, annonçoient qu'il ne devoit pas être sonore.

Il l'est cependant, & à tel point, & les occasions de s'en appercevoir sont si frequentes, que toute la merveille est que cette proprieté ait été si longtems inconnue. M. Lémery la découvrit par hazard dans un Culot de Plomb qui avoit été fondu, & M. de Reaumur la verifia ensuite très facilement. Il n'y a qu'à fondre dans une Cuillier de fer une petite quantité de Plomb, qui ne puisse prendre la figure que du fond de la Cuillier: ce Culot, qui est un segment spherique à peu près, ou elliptique, rendra sûrement un son assés clair, & assés agreable.

Sans doute la figure du Culot contribue beaucoup à l'effet. Si au lieu d'être plane d'un côté & convexe de l'autre, elle étoit convexe des deux côtés, le morceau de Plomb, quoique de même poids, seroit très sourd. Il faut même que les bords du Culot, plus minces que le reste, ne le soient que jusqu'à un certain point; au-delà, il les faudroit retrancher pour rendre le Culot sonore. Tout indique qu'il y a une certaine figure précise, des proportions entre les dimensions du Culot, de certaines courbures, plus propres que toutes les autres à produire le son; la figure grossiere qu'on a trouvée d'abord sans

la

la chercher n'eſt qu'un échantillon fort imparfait de ce qu'on trouveroit en cherchant, & on arriveroit par là à une connoiſſance plus exacte de la figure qu'il faut donner aux inſtrumens de métal uniquement deſtinés à rendre du ſon, comme les Cloches & les Timbres d'Horloges : car, ſelon toutes les apparences, la figure qui conviendroit le mieux au moins ſonore de tous les Metaux, conviendroit à plus forte raiſon aux autres. Mais M. de Reaumur n'entreprend pas ce travail, il avertit ſeulement qu'on le peut faire ; & c'eſt ſouvent beaucoup en ces matieres, que d'être averti qu'il y a quelque choſe à voir d'un certain côté.

Une choſe auſſi eſſentielle au Plomb pour être ſonore que la figure, c'eſt qu'il ait été ſimplement fondu, & non pas enſuite forgé, ou trop battu par le Marteau ; il perdroit abſolument le ſon : apparemment parce que les grains métalliques, auparavant arrangés aſſés regulierement par le refroidiſſement ſucceſſif & gradué du métal fondu, ne conſerveroient plus cet arrangement ; ou parce que leur reſſort, naturellement foible, auroit été encore trop affoibli par le Marteau.

SUR LA LUMIERE SEPTENTRIONALE.

LA Lumiere Septentrionale, qui avoit été fort rare, du moins pour nous, dans tout le siecle précédent, & dans tout le commencement de celui-ci, n'a point manqué de paroître tous les ans depuis 1716; & tant parce qu'elle devenoit commune sans aucun changement considérable, que parce qu'elle paroissoit s'affoiblir, l'Académie n'en a guere parlé dans ses derniers Volumes. Mais ce Phénomene, dont on n'attendoit que l'entiere cessation, s'est remontré cette année avec plus d'éclat, plus de force, plus de durée que jamais, & avec quelques circonstances toutes nouvelles : ç'a été le plus beau spectacle que le Theatre du Ciel nous eût encore donné; & s'il n'eût été preparé depuis dix ans par des scenes moins brillantes, la surprise des Physiciens, & la terreur du Peuple, auroient été au plus haut point.

* M. de Mairan & M. Godin ont donné chacun une description exacte de cette magnifique representation de la nuit du 19 Octobre au 20. Un grand Arc, ou plûtôt un grand segment de cercle obscur, au travers duquel cependant on voyoit quelquefois les Etoiles, posé sur l'Horison du côté du Nord, étoit la base, & comme le Reservoir de Lumiere, d'où naissoit une Zone concentrique lumineuse, & d'où s'élançoient des colomnes verticales, de la clarté ordinaire de

* V. les M. pag. 283. & 405.

de ce phénomene. Mais de plus elles s'élançoient de presque toute la circonférence de l'Horison, jusqu'assés près du Midi, étendue qu'elles n'ont pas coutume d'occuper; & ce qui fut encore plus singulier, elles s'élevoient jusqu'assés près du Zenith, mais aucune n'y alloit, & toutes laissoient vers le Zenith un espace circulaire vuide, où elles n'entroient point: desorte que comme elles se succedoient rapidement les unes aux autres, & par là faisoient un effet à peu près continu, il sembloit que tout le Ciel fût une Voute soûtenue ou formée par des Arcs circulaires lumineux, qui tendoient tous à un centre, mais s'arrêtoient alentour, & lui faisoient une Couronne. C'eût été là l'ouverture de la Coupole d'un Dome. Le phénomene, qui commença avant 8 heures du soir, dura plusieurs heures dans cette grande force, & quelques Observateurs ont pretendu qu'il n'étoit pas tout à fait effacé à la naissance du jour.

M. de Mairan, qui s'est extrêmement appliqué à toutes les circonstances du sujet, remarqua avec soin quelle étoit la position de la Couronne par rapport aux Etoiles fixes; car si heureusement quelque autre Observateur éloigné eût remarqué aussi cette même position, & qu'il l'eût trouvée différente, comme il y a toute apparence, cette différence de position de la Couronne pour les deux Observateurs eût été une Parallaxe, d'où l'on auroit tiré la hauteur du Phénomene au-dessus de la Terre, la distance des Lieux des deux Observations étant connue. Que s'il ne s'étoit point trouvé de Parallaxe, on auroit sû du moins que la distance des deux Lieux auroit été nulle par rapport à la hauteur du Phénomene. Mais on n'a pas eû jusqu'à present cette 2de Observation necessaire. En attendant, M. de Mairan conjecture par d'autres Observations, qui ne sont pas tout à fait suffisantes, que le Phénomene étoit élevé de plus de 50 lieues, ce qui augmenteroit de plus du double la hauteur de l'Athmosphere déterminée par le Barometre. Supposé que le Phénomene indiquât necessairement une plus grande élevation de l'Athmosphere, ce seroit un nouvel embarras dans la Physique, mais apparemment cet embarras produiroit de nouvelles connoissances.

Presentement que l'on est fourni d'un assés grand nombre d'Observations, peut-être sera-t-il permis de hazarder quelques conjectures, & une espece de petit Systême sur la figure apparente, & les principales circonstances de cette Lumiere. L'air étant certainement plus dense & plus pesant sous le Pole, il doit par son poids faire monter plus haut les matieres légeres, qui sont les exhalaisons de la Terre, sulphureuses, nitreuses, ferrugineuses, enfin toutes celles qui sont propres à s'enflammer. Elles peuvent former un assés grand amas, avant qu'il s'y excite une fermentation qui les allume. Cela posé, que l'on conçoive sous le Pole un pareil amas dans l'Athmosphere, qui, parce qu'il en prend necessairement la figure, sera une Zone spherique, dont le Pole sera le sommet. On lui concevra une étendue plus ou moins grande, selon les faits observés. Si l'amas d'exhalaisons prend feu, & si les flâmes sortent tant par la partie inférieure que par la superieure de la Zone, ne, les Habitants du Pole verront ſur leurs têtes pendant la nuit une Lumiere & des Eclairs pareils à ceux de nos Tonnerres. Mais ſi, ces Phénomenes demeurant les mêmes, le ſpectateur s'éloigne du Pole, il verra le ſommet de la Zone s'abaiſſer toûjours vers l'Horiſon, & la Zone ſpherique, qu'il voyoit entiere, ne lui paroîtra plus que comme un Arc, ou plûtôt comme une Zone circulaire, qui aura un point du milieu plus élevé, & ſes deux extremités appuyées ſur l'Horiſon. L'aire apparente de cette Zone circulaire ſera d'un certain degré d'obſcurité, à cauſe de la quantité d'exhalaiſons. En même tems le ſpectateur verra les flâmes qui s'éleveront de la partie ſuperieure ou convexe de la Zone ſpherique, au lieu qu'il ne les auroit pas vûes ſous le Pole, & il n'en verra pas moins celles qui s'élanceront de la partie inférieure ou concave, s'il y en a qui ſortent par là.

Plus eſt grande la Zone ſpherique, dont le ſommet eſt ſuppoſé au Pole, plus elle embraſſe une grande partie de l'Horiſon du ſpectateur, placé hors de deſſous le Pole. Et il ne faut pas entendre ici l'Horiſon *intelligible*, qui eſt un grand Cercle, il s'agit de l'Horiſon *ſenſible*, petit Cercle parallele à l'autre, & plus élevé de 1500 lieues, qui ſont une grandeur très conſidérable par rapport à la hauteur de l'Athmoſphere, ce qui fait que la Zone circulaire apparente peut quelquefois être aſſés grande pour embraſſer une grande partie de l'Horiſon. Sa grandeur réelle étant poſée, le plus ou le moins qu'elle paroît embraſſer de l'Horiſon ſenſible dépend de l'éloignement où le ſpectateur ſera du Pole: il eſt fort poſſible qu'*il la* voye terminée à deux points de l'Horiſon, où réellement elle ne l'eſt pas, & alors il voit des colonnes lumineuſes qui partent de différens points de l'Horizon, ſans paroître partir de la Zone obſcure.

Il n'eſt nullement neceſſaire que le ſommet de la Zone ſoit au Pole, il doit être très rare au contraire qu'il y ſoit, un amas fortuit d'exhalaiſons ne ſouffre pas tant de regularité; mais il faut du moins concevoir qu'il s'eſt formé dans une Region de l'Athmoſphere fort Septentrionale, puiſque ſelon toutes les Obſervations le fort de la Lumiere, & la plus grande hauteur de la baſe obſcure d'où elle ſort le plus ſouvent, ſont toûjours vers le Septentrion, & que la Phyſique en peut donner des raiſons très vraiſemblables. La premiere connoiſſance qu'on a eûe de cette Lumiere, ç'a été qu'elle paroiſſoit dans les Païs Septentrionaux, tels que l'Iſlande, la Norvege.

Quoi-que ſon origine, quoi-que le reſervoir d'où elle ſort, ſoit en ces Païs-là, il eſt poſſible qu'elle n'y paroiſſe point, tandis qu'elle ſeroit vûe de nos Climats. On la voit ici en Avril, en Août, & il eſt certain que ſous le Pole on ne la verroit point à cauſe de la preſence continuelle du Soleil. Les longs Crepuſcules du Pole peuvent auſſi l'effacer, lorſqu'ils ſont d'une certaine force. Cela ſuffira pour faire juger du reſte.

Comme on ne la voit guere ici en Mai, Juin, Juillet, il y a apparence que le Soleil, qui eſt alors preſque continuellement ſur l'Horiſon des Païs Septentrionaux, y attenue trop les exhalai-

ſons

ſons, & tient leurs particules trop écartées les unes des autres. Il faut qu'une moindre agitation leur permette de ſe rapprocher, de s'unir, de ſe mêler plus intimement; c'eſt dans cet état qu'elles fermentent & s'enflâment.

Selon ces idées, tout paroît dépendre de ce qui ſe paſſe dans l'Athmoſphere du Septentrion, & nullement de la conſtitution de la nôtre. Cependant le Phénomene ſemble avoir quelque rapport à cette conſtitution de notre Athmoſphere, puiſque les 10 années conſécutives dans leſquelles il a paru ont toutes été aſſés ſéches, & que même il n'a guere paru qu'après des tems ſecs. Mais il ſe peut bien que l'incendie ayant commencé dans l'Athmoſphere Septentrionale, il ſe communique à la nôtre, quand elle eſt dans les diſpoſitions néceſſaires, ſans quoi le Phénomene originaire auroit peut-être été trop foible pour être apperçû. Il eſt même poſſible que nous ne voyions rien du Phénomene originaire, mais ſeulement quelques feux qu'il aura allumés dans les exhalaiſons de notre Climat. L'année 1716 peut devenir une Epoque d'où nous compterons une augmentation conſidérable de connoiſſances ſur le ſujet des Meteores.

*SUR UNE PROPRIETÉ SINGULIERE DU FER.**

JUSQU'ICI on a crû communément, que le Fer ne pouvoit prendre que grossierement la forme d'un Moule, où il étoit jetté en fonte, & qu'il n'en sortiroit jamais avec la netteté & la vivacité des Ouvrages faits des autres Metaux fondus, d'Argent ou de Cuivre, par exemple. En effet il ne se met jamais, ou presque jamais en fusion aussi-bien que ces autres Metaux, & il ne paroît pas douteux qu'une plus grande liquidité ne soit necessaire pour s'insinuer plus exactement jusque dans les plus petits recoins d'un Moule. Cependant M. de Reaumur a vû le contraire par des experiences réiterées, auxquelles il a longtems résisté en faveur du préjugé établi, & se défiant, comme il l'avoue, de ses dispositions trop avantageuses pour le Fer, qu'il a tant manié. Il a vérifié que le Fer se moule plus parfaitement même que les autres Métaux.

La raison en sera bien évidente, s'il est averé que le Fer se dilate en se refroidissant, & que les autres Métaux ne le fassent pas; car alors on concevra aisément & necessairement que le Fer qui se refroidira dans le Moule & en même tems s'y étendra, en ira chercher les moindres traits pour s'y appliquer avec toute la force de

* V. les M. p. 385.

de ſon extenſion, & par conſéquent en recevra très vivement l'empreinte: au lieu que l'effet contraire arrivera dans les Métaux qui ſe reſſerreront.

Mais qu'un Corps ſe dilate en ſe refroidiſſant, c'eſt une choſe preſque paradoxe, du moins ſinguliere, & dont on n'a qu'un ſeul exemple, celui de l'Eau, qui conſtamment a plus de volume étant glacée. On ne peut donc pas ſuppoſer hardiment cette proprieté dans le Fer, il en faut des preuves; il faut voir ſi ce qui arrive à l'Eau qui ſe glace, & qui marque ſa dilatation, arrive auſſi au Fer, lorſqu'il paſſe de l'état où il eſt en fonte, à ſon état ordinaire de dureté & de ſolidité.

Si l'Eau ſe gele dans un vaſe étroit, ſa ſurface s'éleve ſenſiblement, & de plus devient convexe. La raiſon de la convexité, car celle de l'élevation ſaute aux yeux, eſt que les parties de l'eau, qui touchent les parois du vaſe, ſont les premieres refroidies ou arrêtées par cet attouchement, elles s'attachent à ces parois par leur viſcoſité naturelle, tandis que les autres ont encore leur mouvement de liquidité; & comme celles-ci ne commencent à le perdre qu'après que les premieres l'ont perdu tout à fait, & qu'en le perdant elles ſe dilatent, elles ont plus de facilité à élever le milieu de la ſurface de l'Eau que ſes bords, & n'élevent que ce milieu. Il eſt viſible que ſi l'Eau ſe reſſerroit en ſe glaçant, ſa ſurface dans ces mêmes vaſes ſeroit concave par la raiſon contraire, le milieu de l'Eau ſe retireroit en bas, tandis que ſes bords demeureroient attachés & collés plus haut.

Tout le monde ſait qu'un Glacon nage ſur l'Eau liquide, ou que ſi ſur un Glaçon mis au fond d'un vaiſſeau on verſe de l'Eau liquide, il remonte auſſi-tôt: preuves inconteſtables que le Glaçon a moins de peſanteur ſpecifique, & par conſéquent moins de matiere propre ſous un même volume, ou en un mot, plus d'extenſion, & que c'eſt de l'Eau dilatée.

On jugera aiſément que M. de Reaumur a tranſporté au Fer toutes ces experiences connues ſur l'Eau. Elles lui ont toûjours prouvé que le Fer étoit de même condition que l'Eau à l'égard de la congelation; & de plus, quand il les a appliquées aux autres Métaux, elles lui ont prouvé que le Fer étoit le ſeul ainſi conditionné.

Nous ne parlons que des Métaux parfaits. M. de Reaumur, qui trouvoit dans le Fer une proprieté que l'on croyoit n'appartenir qu'à l'Eau, quoi-qu'il ne ſoit guere vrai-ſemblable qu'il y ait des proprietés ſi uniques, ne manqua pas de conjecturer que celle-là pourroit bien s'étendre plus loin; & comme le Fer en l'état de fonte a peu de qualités métalliques & ſe rapproche des Mineraux, & que d'ailleurs quelques Mineraux ont aſſés de qualités métalliques, il conçut que le Fer dont il s'agit étant dans une eſpece de paſſage du Métal au Mineral, la proprieté cherchée pourroit reparoître en quelque Corps placé à peu près dans ce paſſage. Il fit ſes experiences ſur le Zinc, l'Etain de glace, ou Biſmuth, & l'Antimoine; & elles lui apprirent que l'Etain de glace, & l'Antimoine, devoient être rangés avec le Fer & l'Eau.

Nous

Nous n'entrons point dans le détail, quoique curieux & instructif, des experiences de M. de Reaumur. Elles donnent plus ou moins sûrement les conclusions qu'on en attend, selon qu'on a pris une route ou une autre, par rapport cependant au même but; elles peuvent quelquefois faire illusion, à moins qu'on n'y apporte des yeux bien attentifs, & bien éclairés par d'autres connoissances, &c. Mais il ne faut pas oublier une remarque qu'il a faite. Quelques faits indiquoient que le Fer a dû s'étendre dans le Moule où il s'est figé; par exemple, on voyoit que les Ouvrages de Fer fondu étoient ou égaux aux Modeles sur lesquels ils avoient été faits, ou même plus grands, & ceux des autres Métaux au contraire plus petits. Le Fer avoit donc plus exactement pressé son moule, ou l'avoit fait un peu ceder. Mais on s'appercevoit peu de cette différence de grandeur des Ouvrages de différens Métaux par rapport à leurs Modeles, parce qu'on ne songeoit point à ce qu'elle pouvoit prouver; & maintenant qu'on sait que le Fer s'est étendu, elle sera plus curieusement observée, parce qu'elle prouve cette extension. Les observations font naître les connoissances, & souvent aussi les connoissances font naître les Observations.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

M. De Gentien, Capitaine de Vaiſſeau du Roi, avoit fait doubler de Plomb le Coffre de Stribord du Vaiſſeau qu'il montoit, pour éprouver ſi la Poudre & les Gargouſſes de Parchemin s'y conſerveroient mieux que dans les Coffres doublés de Planches, dont l'humidité pourrit preſque toûjours une partie des Gargouſſes, & affoiblit la Poudre. Un jour le Vaiſſeau ayant été extrêmement agité par une groſſe Mer, & les Eaux qui croupiſſent dans les Façons de derriere ayant exhalé une très mauvaiſe odeur, cette exhalaiſon, qui paſſa par le Coffre doublé de Plomb, porta avec elle une couleur de plomb, qui couvrit une grande partie de la Ste. Barbe, & de la Barre du Gouvernail, le ſecond Pont, & les Volets de la Chambre du Capitaine. Trois mois après, le Vaiſſeau étant arrivé à Breſt, cette couleur ſe trouva encore empreinte en pluſieurs endroits. Du reſte, l'experience apprit à M. de Gentien qu'il étoit à propos de doubler les Coffres de Plomb. Dans celui qui l'étoit, il n'y eut de Gargouſſes gâtées que le tiers de ce qu'il y en en avoit dans les Coffres doublés de Planches. C'eſt de M. du Fay que l'on tient cette Relation.

I I.

M. Bouguer, Profeſſeur en Hydrographie au Croiſic, habile Mathematicien, dont nous avons déja parlé en 1721 *, ayant lû les Memoires donnés par M. de Mairan en 1719 & 1721 ſur le chaud & le froid de l'Eté & de l'Hyver, chercha les moyens de découvrir par experience le rapport des différens degrés de lumiere du Soleil à différentes élevations, ce qui entroit naturellement dans la Theorie de M. de Mairan, & donnoit la ſolution d'un Problême qu'il avoit indiqué. Pour cela M. Bouguer avoit beſoin de comparer la lumiere du Soleil à quelque autre Lumiere dont on pût diſpoſer, c'eſt-à-dire, dont on pût faire varier la force ſelon des diſtances connues. Mais la Lumiere du Soleil eſt trop vive pour être aiſément comparée à quelque autre lumiere dont nous diſpoſions, & M. Bouguer conçut avec raiſon qu'il ſuffiroit de ſe ſervir de celle de la Lune, qui dans ſes différentes élevations doit varier ſelon le même rapport. Il eut encore l'attention de prendre la Lune dans deux élevations qui fuſſent les mêmes que les deux élevations Meridiennes du Soleil au ſolſtice d'Hyver, & à celui d'Eté, & cela dans deux nuits conſécutives, afin que la Phaſe de la Lu-

* p. 64.

Lune n'étant que très peu différente, elle ne fût pas sensiblement plus lumineuse à une observation qu'à l'autre.

Le 23 Nov. 1725. vers les 10 heures $\frac{1}{2}$ du soir, il reçut perpendiculairement sur un papier la lumiere de la Lune élevée de 19° 16′, & en même tems il fit tomber perpendiculairement aussi sur un autre papier la lumiere de 4 Chandelles, qu'on éloignoit ou qu'on approchoit du papier, jusqu'à ce qu'on jugeât leur lumiere égale à celle de la Lune. Pour arriver à cette égalité il fallut mettre les Chandelles à 50 pieds de leur papier. Le lendemain il repeta la même operation la Lune étant élevée de 66° 11′, & il ne fallut mettre les Chandelles qu'à 41 pieds. Or on sait que la force d'une même Lumiere diminue selon les quarrés des distances où elle est reçue, c'est-à-dire, que reçue 2 fois, 3 fois plus loin, &c. elle est 4 fois, 9 fois, &c. plus foible. Donc la lumiere de la Lune ayant été dans les deux observations égale à celle des Chandelles, la Lune élevée de 66° ou de 19° étoit dans les mêmes cas à l'égard de la force de sa lumiere, que si son éloignement avoit été successivement 41 & 50. Donc la lumiere de la Lune élevée de 66° ayant été représentée par le quarré de 50 ou 2500, celle de la Lune élevée de 19° le seroit par le quarré de 41 ou 1631, ce qui est environ le rapport de 3 à 2. Ces deux élevations de la Lune étant celles du Soleil dans les deux solstices pour notre Climat, on sait donc que la lumiere, ou, ce qui en est une suite, la chaleur du solstice d'Eté est à celle du solstice d'Hyver, environ

viron comme 3 à 2, à n'y considérer rien de plus.

M. Bouguer a trouvé par la même Méthode, qu'au moment que la Lune se couche, & que son bord inférieur touche l'Horizon, sa lumiere est environ 400 fois plus foible, que quand elle est élevée de 66°. Ce sera la même chose pour le Soleil.

Il a découvert aussi le rapport de la Lumiere du Soleil à celle de la Lune. Le Soleil étant élevé de 31°, il en a reçû la Lumiere dans une Chambre obscure par un trou de 1 ligne de diametre, auquel étoit appliqué un Verre concave, qui en vertu de sa figure écartoit les Rayons & les rendoit divergens. Ces Rayons reçûs sur un papier à 6 pieds de distance, où leur divergence étoit de 9 pouces, étoient, ainsi qu'il est aisé de le calculer, 11664 fois plus dispersés, & par conséquent plus foibles, que lorsqu'ils passoient par le trou de 1 ligne. Pris dans cet état, leur lumiere étoit égale à celle d'une Bougie placée à 16 pouces de distance d'un papier qu'elle éclairoit. Voilà à quoi il faut comparer la lumiere de la Lune dans les mêmes circonstances. M. Bouguer fit donc passer par le même trou, & par le même Verre, la lumiere de la Lune en son plein, élevée de 31°. Mais cette lumiere étant reçûe si proche du Verre que la divergence des Rayons n'étoit que de 8 lignes, & que par conséquent la lumiere n'étoit affoiblie que 64 fois, elle l'étoit déja tant, que pour l'égaler en foiblesse, il falloit mettre la Bougie à 50 pieds de son papier. De-là M. Bouguer a conclu par calcul, que si on avoit affoibli cette lumiere autant que l'avoit été celle du Soleil, c'est-à-dire 11664 fois, il faudroit pour lui égaler ensuite la lumiere de la Bougie, mettre la Bougie à 675 pieds du papier. Or la Bougie qui égaloit la lumiere du Soleil 11664 fois affoiblie étoit à 16 pouces ou à 1 pied $\frac{1}{3}$ de distance. Donc les quarrés des nombres 675 & 1 $\frac{1}{3}$ representeront la lumiere du Soleil & celle de la Lune. Par plusieurs autres experiences, toûjours faites en pleine Lune, M. Bouguer a trouvé en prenant un nombre moyen, que la lumiere du Soleil a 300000 fois plus de force que celle de la Lune. Il est aisé de voir combien tout le Physique, qui entrera dans cette matiere, y portera de varietés; mais c'est beaucoup que d'en avoir le Géometrique, que l'on n'eût peut-être pas esperé qui se fût laissé découvrir d'une maniere si simple, & si sensible

III.

M. Coulon l'aîné, Citoyen de Besançon, a écrit à M. l'Abbé Bignon le fait suivant. Un Fermier qu'il a, s'apperçut qu'il venoit une tumeur à l'Epaule gauche d'une jeune Vache de 3 ans. Quand il jugea la tumeur assés mûre, il la perça, & en tira du pus, mais il fut bien étonné quelques jours, après de voir sortir le bout de la lame d'un petit Couteau, qui naturellement avançoit toûjours de plus. On voulut l'arracher, mais quand elle étoit entierement dehors, on sentoit

toit qu'elle étoit arrêtée par quelque chose, comme par un manche, & c'en étoit effectivement un, ainsi qu'on l'a vû depuis. On cessa de faire des efforts sur cela, & la Vache en cet état portant cette lame tantôt plus, tantôt moins sortie, ne laissa pas de faire deux Veaux. Quelque tems après le second, le Couteau ayant entierement disparu, on ne sut s'il étoit tombé, où rentré tout à fait dans le corps de la bête qui se seroit couchée dessus, ou auroit été heurtée en cet endroit. Mais l'incertitude ne dura pas long-tems, on vit la Vache maigrir peu à peu, & enfin elle mourut. On a gardé le Couteau par curiosité, mais il n'est point dit en quel endroit du corps il a été trouve après la mort. On sait seulement que la lame sortoit entre deux côtes de la bête vivante. Tout ce qu'on a pu conjecturer aussi sur l'origine de l'accident, c'est qu'un petit Berger qui portoit toûjours du sel dans sa poche, y aura mis ce couteau dont le manche se sera chargé de Sel, qu'il l'aura laissé tomber dans l'Etable, & que la Vache friande de Sel l'aura avalé.

IV.

Nous avons donné en 1725 * quelques Observations de M. Deslandes sur la constitution particuliere de cette année-là, tant en Bretagne qu'en quelques endroits de l'Amerique. L'Académie en a reçû depuis du même M. Deslandes une Relation plus ample. Les

* p. 1. & 2.

Les Vents de Sud, & de Sud-Ouest ont regné pendant presque toute l'année 1725 sur les Côtes de Poitou, de Bretagne, & d'une partie de la Normandie, ce qui a beaucoup dérangé le *Cabotage*, c'est-à-dire, la petite Navigation qui se fait d'un lieu ou Cap à un autre peu éloigné. On a souvent manqué du Vent, qui auroit été necessaire pour sortir d'un Port.

Ces Vents, qui ont dominé, ont amené des Pluyes continuelles, parce qu'ils n'arrivoient sur les terres qu'après avoir parcouru une grande étendue de Mer. Les Pluyes, si necessaires dans toute la basse Bretagne, y ont été trop abondantes. C'a été un Déluge, qui inondoit tout. Les Antilles ont souffert de terribles coups de Vent. On y a vû des Montagnes s'écrouler, en poussant une fumée épaisse, & des flâmes. Plusieurs Habitations ont été submergées à la Martinique, à St. Domingue, à la Jamaïque, à la Barbade, &c. & presque toutes les Cannes de Sucre noyées.

L'Amerique plus Septentrionale a encore plus souffert. Le Ciel y a toûjours été *embrumé*, & à peine dans toute l'année a-t-on vû le Soleil 10 ou 12 fois. Les Vaisseaux François & Anglois, qui ont navigé dans cette partie de l'Amerique, n'ont pu que rarement prendre hauteur, & reconnoître les Terres qu'ils vouloient approcher. D'ailleurs les Courans ont été plus forts que jamais, & plus irreguliers. Ils ont, selon toutes les apparences, causé la perte de la Flûte du Roi, *le Chameau*.

On

On a vû des Glaces pendant la plus grande partie de l'année jusque par les 58 degrés de latitude Nord. Nous avions déja dit qu'on en avoit vû par les 45 le 15 Juin, & que les Sauvages de la Côte tirent un fort mauvais augure de ces Glaces, qui paroissent si tard. Ils sont si persuadés que l'année sera mauvaise, qu'ils se renferment dans leurs Cabanes, sans se mettre en peine de Chasse, ni de Pêche. Il semble qu'ils saisissent avec plaisir ce pretexte de se livrer à leur paresse naturelle, resolus à souffrir courageusement la faim.

M. Deslandes a fait une observation singuliere sur le Barometre. Il en avoit deux à Brest, dont le Mercure lui a toûjours paru sensiblement fixe à 26 pouces 4 lignes, depuis 2. Fev. jusqu'au 1er Septembre qu'il monta tout d'un coup à 28 pouces 2 lignes, & varia ensuite à l'ordinaire. Voilà une immobilité de sept mois entiers, un étonnant repos dans l'Athmosphere de basse Bretagne.

Le mois d'Août, le plus favorable de tous pour la navigation, & celui où les Grecs disoient, selon la traduction de M. Deslandes, que Neptune *prend ses vacances*, a été le plus mauvais à la Mer, & celui où il est arrivé le plus de naufrages. Pendant tout ce mois les Vents ont été *fous*, c'est-à-dire qu'en moins de 24 heures ils faisoient le tour du Compas. Ils retomboient toûjours au Sud.

A Brest, & dans plusieurs Ports de Bretagne & de Normandie, on a souvent remarqué qu'environ à une lieue de la Côte l'eau de la Mer étoit douce, bonne à boire & d'une cou-

couleur différente du reste; effet des continuelles & abondantes Pluyes. La même cause produisit apparemment la douceur des eaux du Port de Siracuse l'année de la mort de Denis le Tiran; mais Pline n'en eût peut-être pas parlé, si cela n'eût paru avoir quelque rapport mysterieux & agreable avec l'évenement qui s'y joignit.

La Pêche a été très mauvaise. On peut croire que la grande agitation de la Mer presque continuelle a empêché le Poisson de frayer, ou qu'elle a du moins empêché les œufs de se coller à des corps solides, où il falloit qu'ils s'attachassent pour éclorre. Il est certain que dans les lieux où la Mer est fort battue, comme dans le Pas de Calais, on ne voit point de Poissons, quoi-que les Côtes en regorgent. Nous ne repeterons point ce que nous avons déja dit sur les nouveaux Poissons qui parurent à Brest.

V.

Nous avons parlé en 1712 * d'une Grotte à 5 lieues de Besançon, qui est une espece de Glaciere perpetuelle. Sa singularité étoit, qu'il y fait réellement plus froid en Eté qu'en Hyver; on voit bien que ce *réellement* est ajoûté pour les Physiciens, car tous ceux qui ne jugeroient de ce fait que par leur sentiment naturel, n'en seroient aucunement surpris. Cette singularité fondée sur les observations de M. Billerez, habile Professeur dans

* p. 27. & suiv.

dans l'Université de Besançon, devient maintenant douteuse par celles que M. des Boz Ingenieur du Roi, & Correspondant de M. Maraldi, a envoyées à l'Académie.

Il a fait quatre voyages à la Grotte, le 15 Mai & le 8 Nov. 1725, le 8 Mars & le 20 Août 1726, c'est-à-dire, dans les quatre saisons de l'année, & il a toûjours trouvé par le Thermometre l'air beaucoup plus froid dans la Grotte qu'au dehors, mais plus chaud dans les tems plus chauds. Enfin elle suit la regle ordinaire des Caves, & de tous les lieux où l'air n'a pas une liberté entiere de se ressentir de la variation generale de la chaleur.

La cause du grand froid, quoi-que moindre en Eté, qui s'entretient toûjours dans la Grotte, est fort naturelle. Son ouverture, ainsi que M. des Boz l'a trouvé par la Boussole, est directement exposée au Nord-Nord-Est, & répond sur cette ligne à une gorge de Montagnes, qui ne laisse passer qu'un Vent très froid par lui-même, & dont elle augmente encore la froideur en retrecissant son passage. Un Rocher en saillie couvre encore une partie de l'ouverture de la Grotte, & la défend de l'air exterieur; à la reserve d'un petit Pré qui est au-dessus de ce Rocher, tout le reste de la Montagne est couvert de grands Hêtres, dont le pied est environné d'Arbrisseaux ou de Broussailles, & par conséquent les rayons du Soleil ne peuvent guere penetrer jusqu'à terre, & encore moins jusqu'au Rocher qui est au-dessous, & qui fait la voute de la Grotte. Des personnes dignes de foi ont assûré M. des

Boz,

Boz, que depuis qu'on avoit coupé quelques-uns de ces grands Arbres du dessus de la Grotte, elle ne fournissoit plus autant de Glace qu'auparavant.

Pour éprouver s'il y avoit quelques Sels, qui fussent la cause de la congelation, il a fait fondre & évaporer entierement une grande quantité de glace de la Grotte, & il est resté au fond du vaisseau de petits graviers, qui n'avoient d'autre goût que celui des Pierres d'Ecrevisse mises en poudre.

Au reste, il n'y a dans la Grotte aucunes sources, comme quelques-uns l'ont avancé. La glace ne vient que des Pluyes, & des Neiges fondues, qui se filtrant peu à peu au travers du terrein, & des fentes du Rocher, jusque dans la Grotte, s'y congelent tant à la voute qu'aux parois, & cela, presque sûrement en toute saison de quelque année que ce soit.

CEtte année l'Académie reçut du R. P. Dominique Parennin, Missionnaire de la Compagnie de Jesus à la Chine, un present considérable, très conforme à son goût; accompagné de deux Lettres, l'une du mois d'Août, l'autre du mois d'Octobre 1723. Elle ne peut mieux marquer sa reconnoissance qu'en exposant au Public la valeur de ce present, quoiqu'elle ne le puisse faire que d'une maniere assés succinte.

Cam-hi Empereur de la Chine, mort en 1722, qui à une grande connoissance des Sciences

ces Chinoises joignoit une grande curiosité des Européennes, dont il sentoit bien les avantages, & une extrême facilité de s'en instruire, ordonna au P. Parennin de lui faire un Traité general d'Anatomie dans la langue des Tartares *Mantcheu*, ou Orientaux, qui ont conquis la Chine il y a plus de 80 ans. Entre tous les Livres d'Anatomie que le P. Parennin avoit portés avec lui, il jugea que le plus clair & le plus intelligible étoit celui de M. Dionis, & il entreprit de le mettre en Tartare, ayant d'ailleurs tous les secours possibles, qu'il n'avoit pas eu seulement la peine de demander à l'Empereur.

Il fait dans une de ses Lettres des remarques très curieuses sur cette langue Tartare, sur son extrême différence d'avec les nôtres; &, ce qu'on ne soupçonneroit peut-être pas ici, sur sa richesse, sur son élegance, sur sa netteté, & sur le soin scrupuleux que les Tartares, maîtres de la Chine, prennent pour la rendre invariable & éternelle, & sur-tout pour l'empêcher de se mêler avec la Chinoise. C'est encore un détail très agreable que celui de l'exactitude presque superstitieuse, avec laquelle furent écrits ces Livres destinés pour l'Empereur seul: non seulement le moindre renvoi, la moindre faute d'écriture, n'étoient pas permis; mais pour un trait d'un caractére trop ou trop peu marqué, on recommençoit la feuille. Il n'y en a aucune qui n'ait été écrite 15 ou 20 fois, & le tout contenoit 8 volumes assés gros, dont le P. Parennin a eû la bonté de donner une Copie à l'Académie,

mie, un peu moins belle ſeulement que l'original de l'Empereur.

Il eſt à remarquer qu'au rapport du P. Parennin, les Medecins Chinois connoiſſoient la circulation du Sang, ou plutôt la ſuppoſoient dans leur Theorie ſans la connoître, car ils n'avoient nulle idée de la maniere dont elle s'execute. Apparemment elle leur étoit connue de la maniere confuſe & inintelligible don elle l'aura été de quelques Anciens, ſi elle l'a été.

L'Académie a l'obligation au P. Parennin d'avoir porté ſon nom juſqu'à l'Empereur de la Chine, dans toutes les occaſions qu'il trouvoit de faire valoir ſes travaux & ſes découvertes ſur des ſujets qui pouvoient intereſſer la curioſité de ce grand Prince. Il étoit ſurpris de ce que les Obſervations & les recherches s'étendoient juſqu'aux choſes les plus viles en apparence, & les plus dignes d'être negligées, aux Araignées, par exemple. Il voulut que le P. Parennin lui mît en Tartare tout ce que Mrs. Bon & de Reaumur avoient fait ſur cette matiere, & que trois des Princes ſes fils l'étudiaſſent avec ſoin, & lui en rendiſſent compte. Ils convinrent que pour avoir une ſi grande ardeur de découvrir, *il falloit être Européen.*

Aux 8 Volumes de l'Anatomie en Tartare, le P. Parennin a joint pluſieurs Drogues medicinales de la Chine, ſoit vegetales, ſoit animales, dont il donne les deſcriptions, ou les préparations; quelquefois il ajoûte des exemples de Cures conſidérables qu'il en a vûes,

vûes, qui avoient été manquées par nos Remedes d'Europe. Nous ne parlerons que de deux de ces Drogues, & le Public n'y perdra rien, puisque tout ce qu'a écrit ce savant Missionnaire sera imprimé dans un Ouvrage qui appartient à sa Compagnie, dont nous respectons le droit legitime.

La Rhubarbe, si connue depuis long-tems par son usage, a été jusqu'à present inconnue en elle-même; on ne sait ni en quel Pays précisément vient la Plante, ni quelle elle est. Le P. Parennin fait cesser entierement cette ignorance. La Rhubarbe croît en plusieurs endroits de la Chine: celle de la Province de Tie-chouen est la meileure; celle de la Province de Xensi, & celle du Royaume de Tibet sont inférieures; on ne fait nul cas & nul usage des autres à la Chine. Le P. Parennin fait une description de la Rhubarbe, d'après laquelle on la pourroit dessiner. Il traite au long de la maniere dont les Chinois préparent la Racine, qui est la partie medicinale.

* La seconde Drogue, dont nous parlerons, seroit fort singuliere, & fort étonnante, si, selon ce qu'on en dit à la Chine, elle étoit Plante en Eté, & Ver en Hiver. Son nom Chinois *Hia-tsao-tom-tchom* signifie cette merveilleuse proprieté. C'est effectivement une Racine de l'extremité de laquelle sort une figure parfaite d'un Ver, sec & jaunâtre, de 9 lignes, où l'on distingue très sensiblement la tête, les pieds, le ventre de l'Animal, & jus-

* V. les M. p. 426.

jusqu'à ses yeux, & aux plis de son dos. Mais cela même qui fait la merveille pour les Chinois, & la feroit bien aussi pour le commun des François, la détruisit pour l'Académie; on s'apperçut bien vîte que c'étoit une vraye dépouille de quelque Chenille, & M. de Reaumur s'en assûra pleinement par un examen plus particulier. On prend la figure de Ver pour une partie & un prolongement de la Racine, parce qu'en effet elle y tient étroitement, & par-là on croit que cette portion de la Racine est devenue Ver; mais en y regardant de plus près M. de Reaumur a fort bien vû que la substance de la Racine, ligneuse à l'ordinaire, étoit toute différente de celle qui reste du Ver. Il juge que la Chenille, prête à se métamorphoser en Nimphe, ou *Aurelie*, ronge l'extremité de la Racine, y fait une cavité où elle introduit sa queue, qui s'y peut attacher encore par quelque viscosité du corps de l'Animal, & qu'ainsi elle se menage un point fixe, un appui, pour se débarasser plus aisément de l'enveloppe qu'elle doit quitter. Il n'est point singulier qu'un Ver, qui se transformera, vive jusque là sous terre; on en a plusieurs exemples: il y en a aussi qui ne se cachent sous terre que pour se transformer; la Chenille de la Chine sera dans l'un ou l'autre cas.

Le P. Parennin nous a donné une idée generale de la Botanique de la Chine & de la Tartarie Orientale, conforme en partie à la nôtre, & en partie absolument différente. Quel vaste champ pour her-

herboriſer ! Mais les Miſſionnaires n'en ont pas la commodité qu'on s'imagineroit ici. Il ne faut pas s'arrêter à des regrets ſur un ſujet ſi particulier ; toutes les Sciences Européennes vont être étouffées à la Chine dans leur naiſſance, puiſqu'on n'y veut plus recevoir les habiles gens qui y portoient la double lumiere de ces Sciences & de la Religion.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* Le Journal des Obſervations de M. Maraldi pour l'année 1725.

ANATOMIE.

SUR LES YEUX DE L'HOMME ET DE DIFFERENS ANIMAUX. †

IL n'y a encore rien qui ait été aſſés examiné, & peut-être rien ne le ſera-t-il jamais aſſés. Tout eſt infini dans la Nature. M. Petit le Medecin, qui a beaucoup étudié les Yeux, principalement par rapport aux Cataractes, a fait

* V. les M. page 1. † V. les M. p. 96.

fait ſur ce ſujet, qui devroit être ſi connu, un grand nombre d'Obſervations nouvelles qu'il annonce, & qu'il traitera plus au long les unes après les autres. Nous ne parlerons ici que de quelques-unes des principales, ou qui ont merité qu'il les accompagnât d'avance de quelques réflexions, & de quelques raiſonnemens.

1°. Il a trouvé que les Yeux de Mouton, de Bœuf, de Cheval ont moins de convexité à leur partie poſtérieure, qu'à l'antérieure; ceux des Oiſeaux au contraire; que ceux des Poiſſons ſont aplatis tant à la partie anterieure qu'à la poſterieure; que ceux de l'Homme ſont à peu près ronds, auſſi-bien que ceux du Singe, du Chien, du Chat, du Loup. Tout cela doit avoir quelque effet par rapport aux différentes circonſtances, & aux différens beſoins de la Viſion.

2°. En conſiderant avec beaucoup d'attention la Cornée d'un Negre mort, il y apperçut quelques lignes rougeâtres, qui ſe croiſoient, s'entrelaſſoient, & formoient quelquefois de petits Polygones. Ayant enlevé la Cornée, il ne les voyoit point en la regardant contre le jour, mais ſeulement en la tournant vers un lieu obſcur. La raiſon en eſt bien évidente. Dans la premiere poſition de la Cornée, ces lignes très deliées & très fines ne pouvoient être vûes que par des rayons qu'elles avoient reçûs d'un lieu peu éclairé, & qui par conſéquent étoient trop foibles pour ſe faire ſentir en preſence de ceux qui venoient du grand jour. C'étoit le contraire dans la ſeconde poſition de la Cor-

Cornée. M. Petit n'a pu voir ces lignes ſur la Cornée d'aucun Negre vivant.

Il n'a pu même les appercevoir ſur la Cornée d'aucun Blanc après la mort, excepté ſur celle d'un homme de 20 ans, où il les trouva de la même couleur, formant les mêmes figures, mais plus groſſes. Il les voyoit mieux en regardant cette Cornée du côté convexe, que du concave, & pour en trouver la raiſon par une experience ſemblable, il étendit des fils très fins tant ſur le côté convexe que ſur le concave d'un Verre ordinaire de Montre, & il vit que les fils qui étoient de l'un ou de l'autre côté lui paroiſſoient plus gros, lorſqu'il les regardoit du côté où ils étoient; ce qui eſt fort naturel, & conforme aux raiſons d'Optique. De-là il conclut que les lignes de la Cornée du jeune homme étoient plus du côté de la convexité que de la concavité.

Mais qu'étoit-ce que les lignes rouges de ces deux Cornées? étoient-ce des Vaiſſeaux ſanguins? la Conjonctive en a certainement, mais il ne paroît pas que la Cornée en ait; on n'en a jamais pu découvrir avec le Microſcope. M. Petit aſſûre qu'il n'a jamais vû aucune rougeur, & par conſéquent aucuns Vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée des Fœtus, quoique d'ailleurs la Sclerotique, & la Choroïde qui eſt ſi déliée, y ſoient ordinairement rouges, & que la Membrane, qui enveloppe le Criſtallin, ſoit quelquefois rougeâtre: enfin des Injections fort fines paſſent dans ces deux dernieres Membranes, mais non dans la Cornée; marque qu'elle a des Vaiſſeaux plus fins, & qui lui ſont particuliers. Lorſqu'il y paroît de la rougeur, il faut que ces Vaisseaux-là ayent été dilatés par quelque inflammation, quelque contusion, qui aura forcé quelques gouttes de Sang à y entrer, & c'est à de pareils accidens que M. Petit conjecture qu'il faut rapporter les lignes rouges de la Cornée du Negre, & du jeune homme.

3°. Tout le monde croit que la Choroïde est noire dans l'Homme, & l'on n'a pas encore remarqué qu'il faut distinguer les âges. Elle est tout à fait brune sous la Retine dans les Enfans, ensuite elle s'éclaircit toujours & considérablement jusqu'à une vieillesse avancée. Cette observation doit du moins modifier beaucoup les usages qu'on a tirés de la noirceur de cette Membrane par rapport à la Vision.

4°. Le Cristallin est sujet aussi pendant le cours de la vie de l'Homme, à un changement perpetuel, quoi-que très lent. Il ne cesse de varier & par la couleur, & par la consistence. Il ne paroît avoir aucune couleur jusqu'à 25 ou 30 ans, qu'il commence à se teindre d'un jaune très leger. Dans la suite ce jaune devient toûjours plus fort, jusqu'à être enfin celui de l'Ambre. De même le Cristallin est très mou dans l'enfance, & également mou par-tout; il se durcit ensuite, mais inégalement, plus vers le centre que vers la circonférence; & dans la vieillesse il a acquis sa plus grande dureté, & une dureté par-tout égale.

Les Cristallins des Animaux à quatre pieds, des Oiseaux, & des Poissons n'ont point de couleur, mais ils sont plus durs selon que l'Animal est plus âgé, & toujours plus durs au centre. Jamais la dureté du Cristallin de l'Homme n'égale celle que M. Petit a observée dans quelques Oiseaux, comme les Dindons. Les Quadrupedes surpassent encore les Dindons sur ce point, & les Poissons surpassent tout. Leur Cristallin est quelquefois comme de la Corne. Combien de Rayons se perdent là, & combien la Vision doit-elle être plus foible, à moins qu'elle ne trouve d'ailleurs des compensations!

5°. Le Cristallin de l'Homme paroît toujours plus transparent par sa partie postérieure, que par l'antérieure, & M. Petit a trouvé que cela venoit de la Membrane ou Capsule qui l'enveloppe, toûjours plus épaisse dans sa partie antérieure. Si on l'enleve, le Cristallin est partout d'une transparence égale. Il est à remarquer que M. Petit n'a jamais trouvé cette Membrane opaque dans aucune Cataracte.

Tous ces sujets, & plusieurs autres annoncés par M. Petit, seront traités en détail; & il est aisé de voir quel prodigieux nombre de réflexions & de raisonnemens doivent fournir tant de parties différentes, les rapports de leurs configurations, leurs usages, sur-tout dans une Anatomie comparée, où l'on fera entrer les Yeux de plusieurs sortes d'Animaux.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

IL n'eſt pas fort rare que des Membranes, des Tuniques d'Arteres, des Tendons, des Cartilages, prennent la conſiſtence d'Os, ſurtout dans les Vieillards; on en a vû pluſieurs exemples dans les Volumes précédens : mais il n'étoit pas encore connu des Anatomiſtes, du moins que l'on ſache, que des Chairs muſculeuſes fuſſent ſujettes à cette alteration, ſi ce n'eſt lorſque la fracture de quelques Os donne lieu à l'épanchement du ſuc oſſeux dans les interſtices des fibres charnues voiſines, & que ce ſuc a la force de les oſſifier. C'eſt-là un accident, & ces fibres ne ſe ſont pas oſſifiées d'elles-mêmes: mais voici un cas où elles l'ont fait, & on en doit la connoiſſance à M. Croiſſant de Garengeol, Chirurgien de Paris.

On a trouvé un Os long de 4 ½ pouces, large de plus de 1 pouce en quelques endroits, d'une figure ſemilunaire & torſe, convexe dans ſon milieu, & plat ſur ſa ſurface exterieure, entierement enfermé dans la ſubſtance du Cœur d'un R. P. Jéſuite, mort à l'âge de 72 ans. Il n'en ſortoit aucune partie au dehors, & il ne penetroit point dans les Ventricules. Pour mieux comprendre ſa poſition, il faut ſe ſouvenir que le Cœur eſt formé de 3 grands Muſcles,

cles, ou portions charnues très distinctes. Deux de ces portions sont deux Vases musculeux, c'est-à-dire les deux Ventricules, adossés l'un contre l'autre; & la 3me portion est une enveloppe pareillement musculeuse, qui s'élevant de la pointe du Cœur va couvrir les deux Ventricules. L'Os passoit entre cette enveloppe commune & les deux Ventricules, desorte qu'il n'entroit dans aucun, & les embrassoit par dehors comme une espece de Baudrier. Il montoit obliquement en passant sur le Ventricule droit, sur le gauche, & s'étendoit jusqu'à l'Oreillette gauche.

Des fibres charnues étoient de tous côtés si fortement attachées à cet Os, qu'elles sembloient y prendre naissance. C'étoit au contraire l'Os qui naissoit d'elles. Les fibres exterieures des Ventricules, & les interieures du grand Muscle qui les couvre, qui dans l'état naturel ne faisoient que se toucher, s'étoient confondues ensemble en se durcissant, & avoient formé cet Os si extraordinaire. Les fibres qui y étoient si adhérentes alloient encore augmenter sa substance.

Malgré cela, les gros Vaisseaux qui partent de la base du Cœur n'étoient point ossifiés, quoiqu'ils le soient assés souvent dans les Vieillards, seulement approchoient-ils un peu de la consistence de Cartilage.

Il est aisé d'imaginer les maux que devoit produire la difficulté, la gêne qu'apportoit aux mouvemens du Cœur cette ceinture osseuse, & l'on ne peut que s'étonner du long âge où le Malade n'a pas laissé de parvenir.

II.

Le froid de notre Climat interdit la generation à quelques Animaux, tels que les Singes & les Perroquets, venus de Païs beaucoup plus chauds. Cependant un Perroquet a pondu ici, & M. d'Isnard s'en est assûré par lui-même. Ce Perroquet est assés gros, son plumage est varié de Verd de pré, de Verd jaunâtre, de Rouge ponceau, de Bleu céleste, & de Violet. Il parle très distinctement, & chante fort bien. Il étoit depuis 33 ans dans une Maison que l'on connoît, & on comptoit qu'il avoit bien 40 ans. On le croyoit mâle, & tout d'un coup il tomba dans un état de souffrance, où l'on ne l'avoit point encore vû. Le détail n'en seroit pas fort necessaire. On le secourut au hazard, & enfin un Chirurgien même s'en mêla, qui s'étant apperçû que l'Animal avoit le fondement dur & gros, le pressa, & en fit sortir un Oeuf, long de 16 $\frac{1}{4}$ lignes sur 14 de diametre dans le fort de son épaisseur, pesant 5 Gros. La Coquille est incrustée d'une matiere, qui ressemble à du Plâtre, & par-là rend la surface de l'Oeuf inégale & raboteuse. Cette matiere est, selon toutes les apparences, la même dont se forme la Coquille. Comme il ne paroissoit pas que le mal fût entierement passé, on continua les secours qui avoient réussi, & au bout d'un quart d'heure, vinrent deux autres Oeufs recouverts seulement d'une membrane sans coquille. Après cette ponte, il s'étoit presque toûjours endormi, tenant sa tête cachée sous ses aîles. Il lui survint un dévoyement qui dura un mois,

&

& l'affoiblit beaucoup; il avoit perdu la parole, & le chant; mais il se rétablit ensuite, & les reprit.

M. d'Isnard ayant ouvert le premier Oeuf pondu, trouva sa coquille entierement tapissée d'une simple membrane, fine, blanche, & transparente. Le Blanc en étoit très transparent, & liquide comme du Blanc d'Oeuf de Poule filtré. Il avoit une espece de Germe, quoi qu'assûrément aucun Perroquet mâle n'y pût avoir eû part. Le Jaune étoit très bien conditionné. Il est étonnant non seulement que le Perroquet ait pondu à Paris, mais encore au grand âge qu'il avoit, & après une si longue sterilité.

III.

Toutes les Machines Animales d'une même espece ne sont pas exactement semblables, & elles le sont quelquefois si peu, qu'il sembleroit qu'il y a eû différentes conformations primitives. M. du Puy, Medecin du Roi à Rochefort, & Beaufrere de M. de Lagni, lui a envoyé pour l'Académie l'observation qu'il a faite de deux Muscles qu'il ne croit pas qu'on ait encore vûs dans aucun sujet.

Ils sont tous deux couchés sur le grand Pectoral de chaque côté, & gros seulement comme des tuyaux de Plume à écrire. Celui du côté droit nait par un Tendon très fin du bord inferieur du premier Os du Sternum, & descendant obliquement sur le grand Pectoral va s'attacher par une Aponeurose large d'un doigt au bord superieur du Cartilage de la 7me

Côte vraye, à deux doigts du Cartilage Xiphoïde. Celui du côté gauche nait auſſi par un Tendon rond du bord inférieur du Cartilage de la 2me Côte vraye auprès du Sternum, & ſortant parmi les fibres du grand Pectoral deſcend comme l'autre couché ſur ce Muſcle, & s'inſere auſſi au bord ſuperieur du Cartilage de la 7me Côte vraye de ſon côté, un peu plus loin du Cartilage Xiphoïde que l'autre, mais comme lui par une Aponeuroſe large d'un doigt.

Les deux Muſcles Palmaires manquoient dans ce ſujet. M. du Pui demande ſi la Nature les auroit tranſportés ſur la Poitrine. Du moins ces deux petits Muſcles les remplaçoient pour le nombre, & à peu près pour le volume, & ce qui eſt plus ſingulier, pour l'expanſion aponeurotique de leur attache inférieure.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de M. Winſlow ſur les Mouvemens de l'Epaule.

† Celui de M. Petit le Medecin ſur l'endroit où il faut percer l'Oeil dans l'operation de la Cataracte.

CHI-

* V. les M. p. 252. † V. les M. p. 370.

CHIMIE.

SUR L'INFLAMMATION DE CERTAINES LIQUEURS HUILEUSES OU SULPHURUSES PAR LES ACIDES. *

ON a déja vû dans l'Hist. de 1701 † que l'Inflammation de certaines Huiles par des Acides est une découverte nouvelle de la Chimie. Beccher l'a donnée le premier, & Borrichius, Chimiste Danois, qu'on en croyoit l'inventeur, n'est venu qu'après lui, ce qui ne l'empêche pas de pouvoir être encore inventeur. Aucun des deux n'a donné des connoissances suffisantes sur cette operation, & les plus habiles Chimistes, qui l'avoient tentée, l'avoient fait sans succès. Nous avons dit que M. Homberg en avoit enfin trouvé le principe general.

Ce n'étoit en effet rien de plus, car quoi-que par un Esprit de Nitre bien déflegmé il enflammât toutes les Huiles essentielles des Plantes aromatiques des Indes, il n'enflammoit pas l'Hui-le

* V. les M. p. 133. † p. 83. & suiv.

le de Terebenthine qui étoit la ſeule ſur laquelle Beccher & Borrichius euſſent operé. Comme c'eſt une Reſine ſortie d'un Arbre, qui croît dans l'Iſle de Chio, en Eſpagne, en Languedoc, en Dauphiné, Pays moins chauds que les Indes, elle n'a pas ou aſſés de ſoufres, ou des ſoufres aſſés purs, & aſſés exaltés.

Cette difficulté de ramener une très belle operation à ſon inſtitution primitive, & de reduire l'Huile de Terebenthine à ſe laiſſer enflammer par des Acides auſſi-bien que d'autres Huiles de Climats plus favorables, a piqué la curioſité de M. Geoffroy le cadet, & après bien des tentatives il a enfin parfaitement réuſſi. Ces ſortes d'operations demandent un choix ſi juſte des matieres, & des doſes ſi préciſes, qu'on ne doit pas être ſurpris des peines & du tems qu'elles coutent. De l'Huile de Vitriol concentrée & de l'Eſprit de Nitre fumant, employés par portions égales, ſont les Acides avec leſquels M. Geoffroy allume l'Huile de Terebenthine. Il ſort tout à coup, & avec une grande exploſion, une très belle flamme, accompagnée d'un Tourbillon de fumée fort épaiſſe. Ce n'eſt point un feu de quelques inſtans, il dure tant qu'il y a de la matiere dans le Vaiſſeau, il conſume tout, à une très petite quantité près d'un Charbon fort leger qu'il laiſſe.

Il eſt à remarquer que ces Acides ſi vifs, & qui ſont une eſpece d'Eau-forte, ne diſſoudroient cependant aucun Métal. La raiſon en eſt qu'ils ſont trop vifs, leur extrême ſubtilité les rend trop diſproportionnés à la groſſiereté des parties métalliques.

M. Geoffroy allume auſſi les Baumes naturels, tels que ceux de Copaü & de la Meque. Ils répandent dans l'air, après avoir brûlé, un parfum qui affoibli à un certain point devient doux, s'étend loin, & dure affés long-tems. Le Baume de Copaü principalement a cette agreable proprieté.

L'Huile blanche de Petrole ne s'eſt point encore laiſſée enflammer, mais en recompenſe elle jette une vapeur qui ſur la fin a une odeur de Muſc, ou d'Ambre gris, auſſi bien que la matiere qui reſte dans le Vaiſſeau après la fermentation. Cette matiere parfume tout ce qui y touche, & le parfume pour longtems.

Mais ce qu'on n'eût jamais oſé eſperer, c'eſt que les Plantes aromatiques de nos Climats, le Thin, le Genievre, la Menthe, &c. auſſi foiblement aromatiques qu'elles le ſont, puſſent donner des Huiles qui s'allumaſſent; car effectivement ces Huiles ſont extrêmement légeres, *ténues*, très peu chargées de ſubſtance en comparaiſon de celles des Plantes étrangeres. Elles s'allument cependant par l'operation de M. Geoffroy. Les premiers auteurs de cette découverte n'en ont peut-être pas trop été crus d'abord, on la regardoit comme une merveille douteuſe; & la voilà devenue ſi commune qu'elle va ceſſer d'être une merveille.

SUR

SUR LES EAUX DE PASSY. *

IL eſt bien difficile de ſavoir quand on eſt au bout d'un ſujet, & peut-être eſt-il impoſſible de le ſavoir, parce qu'on n'y eſt jamais. Les Eaux de Paſſy, déja ſi examinées, comme on a vû en 1701 †, 1720‡, 1724 §, l'ont encore été par M. Boulduc le fils, & d'une maniere nouvelle.

Les nouvelles Eaux de Paſſy, car ce ſont les ſeules dont il eſt queſtion, conſiſtent en 4 Sources, toutes ſenſiblement ferrugineuſes, quoiqu'à différens degrés, & c'eſt par-là qu'on les diſtingue. On appelle la 1re celle qui l'eſt le plus, la 2de celle qui l'eſt le plus après elle &c. Le goût de fer qu'elles ont toutes quatre eſt mêlé d'une legere aſtriction, & de quelque choſe de piquant. Elles ſont fort claires, & conſervent pendant pluſieurs mois leur limpidité & leur goût dans les tems froids, & dans des vaiſſeaux bien bouchés. La chaleur du Soleil en Eté, & plus encore celle du feu, quelque douce qu'elle ſoit, les trouble, y cauſe une efferveſcence lente qui fait précipiter le fer en forme d'une rouille, après quoi les eaux redeviennent claires, n'ont plus de goût de fer, & n'en ont plus qu'un légerement ſalé.

Pour connoître à fond les matieres qui entrent dans leur compoſition, & produiſent leurs ver-

* V. les M. p. 431. † p. 78. & ſuiv.
‡ p. 56. & ſuiv. § p. 72. & ſuiv.

vertus, M. Boulduc a distillé une grande quantité de ces Eaux, afin de grossir jusqu'au point qu'il jugeoit necessaire pour ses recherches la résidence, qui devoit rester dans les Vaisseaux. Cet amas de résidence s'est trouvé formé de 3 ou de 4 matieres différentes, disposées à peu près par lits, le fer en forme de rouille au fond du Vaisseau; au dessus pour les Eaux de la 3me & 4me Source seulement une poussiere blanche très fine; ensuite des Cristaux transparens & brillans; enfin une masse confuse, blanchâtre, & saline au goût, qui exposée quelque tems à l'air s'humecte, & devient en partie fluide.

M. Boulduc a séparé ces 4 matieres, & les a examinées chacune à part, pour voir non seulement ce qu'elles étoient, mais ce qu'elles devoient être dans les Eaux; car l'action du feu doit les avoir alterées, du moins quelques-unes, il peut en avoir fait de nouveaux composés: & c'est leur état naturel qu'il faut connoître, en démêlant tous les changemens qu'il aura soufferts.

Puisque les Eaux étoient naturellement limpides, le fer qu'elles contenoient n'y pouvoit être invisible que par être très finement dissous; il l'étoit donc par quelque dissolvant, par quelque Esprit ou Acide, qui le rendoit invisible, comme il l'est dans le Vitriol, & formoit même un Vitriol: en effet, dès que le mouvement de la fermentation excitée par la chaleur, l'a détaché de cet Acide, il tombe au fond du Vaisseau en forme de rouille.

Mais la fermentation ne se fait que par un com-

combat d'Acides & d'Alkalis, & la précipitation d'une matiere ne se fait que parce que des Acides qui la tenoient dissoute l'ont abandonnée pour se joindre à de nouveaux Alkalis, avec lesquels ils avoient plus de rapport, plus d'affinité. Quels Alkalis sont entrés dans ces effets? c'est cette poussiere blanche & fine, que les Eaux des deux dernieres Sources fournissent dans leur résidence. M. Boulduc l'a reconnue pour très certainement alkaline. Il est vrai que les Eaux des deux premieres Sources ne la donnent pas, & que les fermentations & les précipitations ne laissent pas de s'y faire comme dans les autres; mais il est très naturel, & presque necessaire de concevoir qu'elle étoit en moindre quantité dans ces premieres Sources, puisqu'elles ne different toutes que par les doses, & non par la qualité des matieres.

Le mouvement excité dans les Eaux par la chaleur fait donc que les petites molécules de fer dissous, & ces Alkalis, se rencontrant & se choquant avec une certaine force, l'Acide, qui avoit dissous le fer, l'abandonne pour se saisir de ces nouveaux Alkalis plus convenables; & voilà la fermentation & la précipitation.

De-là il suit que le Dissolvant Acide du fer uni aux nouveaux Alkalis doit faire un nouveau Sel moyen, que les Eaux dans leur état naturel ne contenoient pas, & qui ne naît que de la décomposition du Vitriol qu'elles contenoient. M. Boulduc appelle ce Sel *sulphureux*, à cause de la ressemblance qu'il lui trouve avec un Sel que l'illustre M.

Stahl

Stahl forme par la vapeur du Soufre allumé, & par le Sel de Tartre.

Lorsque ce Sel sulphureux est distillé sans addition à une chaleur mediocre, son Acide s'éleve pur dans le Recipient, & laisse dans le Vaisseau une poudre blanche, que M. Boulduc a reconnue aisément pour être encore saline. Il en a retiré de vrai Sel de Glauber, qui existoit donc veritablement dans les Eaux, car quoi-que le Sel sulphureux fût un composé nouveau, qui n'y existoit pas, les matieres dont il est composé y existoient. On croyoit, & on devoit croire que le Sel de Glauber étoit un ouvrage de l'Art, dû à cet habile Chimiste, & il se trouve enfin qu'il peut être un ouvrage de la Nature. On a cet avantage, parce qu'il est aussi ouvrage de l'Art, qu'on sait ce que la Nature a mis dans sa composition. C'est un Acide Vitriolique transporté sur la base ou matrice terreuse du Sel Marin.

Cela même a fait soupçonner à M. Boulduc, qu'il pourroit entrer du Sel Marin dans les Eaux de Passy, & il y en a trouvé effectivement, quoi-qu'avec beaucoup de peine, & par des moyens qu'il n'étoit pas facile d'imaginer. Ce Sel étoit renfermé dans les Eaux naturelles, par la même raison que celui de Glauber.

Après que M. Boulduc en a eû retiré le Sel Marin, & poussé les operations jusqu'où elles pouvoient aller, il lui est resté une Huile, ou Bitume liquide, que les Eaux devoient renfermer aussi.

Voilà jusqu'où il a été conduit de recher-

che

che en recherche, en commençant par la ſimple décompoſition du Vitriol des Eaux. Il reſtoit une curioſité, qu'il n'étoit pas trop vrai-ſemblable qu'on pût ſatisfaire, ſur l'Eſprit Acide qui tient le fer diſſous dans le Vitriol. On avoit ſoutenu que cet Eſprit, très volatil de ſa nature, s'échapoit des Vaiſſeaux où ces Eaux ſont tranſportées, quelque bien bouchés qu'ils fuſſent; il pouvoit auſſi ſe perdre dans les operations, & il n'y avoit guere lieu d'eſperer qu'on le pût rendre ſenſible. M. Boulduc l'a fait cependant; il lui a trouvé une odeur de Soufre allumé très penetrante. Cet Eſprit eſt auſſi vif dans le genre des Acides, que celui de Sel Armoniac l'eſt dans le genre des Alkalis.

Par tout ce qui a été dit, il eſt aiſé de voir que des 4 matieres differentes qui compoſoient la réſidence des Eaux, la 1re, la 2de, & la 4me ont été examinées: il reſte la 3me, les Criſtaux transparens & brillans, qu'il faut faire auſſi connoître.

Ils ont une figure reguliere & conſtante, ils ſont plus longs que larges, & leurs grands côtés ſont aſſés exactement des Rhomboïdes. Comme les Sels moyens affectent tous certaines figures, particulieres à chacun, c'eſt-là un indice aſſés fort qu'ils ſont de ce genre. Il eſt vrai qu'ils paroiſſent d'abord indiſſolubles à l'eau, ce qui ſeroit bien contraire à la nature de Sel; mais M. Boulduc a éprouvé qu'ils ne le ſont pas réellement, & qu'ils contiennent ſeulement beaucoup de terre, qui les rend difficiles à diſſoudre.

Il y a apparence que ces Criſtaux viennent de de la pierre Selenite, qui ſe trouve en grande quantité dans le Côteau de Paſſy, & aux environs des Eaux. Nous avons dit en 1724*, que M. Geoffroi le cadet y a trouvé beaucoup de Talc.

En raſſemblant tout, les Eaux de Paſſy dans leur état naturel contiennent donc du Vitriol, du Sel de Glauber, du Sel Marin, de la Terre alkaline, du Bitume liquide, & de la Selenite.

Et afin qu'il n'y ait pas le plus foible moyen de ſoupçonner qu'aucune de ces matieres pût être l'effet du feu, M. Boulduc a trouvé après pluſieurs tentatives un ſecret fort ſimple de tirer ſans feu toutes celles qui pouvoient être ſuſpectes. Il n'employe pour cela que de l'Eſprit de Vin très bien rectifié, qui étant verſé ſur les Eaux à différentes repriſes, fait paroître ſucceſſivement toutes les matieres ſalines qu'on cherchoit.

Ces matieres, excepté la Selenite, ont des effets connus en Medecine, & de-là M. Boulduc juge que les Eaux de Paſſy en général doivent être rafraîchiſſantes, émollientes, apéritives, & en même tems fortifiantes, diuretiques, & purgatives. Quant à la Selenite, comme elle eſt difficile à diſſoudre, & par-là propre à penetrer en ſon entier juſque dans les plus petits Vaiſſeaux, que d'ailleurs ſes Criſtaux ont des angles pointus, il conjecture qu'elle peut par un grand nombre de petits chocs redoublés ranimer le reſſort de ces Vaiſſeaux relâchés, & les mettre en état de reprendre leurs vibrations ordinaires.

* p. 75.

res. On eſt preſentement plus que jamais en état de juger, autant qu'on le peut par le raiſonnement, à quelles maladies conviendra un Remede, qui ſort tout préparé des Laboratoires de la Nature; & l'experience, qui ne laiſſera pas de décider toûjours, ſera moins aveugle, & moins perilleuſe.

BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

LE Hêtre, Fau, Fouteau, ou Fayant, donne des fruits qui ſe nomment *Fayſnes*. On en fait de l'Huile, dont le petit-peuple ſe ſert au lieu de Beurre, ou d'autre Huile, dans quelques Païs abondans en Hêtres. Mais la plûpart de ceux qui en font beaucoup d'uſage, ſe plaignent de douleurs & de peſanteur d'eſtomac. M. Danty d'Iſnard a donné un moyen de prévenir ces incommodités. Il faut verſer l'Huile de Fayſnes, nouvellement exprimée, dans des cruches de grais bouchées bien exactement, les mettre en terre, & les y laiſſer un an; après quoi l'Huile aura perdu toute ſa mauvaiſe qualité.

M. Marchant a lû la Description de l'*Angelique*, *Angelica sativa Casp. Bauh.* Pin. 155.

Et celle de l'*Angelica Acadiensis*, *flore luteo.* Acad. Reg. Par. 55.

Avec la Critique des Auteurs Botanistes sur l'Angelique.

ARITHMETIQUE.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETÉ DU NOMBRE 9.

IL y a long-tems qu'on a remarqué que tous les multiples de 9, qui sont 18, 27, 36, &c. 108, 117, &c. 1008, 1017, &c. à l'infini, sont tels, que les Chiffres qui les expriment étant additionnés, ils font toûjours 9, ou un multiple de 9 moindre que le nombre proposé sur lequel on a operé.

M. de Mairan a découvert encore une proprieté singuliere de 9. Si l'on change l'ordre des Chiffres qui expriment un nombre, par exemple, de ceux qui expriment 21, ce qui fera 12, de ceux qui expriment 52, ce qui sera 25, &c. il se trouvera toûjours que la différence de 21 & de 12, de 52 & de 25, &c. sera 9, ou un multiple de 9. La même proprieté subsiste, quoi-que l'on prenne de plus grands nombres, susceptibles par conséquent d'un plus grand nombre de changemens dans l'ordre de leurs Chiffres, & elle subsiste dans tous ces changemens. Tenons-nous-en d'abord aux plus petits nombres.

Ceux qui ont une certaine habitude avec les Nombres, savent que ces sortes de proprietés qui tiennent, non à la nature veritable, & à l'essence des nombres, mais aux Chiffres par lesquels ils sont exprimés, naissent du rang, de la place qu'ils ont dans la progression periodique, qu'on a établie pour leur retour. Celle dont nous nous servons est la progression décuple, qui exprime tout avec 10 Chiffres. Elle est arbitraire, & n'est peut-être pas la mieux choisie qu'elle pût être; mais il n'importe, elle produit necessairement certaines proprietés, qui ne se seroient pas trouvées dans d'autres progressions. On a démontré que la premiere proprieté de 9, dont nous avons parlé, vient de ce qu'il est le penultieme terme de la progression décuple; & selon toutes les apparences, il en doit être de même de la proprieté dont il s'agit ici.

Mais il se presente une grande difficulté. M. de Mairan a remarqué que cette proprieté qui se trouve entre deux nombres tels que 21, & 12, 52 & 25 se trouve aussi entre leurs puissances quelconques, c'est à dire que les différences de ces puissances sont des multiples de 9: ainsi les quarrés de 21, & de 12

12, étant 441, & 144, leur différence 297 eſt un multiple de 9, ce que l'on voit d'un coup d'œil par la 1re proprieté de 9. 441 & & 144 ſont formés des mêmes Chiffres, & ſi on précipitoit beaucoup ſon jugement, on pourroit croire que c'eſt par-là qu'ils appartiennent à la regle générale; mais 9261, & 1728, cubes de 21 & de 12, appartiennent encore à la regle, leur différence 7533 eſt un multiple de 9, & cependant ils ne ſont point formés des mêmes Chiffres. Les autres puiſſances de 21 & de 12, toutes celles de 52 & de 25, &c. ne le ſeront pas non plus, & cependant leurs différences ſuivront la regle. D'où cela vient-il? il ne paroît plus que les Chiffres y entrent pour rien.

Nous ſommes effectivement obligés de remonter plus haut, & voici, ſelon notre penſée, la premiere ſource de tout. Un nombre quelconque étant poſé, 7, par exemple, je prens arbitrairement un autre nombre, 11, par exemple, dont la différence à 7 eſt 4. Enſuite je prens un multiple quelconque de 7, 35 par exemple, & au-deſſus de ce nombre un nombre plus grand de la difference 4, déja déterminée; ce nombre ſera par conſéquent 39; & je dis que la différence de 39 & de 11 ſera multiple de 7. En effet elle eſt 28. Il ſera très aiſé de le prouver cela à ſoi-même par Algebre, & en général.

Maintenant, que j'éleve au quarré 11 ſous la forme de 7 plus 4, & 39 ſous la forme de 5 fois 7 plus 4, & qu'enſuite j'ôte le petit quarré du grand, je verrai qu'il ne me reſte que des multiples de 7, parce que les termes, où la différence 4 étoit ſeule, ſe détruiſent, & par conſéquent la différence des quarrés ne peut être qu'un multiple de 7. Il en ira de même par la même raiſon de toutes les autres puiſſances de 11 & de 39, & cela exprimé en Lettres fera une démonſtration générale, ou un Théoreme.

Il y a donc une infinité de nombres tels que 7, 11, & 39, pourvû qu'ils obſervent les mêmes conditions, c'eſt-à-dire que le 1er étant poſé, & une différence quelconque du 1er au 2d, il faut que le 3me ſoit un multiple quelconque du 1er, plus cette même différence. Moyennant cela, les différences du 2d & du 3me, & celles de toutes leurs puiſſances, ſeront des multiples du 1er. Cette proprieté vient de l'eſſence des nombres, indépendamment des Chiffres arbitraires qui les expriment.

Je puis donc prendre 9 pour le 1er des 3 nombres, 9 plus 3 ou 12 pour le 2d, & 2 fois 9 plus 3 ou 21 pour le 3me, ou 9 plus 4 ou 13 pour le 2d, & 3 fois 9 plus 4, ou 31 pour le 3me, ou 9 plus 5 ou 14 pour le 2d, & 4 fois 9 plus 5 ou 41 pour le troiſieme, &c.

Mais je m'apperçoi qu'en operant ainſi, 9 étant toûjours poſé pour 1er terme; j'ai pour les deux autres, 12 & 21, 13 & 31, 14 & 41. Et comme en pouſſant l'operation plus loin par l'augmentation continuelle & uniforme de la différence conſtante, & du nombre qui multiplie 9, j'aurai 15 & 51, 16 & 61, 17 & 71, &c. je voi que les deux nombres qui ſuivent de la poſition perpetuelle de 9, 1er terme, ſont toûjours formés des mêmes Chiffres tranſpoſés. Or il n'en va pas ainſi, lorſque tout autre nombre,

bre, comme 7, a été posé pour 1er terme. Il est bien vrai que les deux nombres qui suivront seront toûjours tels que la différence de leurs puissances quelconques sera un multiple du 1er terme, mais ils ne seront plus formés des mêmes Chiffres. Cette proprieté singuliére appartient donc à 9 en vertu de notre expression arbitraire des Nombres, ou de la progression décuple; & le tout de la proprieté considerée dans 9, peut être appellé *mixte*, parce qu'il vient en partie du réel, en partie de l'arbitraire des Nombres.

Toutes les dixaines qui forment notre progression décuple étant conçûes disposées de suite jusqu'à 90, le nombre 9, parce qu'il est le penultieme de cette progression, est tel que sa différence à 10, terme de la 1re dixaine, est 1, que celle de son 1er multiple à 20 est 2, celle de son 2d multiple à 30 est 3, &c. desorte que le nombre qui exprime le quantieme de la dixaine, est aussi la différence de 9, ou de son multiple enfermé dans une dixaine au dernier & plus grand terme de cette dixaine. Cela posé, quand de 12, qui est 1 dixaine plus 2 unités, je fais 21, je change les unités de 12 en dixaines, & la dixaine de 12 en 1 unité. La différence de 9 à 12 a necessairement 1 unité, à cause de 10 1re dixaine; & de plus elle a 2, à cause des 2 unités de 12. Dans 21, qui a 2 dixaines, il y a un multiple de 9, dont la différence à la 2de dixaine ou à 20 est égale à 2, nombre des dixaines; & de plus cette différence a 1 unité, à cause de l'unité qui est dans 21. Donc la différence de 9 à 12 est la même que celle du multiple de 9 contenu dans 21 à 21. Or l'éga-

 lité

lité de ces deux différences en quoi consiste tout le fin de la proprieté proposée, est une suite necessaire de la transposition des Chiffres de 12: donc en renversant 12 pour en faire 21, j'ai fait la même chose que si ayant posé 9 pour 1er terme, & 12 qui a une certaine différence à 9, j'avois pris un 3me nombre, qui eût la même différence à un multiple de 9.

Mais je n'ai pas eû besoin de poser 9 pour 1er terme ni même d'y penser, parce que la seule transposition des Chiffres a fait le même effet; & comme cette transposition ne fait cet effet que pour 9, elle ne fait appercevoir que dans ce nombre une proprieté generale cachée dans tous les autres.

Ce n'est que pour rendre notre explication plus facile, que nous avons terminé la suite des dixaines à 90. Si on veut la pousser plus loin, on trouvera que les différences des multiples de 9 aux derniers termes des dixaines recommencent à être 1, 2, 3, &c. & toûjours ainsi de 9 dixaines en 9 dixaines: desorte que le raisonnement que nous avons fait sur les petits nombres 12 & 21, subsistera pour les plus grands formés de 2 Chiffres, comme 89 & 98.

Ce qui subsistera toûjours aussi, c'est l'égalité des deux différences dont nous avons tant parlé. Car ces différences sont la même quantité que les deux sommes des nombres qui expriment combien il y a d'unités & de dixaines dans les deux nombres que l'on considére. Or ces deux nombres étant formés des mêmes Chiffres, le nombre des unités du 1er est le nombre des dixaines du 2d, & le nombre des disaines du 2d est celu des unités du 1er; d'où il suit que les som-

ſommes de ces quantiemes ſont égales, & par conſéquent les deux différences.

Et comme les ſommes de ces quantiemes ſeront encore égales, quand le nombre dont on veut tranſpoſer les Chiffres ſera par exemple 235, dont on fera 325, parce qu'il y aura d'un côté 2 centaines, 3 dixaines, 5 unités, & de l'autre 3 centaines, 2 dixaines, 5 unités, dont les quantiemes font la même ſomme, & que ce ſera encore la même choſe pour 523, pour 532, pour 235, &c; que de plus cela ſe trouvera encore neceſſairement dans les nombres qui iront au-delà des centaines, & ſi loin qu'on voudra; il s'enſuit que la proprieté de 9, dont il s'agit, eſt ſans exception; & l'on verra, du moins d'une vûe generale, que les démonſtrations que nous en avons données pour de petits nombres, doivent s'étendre à tous.

Nous ne ſuivrons pas cette matiere plus loin, quoi-que M. de Mairan ait fait quelques autres réflexions. Par exemple, ſi l'on prend 12 & 21, les deux plus petits nombres par où l'on puiſſe commencer, enſuite 13 & 31, 14 & 41, &c. on verra que les différences ſont 9 multiplié ſucceſſivement par 1, par 2, par, 3, &c. ce qui va juſqu'à 20 excluſivement, & recommence à 23, & 32, car 20 ne ſe renverſe point; 21 & 12 ſont la même choſe que 12 & 21, & 22 ne ſe renverſe point. 23 & 32 ont pour différence 1 fois 9, 24 & 42 ont 2 fois 9, &c. En general M. de Mairan a trouvé que pour les nombres de deux Chiffres, le nombre qui doit multiplier 9 eſt toûjours la différence de ces Chiffres; ainſi pour 25 & 52 c'eſt 3, & en effet leur différence eſt 27. Lorſqu'il y a plu-

 ſieurs

ſieurs Chiffres, ce multiple de 9 ſuit encore certaines loix tirées de la différence particuliere de ces Chiffres. M. de Mairan remarque encore que le Zero introduit ne change pas la proprieté; qu'elle peut être utile dans le calcul des Logarithmes, comme l'ancienne proprieté l'eſt quelquefois pour faire reconnoître tout d'un coup un grand nombre multiple de 9, &c. mais il n'a pas lui même prétendu pouſſer cette Théorie juſqu'au bout. Il ſuffit preſque dans ces ſortes de ſujets, d'indiquer aux Lecteurs de quel côté ils doivent tourner leur vûe; ils y verront, s'ils veulent, tout ce qu'il y a à voir, ou ſe contenteront de ſavoir qu'il y a là quelque choſe qui les attend, & qui ne leur échappera pas quand ils voudront le chercher.

GEOMETRIE.

SUR DES COURBES PARABOLIQUES QUI AURONT DES AIRES DONNE'ES CORRESPONDANTES À DES ABSCISSES DONNE'ES.

SI l'on trace, ou qu'on ſupoſe l'Axe d'une Courbe; que depuis ſon origine on en détermine des parties ou Abſciſſes toûjours croiſſantes, & d'une grandeur connue; que l'on détermine auſſi arbitrairement des grandeurs d'Aid'Aires curvilignes qui répondroient à ces Abscisses, il est certain que dans le nombre infini, & infiniment infini de Courbes possibles, il y en aura quelqu'une telle que ses Aires curvilignes correspondantes aux Abscisses déterminées seront celles qu'on a supposées. Mais pour resoudre ce Problême, il est évident qu'il faut d'abord le restraindre à des Courbes quarrables, car en vain chercheroit-on des aires égales aux données dans des Courbes dont on ne pourroit déterminer les aires.

On sait ce que c'est que les Paraboles de tous les degrés. Leur nature consiste en ce que leur Ordonnée indéterminée élevée à une puissance quelconque faisant seule un membre de leur Equation, l'autre membre est un produit de la même dimension fait de l'Abscisse & d'une grandeur constante combinées comme l'on veut. Les Paraboles de tous les degrés sont quarrables.

Mais il y a d'autres Courbes, qui, sans être exactement Paraboles selon l'idée précédente, sont du genre Parabolique. L'Ordonnée indéterminée élevée à une puissance quelconque est aussi toûjours seule dans un membre de l'Equation; mais l'autre est composé de plusieurs termes, où entre l'Abscisse élevée à différentes puissances, & combinée avec des Coëfficiens, qui font les dimensions necessaires. Toutes ces Courbes Paraboliques sont quarrables aussi, & on a la formule generale de leur quadrature. Elles ont encore cela de commun avec les vrayes Paraboles, qu'elles n'ont jamais d'Asimptotes.

Ce sont ces Courbes que M. de Maupertuis employe dans la résolution du Problême des Aires & des Abscisses, qu'il a imaginé, & qu'il s'est proposé. Plus il faut trouver un grand nombre d'Aires données correspondantes à des Abscisses données, plus l'Equation de la Courbe Parabolique, qui satisfera, se compose, c'est-à-dire que la puissance de l'Ordonnée en monte plus haut, & que les termes où se trouve l'Abscisse élevée à toutes les puissances depuis 1, jusqu'à celle de l'Ordonnée moins 1, en sont en plus grand nombre. Cette Abscisse doit être affectée en même tems de certains Coëfficiens, qui fassent le supplément de la dimension, où tous ces termes doivent monter.

L'Artifice de la solution consiste à laisser indéterminés ces Coëfficiens dans l'Equation de la Courbe, qui montera au degré necessaire, & à déterminer ensuite par les valeurs des Aires données celles de ces Coëfficients, ce qui donne aussi-tôt l'Equation particuliere de la Courbe cherchée. C'est-là une application de l'utile & ingénieuse Méthode des *Indéterminées*, inventée par Descartes. Cette application est souvent longue & penible, comme elle l'est ici dans un Exemple de 3 Aires seulement.

Si la Question étoit que pour 2 Abscisses, dont la premiere seroit necessairement moindre que la 2de, on trouvât 2 Aires égales, il semble d'abord que le Problême seroit impossible, car la 2de Aire, dont la 1re ne sera qu'une partie, doit necessairement être plus grande. Mais il ne faut pas décider vîte sur les impossibilités. La Courbe parvenue à l'extremité de la 1re Abscisse y coupera son Axe, & comme on suppose qu'elle avoit pris d'abord son cours au-dessus, où où elle a formé une Aire superieure, elle descendra au-dessous, & y formera une Aire inférieure, & par conséquent negative, ou retranchée, qui détruira ce que l'Aire superieure & positive auroit de trop.

En suivant cette idée, à l'égard d'une Aire, qui soit toûjours la même pour tant d'Abscisses données qu'on voudra, il est visible qu'on fera serpenter la Courbe autour de son axe à l'infini.

Il est clair aussi qu'il n'est pas necessaire pour cette égalité des Aires que les Abscisses croissent en progression arithmetique, auquel cas seulement toutes les Aires égales curvilignes ont des bases droites égales, comme des demi-Cercles d'un diametre égal. Les Aires égales pourront avoir des bases droites si inégales qu'on voudra.

Une Courbe égale & semblable à celle qui serpenteroit ainsi autour de son axe, & posée à contresens, rempliroit tous les vuides alternatifs que laisse la premiere, & il se formeroit, comme dit M. de Maupertuis, une espece de Caducée. Il ne faudroit que quarrer tous les membres de l'Equation de la premiere Courbe, pour avoir le Caducée, ou la Courbe totale.

Puisque malgré la supposition des Abscisses toûjours croissantes, on peut avoir des Aires toûjours égales, on pourra même les avoir décroissantes selon telle raison qu'on voudra. Des Aires negatives détruiront ce qu'il y auroit eû de trop dans les positives.

Ce Problême de M. de Maupertuis a du rapport avec un beau Problême de M. Newton, qui a enſeigné à faire paſſer une Courbe Parabolique par autant de points donnés qu'on voudra, ce qui eſt la même choſe que de trouver des Ordonnées de Courbes Paraboliques correſpondantes à des Abſciſſes données. Par-là on peut changer en Courbe Parabolique à peu près, & ſi près que l'on veut, une autre Courbe, par exemple le Cercle; car ſi une de ces Courbes paſſe par 20, par 30, par 100 points, &c. d'un Cercle, elle ſe confond d'autant plus avec lui, & comme elle eſt toûjours quarrable, elle donne une quadrature du Cercle toûjours plus approchée. Il en ira de même de toute autre Courbe non quarrable, qui par ce moyen le deviendra toûjours, pour ainſi dire, de plus en plus, & autant qu'il eſt poſſible qu'elle le devienne.

CEtte année M. l'Abbé de Molieres publia un *Premier Recueil des Leçons de Mathematique* qu'il avoit *dictées au College Royal.* Ce ſont des Elémens d'Arithmetique & d'Algebre déduits avec l'ordre & la clarté neceſſaires à ceux qui commencent, & qu'on leur refuſe pourtant aſſés ſouvent. Il ne laiſſe pas de ſe trouver parmi ces matieres élémentaires des morceaux que les Savans mêmes pourront remarquer, par exemple, une Theorie nouvelle des Nombres premiers, & la démonſtration de la formule generale pour l'élevation des Polynomes quelconques à des puiſſances quelconques.

M.

M. Clairaut, fils de M. Clairaut dont nous avons parlé en 1725; * lut à l'Académie un Memoire assés ample qu'il avoit fait sur quatre nouvelles Courbes Géometriques de son invention, sur la maniere dont elles se forment, sur leurs proprietés, sur leurs usages. Le principal est qu'elles fournissent un moyen facile de trouver deux & tel nombre qu'on voudra de moyennes proportionnelles entre deux lignes données. L'Auteur déterminoit par le Calcul Différentiel les Tangentes de ces Courbes, leurs points d'Inflexion, leurs plus grandes ou plus petites Ordonnées, & par le Calcul Integral leurs Espaces quarrables, lorsqu'ils l'étoient, le tout avec beaucoup de netteté & d'élégance. Cet Auteur étoit alors âgé de 12 ans 8 mois. Autrefois de pareilles productions auroient fait honneur aux plus habiles Géometres; & aujourd'hui la louange en est à partager entre l'excellence des nouvelles Méthodes, & le genie singulier d'un Enfant.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

L'Ecrit de M. de Maupertuis sur une Question de *Maximis & Minimis*. †

ASTRO-

* p. 64. † V. les M. p. 116.

ASTRONOMIE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

La Comparaiſon d'Obſervations faites à Pekin avec les correſpondantes faites à Paris, par M. Maraldi. *

L'Obſervation d'une Eclipſe de Mars par la Lune, de M. Caſſini. †

Et celles de l'Eclipſe ſolaire du 25 Sept. par Mrs. Caſſini, Maraldi, & Godin. ‡

GEOGRAPHIE.

M. Danville preſenta à l'Académie une nouvelle Carte générale de la France, qu'il avoit dreſſée. On la trouva auſſi conforme aux Obſervations dans la détermination des Latitudes & Longitudes obſervées, qu'une Carte générale le puiſſe être. Elle a paru correctement & proprement deſſinée, le détail des Côtes précis, & le choix des poſitions fait avec connoiſſance & jugement.

Nous

* V. les M. p. 337. † V. les M. p. 368.
‡ V. les M. p. 461. & 464.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires
L'Ecrit de M. Delisle sur la longitude de l'embouchure du fleuve Missisipi. *

CATOPTRIQUE.

SUR LES MIROIRS BRULANS. †

IL y a eû un grand nombre de Siecles, où la proposition de mettre en feu un Corps combustible par le moyen d'un Charbon qui en seroit à 20 pieds de distance, par exemple, auroit passé pour Magique, & il y a encore un très grand nombre de Nations où elle passeroit pour surnaturelle, ou pour extravagante. Nous-mêmes aujourd'hui nous ne laissons pas d'en voir l'execution avec quelque petite surprise, quoique tous les Géometres sachent les principes d'où elle dépend. Il est démontré que tous les rayons qui étant paralleles à l'axe d'une Parabole vont frapper sa concavité en quelques points que ce soit, se réfléchissent à son Foyer, & se rassemblent tous en ce seul point; & reciproquement s'ils partent tous du foyer, comme ils feront lorsqu'un point lumineux y est placé, & qu'ils aillent frapper la concavité de la Parabo-

* V. les M. p. 353. † V. les M. p. 237.

bole, ils se réfléchiront tous parallelement à l'axe. De-là il suit qûe comme ce parallélisme s'étend à l'infini, si on plaçoit une 2de Parabole à une distance infinie de la 1re, de maniere seulement que leur axe fût le même, les rayons réfléchis parallelement par la 1ere, iroient après avoir frappé la 2de s'assembler tous à son foyer, desorte qu'étant partis d'un point ils se réuniroient dans un autre point infiniment éloigné; & comme la lumiere & la chaleur sont la même chose, si le foyer de la 1ere Parabole étoit occupé par un Corps bien chaud tel qu'un Charbon enflammé, toute sa chaleur se feroit sentir au foyer de la 2de Parabole, quoi-qu'infiniment distant. Voilà le pur Géometrique, beaucoup plus merveilleux que ce que nous avons proposé d'abord: mais il est clair que le Physique doit en rabattre beaucoup, & même infiniment, & que des rayons ne s'étendroient pas à l'infini dans l'Air, ni dans aucun Milieu, sans perdre absolument leur force & leur chaleur. On n'aura donc un effet sensible qu'en plaçant les deux Paraboles à quelque distance l'une de l'autre. On entend bien aussi que ce que nous appellons deux Paraboles, parce que c'est dans cette Courbe simple que se trouve la proprieté du foyer, doivent être deux Paraboloïdes, ou Segmens concaves d'un Solide formé par la révolution d'une Parabole autour de son axe. Ce seront deux Miroirs de figure Parabolique. Plus ils sont grands, ou, ce qui est le même, de grands segmens de leurs Paraboloïdes, plus l'un réfléchit parallelement un grand nombre de rayons partis de son foyer, & plus l'autre en rassemble un grand nombre au sien. On me-

mesure leur grandeur par le diametre de leur ouverture, qui est circulaire. Puisqu'il s'agit de réflexion, il faut que leur surface concave qui réfléchit, soit la plus polie qu'il se puisse.

La Parabole peut être considerée comme une Ellipse infinie, dont un des foyers seroit infiniment éloigné de celui qui est toûjours au quart de son parametre. Le point lumineux placé à ce 2d foyer de cette Ellipse infinie, n'envoyeroit sur toute sa concavité que des rayons paralleles à cause de l'éloignement infini; & par conséquent lorsqu'une vraye Parabole rend paralleles les rayons qui sont partis de son vrai foyer, elle leur donne la même direction que s'ils étoient venus de son autre foyer infiniment éloigné, ou, ce qui est le même, les fait tendre à ce foyer, desorte qu'ils y arriveroient par un chemin infini. Donc selon cette analogie de la Parabole, & de l'Ellipse, la vraye Ellipse doit renvoyer à un de ses foyers les rayons d'un point lumineux placé à l'autre; & c'est aussi une proprieté qu'on démontre qui lui appartient.

L'Hyperbole, ou plûtôt les deux Hyperboles opposées, sont une Ellipse infinie coupée en deux moitiés égales posées à quelque distance l'une de l'autre, & de maniere que leurs convexités se regardent; & de-là vient que les rayons d'un point lumineux placé au foyer d'une Hyperbole, & réfléchis par sa concavité, y prennent la même direction que s'ils venoient tous du foyer de l'Hyperbole opposée; ou, ce qui est le même, les rayons qui tendroient tous au foyer d'une Hyperbole, & iroient avec cette direction frapper

per la concavité de l'Hyperbole opposée, se réfléchiroient dans son foyer.

Toutes ces Courbes ont des foyers proprement dits, des points uniques où se réunissent exactement tous les rayons d'une certaine direction. Il n'en est pas de même du Cercle, si ce n'est qu'on supposât tous les rayons partis de son centre, & allant frapper sa circonférence, car alors ils retourneroient tous au centre; mais c'est-là un cas presque entierement inutile. Si des rayons paralleles à l'axe d'un demi-Cercle vont frapper sa concavité, la réflexion ne les rassemble pas tous en un point, mais seulement dans une ligne Courbe d'une certaine étendue, qu'on appelle Caustique, moindre que la circonférence du demi-Cercle sur laquelle les rayons étoient répandus avant la reflexion. Vers le sommet de cette Caustique, qui est au quart du diametre du demi-Cercle, les rayons sont plus rassemblés, & plus serrés que dans tout le reste de la Caustique *; & par cette raison on dit que le foyer du demi-Cercle, ou de la demi-Sphere, qui en seroit formée, ou d'un Segment quelconque de cette demi-Sphere, ou enfin du Miroir concave qui seroit ce Segment, est au quart de son diametre.

Voilà toute la Théorie necessaire pour entendre les experiences de M. du Fay sur les Miroirs brûlans. Il apprit que les Jesuites de Prague en avoient deux Paraboliques concaves, qui produisoient l'effet dont nous avons parlé d'abord. Ils étoient de bois, qu'on avoit doré pour leur donner le poli. On l'avoit seulement assû-

* V. l'Hist. de 1700, p. 164, & celle de 1703, p. 84 & suiv.

aſſûré qu'en plaçant deux pareils Miroirs à 3 pieds l'un de l'autre, l'experience réuſſiſſoit. Il la repeta, & elle lui réuſſit avec les Miroirs qu'il fit, juſqu'à 18 pieds de diſtance, ce qui eſt aſſés conſidérable, quoi-que certainement ce ne ſoit pas le plus grand Terme poſſible.

Il ſubſtitua aux Miroirs Paraboliques deux Miroirs Spheriques, l'un de 20 pouces de diametre, l'autre de 17, & trouva qu'ils brûloient éloignés l'un de l'autre de 50 pieds, c'eſt-à-dire preſque 3 fois plus que les Paraboliques. On entend aſſés qu'un Charbon ardent étant placé au foyer d'un de ces Mirois ſphériques, les rayons qui étoient réfléchis & rendus paralleles par ſa ſurface concave, alloient frapper ſous cette direction la ſurface de l'autre Miroir, & en étoient réfléchis à ſon foyer, où ils brûloient quelques matieres combuſtibles.

On peut conjecturer que cette grande ſuperiorité des Miroirs Sphériques ſur les Paraboliques vient d'un endroit qui paroît deſavantageux pour les Sphériques. Ils n'ont pas comme les Paraboliques un foyer exact, qui ne ſoit qu'un point; mais auſſi le Charbon qu'on met à un foyer quelconque, n'eſt pas un point. Si ce foyer eſt celui d'un Miroir Parabolique, tous les rayons qui ne ſont pas partis du ſeul point du Charbon placé au foyer, ne ſe réfléchiſſent point parallelement à l'axe, ne tombent point ſous cette direction ſur l'autre Miroir, & par conſéquent n'étant point bien réunis à ſon foyer, ils brûlent peu, ou, ce qui revient au même, les deux Mirois ont beſoin pour bien brûler d'être peu éloignés. Mais

ſi

si le foyer où est le Charbon est celui d'un Miroir Sphérique, l'espace qu'occupe le Charbon peut être en grande partie le même que celui de la Caustique du Miroir; or tout ce qui part de la Caustique se réfléchit exactement parallele.

M. du Fay a conçû qu'en interposant entre ses deux Miroirs Sphériques différens Milieux que traverseroient les rayons envoyés par l'un sur l'autre, & en observant de combien il faudroit rapprocher les Miroirs pour leur faire produire le même effet qu'avant cette interposition, il auroit une espece de mesure de l'affoiblissement que les Milieux causeroient aux rayons. Il a trouvé que les Miroirs ayant fait un certain effet à la distance de 18 pieds, si ensuite on interposoit une Glace plane des deux côtés, il falloit les rapprocher de 10 pieds, ce qui marque une grande perte ou un grand affoiblissement de rayons causé par la Glace. Son épaisseur augmente très peu cet effet, & par conséquent il vient beaucoup plus de la perte des rayons réfléchis à la rencontre de la Glace, que de leur affoiblissement par leur passage au travers de son épaisseur.

De la Paille allumée entre les deux Miroirs en diminue considérablement l'action; ce qui revient à l'observation de feu M. Homberg sur le grand Miroir ardent du Palais Royal, qui agissoit beaucoup moins pendant de grandes chaleurs, que quand l'air venoit d'être rafraîchi par la pluye. Une partie des rayons réunis par le Miroir ardent étoient absorbés ou détournés de leurs directions par les Soufres répandus dans l'air pendant les grandes chaleurs; il leur arri-

arrive la même chose dans le cas de M. du Fay, par les Souffres allumés qui font la flamme de la Paille.

Le Vent, même violent, ne diminue point sensiblement l'action des Miroirs, soit que sa direction soit directement contraire à celle des rayons qui vont d'un Miroir à l'autre, soit que les deux directions se coupent à angles droits.

Un Charbon étant placé au foyer d'un Verre convexe des deux côtés, d'où les rayons qui l'ont traversé en s'y rompant sortent paralleles, & tombent sur la surface d'un Miroir concave qui les réunit à son foyer, ces rayons n'ont pu brûler que quand le Verre & le Miroir n'ont été éloignés que de 4 pieds, tant les rayons se sont affoiblis en passant au travers du Verre; & il faut bien remarquer que ces rayons sont ceux d'un Charbon, car ceux du Soleil ou ne s'affoiblissent pas ainsi, ou s'affoiblissent beaucoup moins: d'où M. du Fay conclud une grande différence entre eux & nos feux ordinaires, dont les particules doivent être beaucoup plus massives, & plus sujettes à s'embarrasser dans des passages étroits.

La principale experience de M. du Fay est celle par laquelle il a voulu voir jusqu'où les rayons du Soleil réfléchis pouvoient s'étendre dans l'air, en conservant encore assés de force pour brûler lorsqu'ils seroient réunis. Il a reçû sur un Miroir plan d'un pied quarré l'image du Soleil, & l'a dirigée de façon qu'elle allât tomber sur un Miroir Sphérique concave éloigné, qui réunissoit à son foyer

tous

tous les rayons qu'il recevoit paralleles, ou presque paralleles, & ces rayons devoient allumer quelque matiere combustible. Le Miroir Sphérique a été porté jusqu'à la distance de 600 pieds, & son foyer a été encore brûlant. Cependant le Miroir plan, qui recevoit le premier les Rayons du Soleil, étoit assés petit, les inégalités inévitables de sa surface faisoient perdre beaucoup de rayons; ceux qui portoient l'image du Soleil du Miroir plan sur le concave étoient si divergens, que cette image étoit peut-être 10 fois plus grande sur le concave que sur le plan, & par conséquent ces rayons étoient fort éloignés du parallélisme; enfin ils étoient tous affoiblis par deux réflexions consécutives.

Il paroît par-là que les rayons du Soleil, tels qu'ils sont répandus dans l'air, conservent une grande force malgré un grand nombre de circonstances desavantageuses; & peut-être ne seroit-il pas tout-à-fait impossible d'appeller du jugement que Descartes a porté contre la célébre histoire d'Archimede. Il est vrai qu'afin qu'un Miroir fût capable de brûler à une grande distance, il faudroit, s'il étoit Parabolique, que sa Parabole fût d'une grandeur énorme & impratiquable, puisque le quart de son parametre devroit être égal à cette distance; & si le Miroir étoit Sphérique, il auroit outre cet inconvenient celui d'une grande Caustique proportionnée à la grandeur de sa Sphere. Mais l'expérience de M. du Fay prouve qu'on peut porter avec un Miroir plan, à une assés grande distance, l'image du Soleil dont les rayons seront peu af-

affoiblis ; & si plusieurs Miroirs plans étoient tous posés ou tournés de façon qu'ils portassent cette image vers un même point, il s'y pourroit faire une espece de foyer artificiel qui auroit de la force. Ce fut ainsi, au rapport de Tsetzés, Poëte Grec, mais fort postérieur à Archimede, que ce grand Mathématicien brûla les Vaisseaux des Romains.

Quoi qu'il en soit, il est aisé de voir que les experiences de M. du Fay peuvent avoir leur utilité, & pour les operations curieuses de Physique, & dans la pratique ordinaire de la vie. M. Gauger a déja fait voir l'usage de ses Contre-cœurs de Cheminée Paraboliques. Il n'y a qu'à observer, qu'à raisonner sur les observations, & tout s'étend.

MECHANIQUE.

SUR LE CHOC DES CORPS A RESSORT. *

ON sera peut-être surpris de voir que cette matiere, déja traitée en 1706 †, 1721 ‡, & 1723 § avec assés d'étendue, le soit encore ici. Mais tout ce qu'on en a dit ne va qu'à donner par différentes voyes des for-

* V. les M. p. 10.
† p. 156. & suiv.
‡ p. 109. & suiv.
§ p. 139. & suiv.

formules generales de ce que doit produire le Choc des Corps à Reſſort, fondées ſur des experiences reconnues de tous les Phyſiciens. Il reſte au fond de toute cette matiere une difficulté phyſique très conſidérable, qui à la verité n'a pas dû empêcher que l'on ne profitât toûjours des formules inconteſtables & démontrées, mais qui demandoit un éclairciſſement, que l'on n'a pas encore donné, quoi-qu'on en ſentît aſſés le beſoin.

Nous avons dit en 1706 * que ſi un corps infiniment petit, ayant une vîteſſe finie, choque un corps fini en repos (on les ſuppoſe tous deux à Reſſort parfait) le corps infiniment petit conſerve après le choc la même quantité de mouvement ou force, qu'il avoit auparavant; & le corps fini, qui n'en avoit aucune, en prend une double de celle de l'infiniment petit: deſorte que la quantité totale de mouvement eſt triplée par le choc. D'où vient une augmentation ſi conſidérable? d'où naît après le choc cette nouvelle force?

Et qu'on ne s'imagine pas que c'eſt la ſuppoſition de l'infini, ou de l'infiniment-petit, qui produit ici un effet bizarre. Elle fait ſeulement que la quantité de mouvement eſt préciſément triplée après le choc; car ſi les deux corps ſont finis, elle ſera moins que triplée, mais toûjours fort augmentée. Si un corps ayant 1 de maſſe & 11 de vîteſſe, & par conſéquent 11 de force ou de quantité de mouvement, choque un corps en repos

* p. 171.

pos qui ait 10 de maſſe, la force totale ou des deux corps après le choc, ſera non pas 33, mais 29; & plus, les deux corps étant finis, le choquant ſera petit par rapport au choqué en repos, plus la force totale après le choc approchera d'être triple de ce qu'elle étoit.

On ſentira encore mieux la difficulté, en conſidérant de plus près ce qui ſe paſſe entre les deux corps finis, que nous venons de ſuppoſer. Il n'exiſte avant leur choc que 11 degrés de force ; s'ils étoient parfaitement durs, le petit qui eſt le choquant donneroit au grand dans l'inſtant de leur choc, ou plus préciſément de leur contact, un degré de vîteſſe, & par conſéquent le grand auroit 10 degrés de force, le petit de ſon côté n'auroit plus qu'un degré de vîteſſe, avec laquelle ils iroient enſemble, & ce petit n'auroit donc plus qu'un degré de force. Voilà 11 degrés de force totale après le choc comme auparavant, il n'y a là nulle ombre de difficulté.

Mais les corps étant à reſſort parfait, le petit n'en donne pas moins au grand le même degré de vîteſſe qu'il lui eût donnée dans le cas de la dureté parfaite; & de plus, comme c'eſt en lui ſeul que réſide la force, puiſque l'autre eſt en repos, c'eſt lui ſeul qui fait la compreſſion & le bandement des deux reſſorts qu'ils ont chacun, ou ſi l'on veut, du reſſort qui eſt ſeulement dans le choqué, car cela revient abſolument au même. Or cette compreſſion eſt une action différente de celle par laquelle le petit corps eût donné au grand dans l'inſtant du contact 1 degré de vî-

vîtesse, ou 10 de force: il est même certain par les Regles établies que le ressort du grand corps est comprimé avec 10 degrés de force, ainsi le petit, qui n'a que 11 degrés de force, fait deux actions dont chacune en demande 10 degrés. Nous pouvons ne pas pousser plus loin cette considération, & ne la pas suivre jusqu'après le choc, car si ce que nous venons d'exposer peut être bien éclairci, le reste s'ensuivra sans peine. Voici comment M. l'Abbé de Molieres développe ce mystere de la Nature, sans y employer que les principes les plus communément reçûs en Mechanique.

Une force capable d'imprimer à un corps une certane vîtesse, celle de 1 pied, par exemple en 1 Seconde, peut agir de deux manieres; ou elle ne fera que le choquer dans un seul instant, que lui donner un seul coup, ainsi que l'on conçoit que les corps durs agiroient les uns sur les autres; ou elle poursuivra toûjours le corps pendant un certain tems, en lui donnant toûjours plus de vîtesse. De la 1ere maniere, dans la Seconde qui suit l'instant du choc le corps parcourt un pied; de la 2de, il faut, afin que le corps puisse parcourir un pied, que la force lui ait été appliquée pendant 1 Seconde, & lui ait fait parcourir $\frac{1}{2}$ pied, après quoi elle n'a qu'à l'abandonner, & il parcourra 1 pied dans la Seconde suivante. Cela est connu de tout le monde par le systême de Galilée sur les mouvemens accelerés.

La même force agissant de la 1ere maniere fait dans la Seconde qui suit l'instant du choc, tout

tout l'effet dont elle est capable, puisqu'elle fait parcourir 1 pied; mais agissant de la 2de maniere, elle ne fait dans la même Seconde que la moitié de l'effet dont elle est capable, puisqu'elle ne fait parcourir que $\frac{1}{2}$ pied. Elle pourroit donc dans cette même Seconde produire encore un effet égal à celui-là.

On voit bien que cette idée va s'appliquer au choc des corps à ressort parfait. Le petit corps supposé poursuit toûjours le grand en l'applatissant, & en comprimant le ressort que l'on conçoit n'être qu'en lui, & si le degré de vîtesse qu'il lui doit imprimer est de 1 pied en 1 Seconde, il suffira pour le lui imprimer qu'il le poursuive seulement pendant la 1ere Seconde qui suit l'instant du choc, & lui fasse parcourir $\frac{1}{2}$ pied en le poursuivant. Il lui reste donc encore la moitié de sa force qu'il employe à la compression du ressort du grand corps, effet égal au premier.

Mais il se presente encore ici une difficulté qui renverseroit tout ce qu'on vient d'établir. Un corps qui a parcouru un certain espace par un mouvement acceleré, qu'a produit une force toûjours appliquée, ne peut parcourir ensuite dans le même tems un espace double, lorsqu'il est abandonné par cette force, que dans la supposition que la force pendant tout le tems qu'elle a été appliquée, ait été constante, & toûjours égale. Or ici c'est le contraire, la force du petit corps qui poursuit le grand est toûjours décroissante, puisque ce petit corps perd toûjours de sa vitesse à mesure qu'il en communique au grand.

M. l'Abbé de Molieres en approfondissant davantage le sujet trouve une solution, qui non seulement doit satisfaire, mais devient un principe necessaire dans cette Theorie. Il est vrai que la vîtesse absolue du petit corps choquant diminue toûjours tant qu'il poursuit le grand, mais sa vîtesse respective peut demeurer la même, il suffit pour cela que la vîtesse absolue croissante du cops choqué croisse moins à chaque instant par les mêmes degrés que celle du corps choquant décroît; car alors puisque le choquant poursuit moins le choqué qui fuit moins aussi, & d'autant moins, la vîtesse dont ils s'approchent, ou la vîtesse respective est toûjours égale. Or il est plus que vrai-semblable que la chose soit ainsi. Il est constant par l'experience que plus un ressort est déja comprimé par une certaine force, plus il resiste à une nouvelle compression que la même force tendroit à produire, & il est naturel que cette resistance augmente par des degrés égaux. Le corps choqué ou son centre n'avance & ne fuit qu'autant que son ressort est comprimé par le choquant, & il fuira toûjours moins à mesure que le ressort plus comprimé resistera davantage. La vîtesse respective sera donc toûjours la même pendant tout le tems que le corps choquant agira sur le choqué, & par conséquent une force constante appliquée au choqué lui imprimera un mouvement acceleré conforme au sytême de Galilée, & la moitié de cette force suffira pour donner au corps choqué toute la vîtesse qu'il eût prise en un instant dans le cas de la dureté parfaite, & qu'il

doit

doit prendre encore dans celui-ci, mais par degrés.

Il eſt évident que l'autre moitié de la force du corps choquant, cette moitié qui n'eſt pas employée à donner au corps choqué la vîteſſe qu'il doit avoir, ne demeurera pas inutile. C'eſt elle qui comprime le reſſort, effet égal au précédent, & elle le comprime auſſi par une application continuelle, d'où naît le même avantage qu'à l'egard de la vîteſſe imprimée au corps choqué. Tout le monde convient que c'eſt la ſeule vîteſſe reſpective qui comprime le reſſort, & que cette compreſſion lui eſt toûjours proportionnée.

Voilà donc la ſeule force du corps choquant, qui par la maniere dont ſon action a été conduite, a produit deux effets dont elle n'eût pu produire qu'un ſeul, ſi elle eût agi autrement. Mais il entre encore dans ce choc une autre force différente, & dont il faut tenir compte. M. l'Abbé de Molieres diſtingue la compreſſion du reſſort, & ſon bandement. La compreſſion conſiſte en ce que des parties ſe ſont approchées; & le bandement, en ce qu'elles ont par-là acquis une certaine roideur, une réſiſtance à s'approcher davantage, une tendance à ſe remettre dans leur premier état. C'eſt la vîteſſe reſpective des deux corps qui fait la compreſſion, mais le bandement ne vient que de la cauſe du reſſort, cauſe encore inconnue, & que M. l'Abbé de Molieres ſuppoſe ſans prétendre l'expliquer. Il eſt clair que cette même cauſe doit faire enſuite le débandement. En prenant ces idées, on verra aiſément quels ſont, pour ainſi dire,

 les

les fonds que M. l'Abbé de Molieres a trouvés pour cette surprenante augmentation de force ou de quantité de mouvement dans le cas du choc proposé. Les autres cas se déduiront des mêmes principes, & de-là naissent des formules Algebriques, qui, avec des expressions différentes de celles des formules déja établies, donnent les mêmes resultats.

Il seroit inutile de parler des cas du ressort imparfait, après ce que nous en avons dit en 1723. D'ailleurs il suffit presque toûjours de mettre les Theories dans le cas de la perfection ou de la précision géometrique, & l'on voit aisés ensuite ce que la Physique en rabattra necessairement.

SUR LA FORCE DES REVETEMENS QU'IL FAUT DONNER AUX LEVÉES DE TERRES, DIGUES, CHAUSSÉES, REMPARTS, &c.

SI l'on éleve des Terres, comme pour faire une Chaussée, une Digue, un Rempart, ces Terres, que je suppose qui auront la figure d'un Parallélepipede, ne se soutiendront point en cet état, mais s'ébouleront, desorte

* V. les M. p. 147.

te que leurs 4 côtés verticaux posés sur le plan horizontal, & qui étoient des parallélogrammes, deviendront de figure triangulaire, ou à peu près, parce que la pesanteur des terres, jointe à la facilité qu'avoient leurs parties à rouler les unes sur les autres, les a obligées à se faire une base plus large que celle du Parallelépipede primitif. Pour empêcher cet effet, on les soûtient par des *Revêtemens*, qui sont ordinairement de Maçonnerie.

Comme c'est par une certaine force que les terres élevées en Parallelépipede élargissent leur base, il faut que cette force qu'on appelle leur *poussée*, soit combattue & reprimée par celle du Revêtement, qui par conséquent doit être du moins égale. Pour proceder par regles dans la construction d'un Revêtement, il faudroit avoir déterminé cette égalité, ou cet Equilibre; mais jusqu'ici on n'a point eû cette connoissance dans la pratique de l'Architecture, & l'on s'est conduit assés au hazard. Seulement deux Auteurs François ont écrit sur cette matiere; mais M. Couplet fait voir que non seulement ils se sont trompés chacun dans leur Theorie, mais même dans le calcul des forces qu'ils prétendoient trouver. Il est vrai qu'ici les vrais principes sont assés difficiles à découvrir; on possedera bien toute la Mechanique speculative, & on se trouvera embarrassé dans l'application qu'on en voudra faire à un sujet particulier, où les différentes Puissances, leurs actions, leurs directions ne se montreront pas à découvert, comme dans les figures qu'on traçoit, & feront au contraire très cachées, & très enveloppées. Voici comment M. Couplet demêle celles dont il s'agit prefentement.

Il faut connoître d'abord la force de la pouffée des Terres. Il fuffit de confidérer dans le Parallelépipede une feule face ou côté qui s'éboule, & prend une figure triangulaire, ou forme un *talut*, ligne inclinée à l'horizon, dont la bafe s'appelle *fruit* chés les Architectes. Il eft vifible que moins les parties de la terre font liées les unes aux autres, ou plus leurs furfaces font polies, plus elles ont de facilité à s'ébouler, ou plus le talut qu'elles prennent a un grand fruit. M. Couplet fuppofe cette facilité à fon plus haut point, telle qu'elle eft dans des Boulets de Canon tous égaux, ou dans des Balles de Moufquet; ainfi quand il connoîtra la pouffée de Terres conditionnées de la même maniere, il connoîtra la plus grande force poffible en ce genre, une force plus grande qu'il ne la pourra trouver dans la réalité. Les Revêtemens qui lui refifteront, refifteront donc à tout.

Quand on foûtient des Terres par des Revêtemens, on veut empêcher, & on empêche ce talut, ce triangle de fe former. C'eft donc à ce Triangle qu'on a affaire, & il eft befoin de connoître quel il eft, quelles en font les conditions.

Puifqu'on a fuppofé que les parties des Terres étoient comme des Boulets de Canon, il faut voir quel fera l'arrangement de Boulets pofés les uns fur les autres, de maniere qu'ils qu'ils se soûtiennent d'eux-mêmes en faisant un talut. On posera, par exemple, un Boulet sur 3 autres. Ils feront 3 taluts naturels, qui n'auront aucun besoin de Revêtement. Si du centre du Boulet superieur on tire des droites aux centres des 3 inférieurs, il se formera à cause de l'égalité des 4 Boulets, 4 Triangles équilateraux & & égaux, dont 3 auront leurs sommets concourans en un point qui sera le centre du Boulet superieur, & le 4^eme^ sera couché sur le plan horizontal, & portera sur ses 3 côtés les bases des 3 autres. Cette figure est un *Tetraëdre*, ou Piramide reguliere, dont toutes les faces, & la base sont égales.

Soit que des 3 Boulets qui portent le Boulet superieur, on en ôte 1 ou 2, ce superieur s'éboulera, ou tombera: il est seulement à propos de remarquer que si on ôte 2 Boulets inférieurs, on les aura ôtés du côté d'une des faces du Tetraëdre, & que si on n'en ôte que 1, ce sera à la pointe d'un de ses angles, ou *arrêtes*. Dans l'un & l'autre cas, on ne peut empêcher le Boulet superieur de tomber que par un Revêtement, ou plus generalement par quelque puissance qui le retienne, & il est clair que pour cela cette puissance doit agir contre lui selon une direction horizontale, ou, ce qui est le même, quand elle lui sera appliquée il agira contre elle selon cette direction.

Maintenant pour mesurer cet effort horizontal du Boulet, ou trouver son rapport à sa pesanteur, la seule force connue, il faut imaginer que du sommet du Tetraëdre il tombe une perpendiculaire sur sa base. Elle ne peut tomber que sur un point de la ligne qui partage en deux moitiés égales cette base triangulaire, & de plus ce point est aux $\frac{2}{3}$ de cette ligne, à compter du sommet de l'angle d'où elle part. Si l'on conçoit que la perpendiculaire qui tombe du sommet du Tetraëdre represente la pesanteur du Boulet, les deux parties inégales de la ligne de la base sur laquelle elle tombe, representeront necessairement deux efforts horizontaux du Boulet, l'un par lequel il pousseroit du côté des 2 Boulets inférieurs, s'il n'étoit pas soûtenu par eux, & l'autre par lequel il pousseroit du côté du 3eme, s'il n'étoit abandonné que par ce 3eme. Or comme la ligne dont les deux parties representent ces deux efforts, est partagée par la perpendiculaire qui y tombe en $\frac{1}{3}$, & $\frac{2}{3}$, ou desorte que ses deux parties sont entre elles comme 1 & 2, il se trouve necessairement que la partie 1 est du côté des deux Boulets inférieurs, & d'une face du Tetraëdre, la partie 2 du côté du seul Boulet, ou d'une arrête, d'où il suit que l'effort horizontal 1 du Boulet superieur poussant 2 Boulets, & son effort horizontal 2 n'en poussant que 1, l'effort total de part & d'autre est le même, & que s'il faut un Revêtement ou une puissance pour soûtenir le Boulet superieur, auquel on aura ôté l'appui ou de deux Boulets inferieurs du côté d'une face du Tetraëdre, ou d'un seul du côté de l'arrête, cette puissance ne devra être que la même.

Si l'on conçoit un plus grand nombre quelconque de Boulets, mais dont l'arrangement fasse

faſſe toujours une figure ſemblable à celle des 4 premiers, ce ſera encore le même rapport de la peſanteur aux efforts horizontaux, puiſque les deux figures ſont ſemblables, & encore ce même rapport, ſi au lieu de Boulets ce ſont des terres dont les particules ſoient rondes, égales & polies. Il eſt clair que de tout le Tetraëdre ſolide il ſuffit d'en conſidérer une lame qui ſera le Triangle, dans le plan duquel ſont la perpendiculaire que nous avons déja tirée du ſommet du Tetraëdre, & la ligne de la baſe ſur laquelle elle tombe. Cette même ligne eſt auſſi la baſe de ce nouveau Triangle, un de ſes côtés fait l'arrête du Tetraëdre, & l'autre côté eſt une ligne qui part du ſommet du Tetraëdre, & en coupe une face en deux parties égales. Comme la baſe de ce Triangle eſt diviſée par la perpendiculaire en deux parties, dont l'une eſt double de l'autre, ſi l'on prend la petite partie pour 1, ce qui rend l'autre 2, on trouvera aiſément que la perpendiculaire tirée du ſommet du Triangle ou du Tetraëdre, eſt la racine de 8, c'eſt-à-dire un peu moindre que 3, deſorte que le rapport de la peſanteur de la lame triangulaire de terre à l'effort horizontal dont elle pouſſe, eſt comme la racine de 8 à 1 d'un côté, & à 2 de l'autre, propoſition fondamentale de toute la Théorie de M. Couplet, & dont les conſéquences ſont extrêmement différentes de tout ce qu'on avoit imaginé juſqu'à preſent.

Soit un Priſme triangulaire de terre poſé horizontalement ſelon ſa longueur, & tel que ſa dimenſion verticale ſoit à l'horizontale, comme la racine de 8 est à 1, il est visible qu'il ne s'éboulera point, & qu'il n'a nul besoin de Revêtement qui le soûtienne, puisque tout son effort horizontal pour s'ébouler est déja satisfait & rempli par l'étendue que sa base ou son fruit a par rapport à sa hauteur. Mais si à ce Prisme triangulaire de terre on en ajoûte un égal & semblable, desorte que le tout fasse un Parallelépipede, il est certain que le 2d Prisme triangulaire, renversé par rapport au 1er, ne se soûtiendra pas en cet état, & qu'il faudra l'empêcher de s'ébouler. C'est assés de considérer une lame parallélogrammique du Parallelépipede. La moitié de cette lame dont la base est en bas, se soûtient seule en vertu de ses deux dimensions; l'autre moitié dont la base est en haut, ne se soûtient pas, & elle a pour s'ébouler un effort horizontal qui est à sa pesanteur, comme 1 à la racine de 8.

Ici il peut sembler d'abord que si on avoit un Parallelépipede, ou une lame parallélogrammique dans d'autres dimensions, ce ne seroit plus la même chose. Mais tout se réduira aisément au cas proposé. Si la base est trop petite, c'est-à-dire plus petite que n'est 1 par rapport à la racine de 8, on concevra la hauteur du parallélogramme diminuée, desorte que sa hauteur soit à sa base comme la racine de 8 à 1, & il restera un petit parallélogramme que l'on considérera comme un poids étranger, dont sera chargé tout le parallélogramme formé dans le rapport requis, & on aura égard à ce poids dans l'estimation des forces. Si au contraire la base est trop gran-

grande, cela n'empêchera pas qu'on ne puiſſe toûjours former ſelon le rapport requis le triangle qui ſera à ſoûtenir, & ce triangle étant retranché du parallélogramme total, il y reſtera un Trapeze que l'on verra évidemment, qui ſe ſoûtiendra ſeul. Il faut donc toûjours compter que l'on a à ſoûtenir un Triangle renverſé qui eſt dans le rapport poſé.

La peſanteur des terres étant connue, on a en termes connus par la proportion trouvée l'effort horizontal ou la pouſſée du Triangle à ſoûtenir: mais ce n'eſt pas aſſés, il faut ſavoir contre quoi cet effort doit s'exercer, ce qu'il tendra à faire, & comment il y tendra.

On oppoſe au paralélogramme, ou au Triangle renverſé de terre, un Revêtement vertical, dont la hauteur eſt ordinairement égale à celle du Triangle. La pouſſée du Triangle tend à renverſer ce Revêtement, c'eſt à-dire à le faire tourner ſur ſon extremité inférieure, ou ſur ſon pied, deſorte qu'il ſe jette & tombe de l'autre côté. Ce pied du Revêtement doit être conſidéré comme le point d'appui d'un Levier, & tout l'effort du Triangle qui pouſſe étant réuni dans ſon Centre de gravité, l'action de ce Centre doit être conſidérée par rapport au point fixe du Levier, car plus elle s'appliquera à un point qui en ſera éloigné, plus elle ſera forte.

Le Centre de gravité d'un Triangle eſt aux $\frac{2}{3}$ de ſa hauteur comptés depuis ſon ſommet. Le Triangle dont il s'agit étant renverſé, une ligne horizontale tirée de ſon Centre de gravité ſur le Revêtement y détermine un point dont la distance au point fixe du Levier est les $\frac{2}{3}$ de la hauteur du Triangle ou du Revêtement, & les $\frac{2}{3}$ de cette hauteur sont donc le bras de Levier par lequel le Triangle qui pousse agit contre le Revêtement. Il faut multiplier par ce bras l'effort horizontal déja trouvé, & ce produit égal à la 12eme partie du Cube de la hauteur des terres, est toute l'*énergie* du Triangle ou des terres, car c'est ainsi que M. Couplet avec quelques autres Mathématiciens appelle une action, un effort, considéré avec la maniere dont il est appliqué; considération necessaire & indispensable.

Cela fait, il ne faut plus que trouver l'énergie du Revêtement, égale à celle des terres que l'on connoît; car le Revêtement a aussi une certaine force, appliquée d'une certaine maniere par rapport au point fixe commun, ou à certaine distance de ce point. Ces bras de Levier avoient été absolument oubliés par les deux Auteurs qui ont traité cette matiere.

Comme l'on n'a consideré qu'une lame de terre qui pousse, il ne faut considerer qu'une lame du Revêtement qui résiste. La force absolue de cette lame sera le poids de la matiere dont elle sera faite, comparé au poids de la terre, & la grandeur de sa surface; mais de plus cette force étant réunie dans le Centre de gravité de la lame, agira par un bras de Levier, qui sera la distance de la direction horizontale de ce Centre au point fixe. Or on voit que ces déterminations dépendent de la hauteur, & de la figure de la

la-

lame du Revêtement. La hauteur eſt ordinairement égale à celle des terres qu'on veut ſoûtenir, & la figure eſt celle d'un parallélogramme ou d'un triangle, dont on a ſans peine les aires, & les Centres de gravité, & par conſéquent les bras de Levier dans le ſujet preſent.

Cependant les Problêmes que l'on a à reſoudre, & que M. Couplet reſout ſur l'énergie du Revêtement, celle des terres étant toûjours connue, ne laiſſent pas d'être en grand nombre, & aſſés ſouvent difficiles & compliqués. La hauteur du Revêtement devant être égale à celle des terres, il ſera ou parallélogrammique, & en ce cas il faut déterminer ſa largeur; ou triangulaire, & il faut déterminer ſa baſe; ou fruit, ou parallélogrammique & triangulaire en même tems, c'eſt-à-dire qu'un triangle ſera appuyé contre un parallélogramme, & alors il faut déterminer ou la baſe totale, ou ſeulement celle du parallélogramme, ou ſeulement celle du triangle. Le Revêtement parallélogrammique & triangulaire en même tems peut ne pas commencer dès le haut à être triangulaire, mais ſeulement à une certaine hauteur, & il faudra déterminer la baſe, ſoit du parallélogramme, ſoit du triangle, ou la largeur du parallélogramme une des baſes étant donnée. Enfin le Revêtement peut être plus haut que les terres, ce qui doit diminuer ſa baſe à un certain point. Tout cela demande beaucoup d'application des Méthodes que la Géometrie fournit pour réſoudre les Problêmes, ou pour déterminer en lignes les grandeurs dont

l'Al-l'Algebre ne donne que des expressions assés enveloppées. Les Architectes trouveront ici quantité de déterminations précises, qui manquoient à leur Art, si cependant il n'arrive pas encore que l'on préfére des Regles faites au hazard, qui ont l'avantage d'être établies.

Dans toute cette Recherche M. Couplet a supposé que les Revêtemens avoient des surfaces verticales parfaitement planes & polies, où les terres trouvent des appuis horizontaux, & c'est ainsi que ce sujet a été pris par les Auteurs précédens. Mais les Revêtemens réels ont des surfaces graveleuses & inégales, ce qui apporte dans la Theorie des changemens, dont M. Couplet traitera dans la suite.

SUR LA FORCE DES CEINTRES. *

QUAND on construit une Voute, une Arche de Pont, &c. il est évident qu'il la faut commencer par poser de chaque côté les Pierres ou *Voussoirs*, qui doivent être sur les deux *Piédroits*. On pourroit continuer ainsi jusqu'à une certaine hauteur, parce que le premier Voussoir n'étant nullement incliné à l'Horizon, & ne faisant nul effort pour tomber, & les suivans qui commencent à être inclinés, l'étant encore peu, ainsi qu'il a été dit en 1704 †, ils se soûtiendroient sans peine, ou par la force du Ciment, ou par celle du frottement seul qui les arrêteroit. Mais cela ne

* V. les M. p. 303. † P. 114 & suiv.

ne pourroit pas aller loin, & les Voussoirs seroient bientôt si inclinés, qu'il seroit impossible qu'ils se soûtinssent, & que la construction avançât. L'expedient qu'on a trouvé est de construire un Ceintre de Charpente de la même figure ou courbure par sa convexité, dont la Voute doit être par sa concavité, & d'élever la Voute sur ce Ceintre qui la porte & la soûtient toûjours, jusqu'à ce qu'enfin la Clef, ou dernier Voussoir du milieu étant posé, elle se soûtienne par sa construction seule & sans Ceintre.

Un Ceintre seul ne porte pas toute la Voute. On en construit plusieurs selon sa largeur, tous égaux & semblables, disposés parallélement les uns aux autres à distances égales, qui sont ordinairement de 6 pieds, desorte que le poids est également partagé entre eux. S'il y en a 5, chacun n'en porte que la 5eme partie. La force necessaire à un Ceintre, c'est ce que M. Pitot a entrepris d'examiner & de calculer géometriquement.

Il faut d'abord connoître la valeur du poids qu'on a à soûtenir, la pesanteur de la Voute, ce qui dépend & de sa figure, & des materiaux dont elle est faite.

Une Voute peut être en demi-Cercle, ce qu'on appelle *plein ceintre*, ou n'étant point en demi-Cercle, elle sera plus ou moins haute que selon cette figure, ce qu'on appelle Voute *surhaussée*, ou *surbaissée*. M. Pitot ne traite que des Voutes en plein ceintre, ou surbaissées, qui sont les plus ordinaires.

Il donne à cette occasion une Méthode géometrique qu'il a trouvée de tracer une es-

espece particuliere de Voute surbaissée, qui merite qu'on la prefere aux autres, parce qu'elle est fort agreable à la vûe, & ne fait point de *jarret*, c'est-à-dire que tout son contour est doux & assés uniforme, & n'a point d'endroit qui soit marqué par une courbure plus sensible & plus rude que les autres. Elle est formée de 3 arcs circulaires qui ont chacun 60 degrés, celui du milieu est pris dans un certain Cercle à volonté, les deux autres sont pris dans deux Cercles égaux différens du premier, & qui ont d'autres centres. M. Pitot avoit remarqué que dans la pratique commune, qui est fort sujette à être aveugle, & mal reglée, on prenoit mal les centres de ces deux 2ds Cercles. Il en donne une autre exactement démontrée. C'est cette Voute surbaissée ainsi décrite que M. Pitot compare toûjours à la Voute en plein ceintre.

Selon que la Voute aura l'une ou l'autre figure, sa solidité ou pesanteur sera différente. Mais il faut faire attention à ce que, selon ce qui a été dit en 1704, les Voussoirs ne tendent pas par toute leur pesanteur absolue à tomber; ils sont soûtenus en partie les uns par les autres, & le Ceintre n'est chargé que du reste de leur effort qui sera déterminé par les Regles de Mechanique. Après cela, la pesanteur de la Voute sera différente aussi, selon la Pierre qu'on employera. Il y a un moyen fort aisé de trouver la pesanteur de toute sorte de Pierre, ou de Corps plus pesant que l'eau. On en pese un morceau quelconque dans l'air, ensuite dans l'eau. Il pese moins dans l'eau, & ce moins est le poids d'un volume d'eau égal au morceau pesé. On a donc le rapport de sa pesanteur à celle de l'eau, dont on sait qu'un pied cube pese 72 liv.

Le poids de la Voute étant connu, reste à connoître la force du Ceintre, qu'il suffiroit géometriquement qui fût égale, mais qui dans la pratique doit être superieure.

Le Ceintre est un assemblage de Charpente, dont nous n'entreprendrons pas la description, & d'autant moins que la construction en peut être différente selon le genie ou les habitudes des Architectes. En general, ce sont des pieces de bois, qui ayant à soûtenir le poids de la Voute dont elles sont pressées & poussées en embas, doivent être disposées entre elles de façon qu'elles s'appuyent les unes les autres, se *contrebutent*, & ne puissent ceder. Cela dépend de la force absolue des bois, & de la position des pieces.

Une piece de bois étant posée verticalement, si on attache à son bout inférieur un poids dont l'effet sera de tirer ses fibres en embas, & de tendre à les séparer les unes des autres, de façon que la piece rompe, elle soûtiendra un très grand poids avant que cet effet arrive. La longueur de la piece n'y fait rien, il n'y a que sa grosseur ou base. M. Pitot a éprouvé que le bois de Chêne soûtient environ 60 liv. par ligne quarrée de sa base, & c'est le bois de Chêne dont on se sert le plus souvent dans la Charpente. Les pieces dont un Ceintre est composé n'ont pas à soûtenir un effort qui les tire de haut en bas, mais au contraire un effort qui les pouſſe de haut en bas, & tend à les écraſer, ou à les faire plier. M. Pitot a trouvé qu'elles font encore une réſiſtance un peu plus grande à ce ſecond effort, & ne prend les deux réſiſtances que pour égales, car il vaut toujours mieux ſe tromper en ſuppoſant trop peu de force au Ceintre.

Quant à la poſition des pieces, dont la plûpart ſont neceſſairement inclinées, ce qui modifie & affoiblit leurs réſiſtances abſolues ſelon que les angles d'inclinaiſon ſont différens, M. Pitot en fait le calcul par la Théorie des Mouvemens composés, ou, ce qui eſt la même choſe, par les Diagonales de feu M. Varignon. Ces Diagonales ſont en nombre d'autant plus grand, & ſe compliquent d'autant plus les unes avec les autres, qu'il y a plus de pieces dans le Ceintre. Au moyen de cette Théorie, la peſanteur de la Voute étant toujours connue, ſi de plus les groſſeurs & les poſitions des pieces du Ceintre, c'eſt-à-dire ſi la conſtruction du Ceintre, ou plutôt le Ceintre même eſt donné, on trouvera le rapport de ſa force à celle de la Voute, & cela tant pour la Voute demi-circulaire, que pour la ſurbaiſſée telle que nous l'avons décrite.

On voit aſſés par-là combien la certitude & la préciſion que M. Pitot met dans cette matiere, l'emportent ſur de ſimples uſages, toujours incertains, & ſouvent faux, que ſuivent les Ouvriers, & même leurs Maîtres.

M. Pitot inſinue que tout l'Art de la Charpente

pente eſt encore très peu connu : un ſeul Auteur en a traité, encore n'a ce été que pour donner les noms & les définitions des différentes pieces. Il ſeroit à ſouhaiter que la Géometrie s'en mêlât pour en déterminer les forces, le moindre nombre poſſible, l'aſſemblage le plus avantageux, & en quelques occaſions le plus agreable à la vûe, &c. La Géometrie eſt certainement pouſſée fort loin, & n'eſt pas encore aſſés appliquée.

MACHINES OU INVENTIONS *APPROUVÉES* *PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXVI.*

I.

UNE Pendule de M. Ducheſne Horloger, qui marque par un Cadran fixe l'heure moyenne, & par un autre concentrique & tournant l'heure vraye. Les Minutes & Secondes des deux tems ſont marquées auſſi, & de plus les jours du Mois, & les Signes. Une Courbe Elliptique fait mouvoir les Cadrans qui appartiennent au tems vrai, & la façon dont elle les fait mouvoir a paru nouvelle, & aſſés bien imaginée. Si la Pendule étoit arrêtée ou dereglée, il ſuffit de la mettre à l'heure par l'Aiguille du tems moyen, & tous les Cadrans ſe placent auſſi-tôt dans la diſpoſition où ils doivent

vent être. On a trouvé cet ouvrage conduit avec entente, & executé avec beaucoup d'habileté.

I I.

Une Horloge du S^r. Mathieu Kriegſeiſſen, qui eſt à Rochet, & à Pendule, comme à l'ordinaire : mais qui marque, outre tout ce qu'on pourroit demander à une Horloge, tout ce qu'on demanderoit à un Calendrier ; le tems moyen & le vrai en Minutes ; tout ce qui appartient à la revolution du Soleil & à celle de la Lune, même avec ſes phaſes, & ſa figure apparente ; le paſſage du 1er degré d'Aries par le Meridien ; l'heure des principales Villes du Monde, tant moyenne que vraye ; le quantiéme du Mois, avec la différence de ceux qui ont plus ou moins de jours que les autres, ſans qu'il ſoit beſoin d'y toucher, qu'aux années Biſſextiles ; l'Epacte, le Nombre d'Or, le Cycle Solaire, &c. Cette Pendule a paru ingenieuſement imaginée, & malgré la grande quantité de choſes qu'elle marque, on a trouvé ſes mouvemens arrangés avec beaucoup d'ordre & d'intelligence, & autant de ſimplicité qu'il eſt poſſible.

I I I.

Une eſpece de Moulin à vent, pour labourer la terre ſans Bœufs, ni Chevaux, inventé par le S^r. Laſſiſe Menuiſier de Farmoutier en Picardie. Il eſt différent du Chariot à voiles que M. du Quet a voulu employer au même uſage.

usage. La Machine du Sr. Lassise a été trouvée simple, & propre à produire l'effet proposé, & on a crû que l'Auteur avoit le genie necessaire pour y faire quelques supplémens qu'elle demanderoit. Mais toutes les Machines de cette espece ont des inconveniens sans remedes. On n'est pas sûr d'avoir toûjours du Vent; elles ne pourroient servir que dans des lieux plats & découverts, & celle du Sr. Lassise en particulier dans de grandes étendues de terrain continu, appartenant à un même Maître. Il ne faut point dispenser les Gens de la Campagne de nourrir autant de Bœufs & de Chevaux qu'ils font presentement.

IV.

6 Machines de M. Dubois Ingenieur & Officier Reformé, qui ont à peu près rapport aux mêmes objets.

La 1ere pour nettoyer des Ports, ou des Canaux, ou pour enlever de la terre déja remuée. Elle consiste en deux especes de Baquets, ou Cuilliers de fer, qui s'approchant avec force enlevent la vase ou la terre. On tourne ensuite toute la Machine sur un Pivot vers l'endroit où l'on veut vuider les Cuilliers, ce qui se fait par une espece de Bascule, qui est au fond : 4 hommes y sont employés. Mais il a paru qu'il y avoit beaucoup de frottemens, & que quelques Piéces faisoient un effort considérable.

La 2de est une espece de Mouton armé de coins de fer pour ébouler la terre dans une Tranchée commencée avec les Outils ordinaires.

La

La 3eme est une Cuillier, qui se meut par 2 hommes pour enlever la terre abbattue avec la Machine précedente, & la jetter dans un grand Baquet, qui s'enleve avec une 4eme Machine, & porte la terre où l'on veut.

La 5eme est un autre Mouton fort pesant, composé de plusieurs masses à côté l'une de l'autre, pour battre & affaisser la terre.

La 6me est une espece de double Bascule, que 2 hommes font mouvoir pour applanir & égaler la terre.

Ces dernieres Machines, qui sont très simples, ont paru ingenieusement executées. Elles peuvent servir dans les travaux de terre, comme Excavations, Transports, Constructions de Terrasses, Glacis, & autres ouvrages pareils.

V.

Une Pendule du tems vrai, inventée par M. Thiout Horloger. Une Courbe qui en est la principale piece est tracée avec tant de justesse, que quand même on place avec la main à différens jours de l'année une Roue d'un an d'où dépend le mouvement vrai, on trouve toûjours un parfait accord avec la Table des Equations.

L'Académie a déja vû plusieurs Pendules construites sur le même principe, & qui marquent la différence de l'heure moyenne, & de la vraye, par une Courbe pareille; mais celle-ci a paru fort simple, & ingenieusement imaginée. Il est vrai qu'elle ne marque les secondes du tems vrai que de 10 en 10, mais cela est compensé

pensé par sa simplicité, & la facilité de sa construction.

VI.

Une application des Vis proposée par M. le Maire, Ingenieur en Instrumens de Mathematique, pour élever ou abaisser des Poids parallelement. Dans cette Machine le mouvement imprimé à une Vis se communique necessairement à d'autres en tel nombre qu'on veut, par le moyen d'autant de Roues, dont chacune est attachée au collet de chaque Vis, & qui s'engrainent immediatement; ce qui oblige de faire les pas des Vis, alternativement prises, en sens contraires. Par-là, si on imprime à une Vis une certaine force, elle se trouve distribuée également à toutes selon leur nombre; ce qui est l'avantage de cette Machine, & n'est pas dans toutes les Machines à Vis. On s'est souvenu que M. Petit, Intendant des Fortifications, avoit donné une semblable application des Vis pour la construction & l'usage du Micrometre.

VII.

Une Machine de M. Auger, à battre le Tan, & à élever des fardeaux. Nous avons parlé assés au long en 1717 * de la Courbe développante du Cercle; c'est par son moyen que M. Auger a rendu les forces toûjours égales dans sa Machine, & les élevations des poids égales; ce

* p. 91. & suiv.

ce qui est un avantage considérable. On a trouvé d'ailleurs qu'il a apporté dans la construction toute l'intelligence, & toutes les attentions qu'on pouvoit desirer pour rendre sa Machine solide, & les mouvemens doux par la diminution des frottemens, & pour mettre à profit la force de l'Eau.

VIII.

Une Machine pour élever l'Eau, executée à Passi par Mrs. Mey & Meyer, Anglois. On ne sait point le nom de l'Inventeur, qui étoit Anglois aussi. Elle est employée en Angleterre, principalement pour épuiser l'eau des Mines de Charbon. Elle est extrêmement ingenieuse, très simple, & capable de grands effets. Elle a l'avantage de se procurer à elle-même, par sa construction, tous les mouvemens dont elle a besoin. Deux forces mouvantes y agissent alternativement. L'une est la vapeur d'une Eau chaude, qui s'élevant sous un Piston de fer enfermé dans un Tuyau, l'oblige de s'élever, ce qu'il ne peut sans faire descendre en même tems d'autres Pistons dans des Corps de Pompe. Cela fait, non seulement l'entrée dans le tuyau de fer où s'élevoit la vapeur chaude, lui est fermée, mais ce tuyau est rafraîchi dans le moment par de l'eau froide, qui y coule, desorte que le Piston élevé par la vapeur, retombe pressé par tout le poids de l'Athmosphere, qui est l'autre force mouvante. Alors les Pistons des corps de Pompes sont obligés de s'élever, & l'Eau qu'ils ont puisée, & qui les a suivis dans leur élevation, se verse où l'on veut. Cette Machine éleve en une Minute à plus de 30 pieds de haut

haut 116 pieds cubes un pouce $\frac{1}{2}$ d'Eau, ce qui fait en 24 heures 20925 Muids. Il eſt vrai que pour cet effet il faudroit dans ces 24 heures brûler 5 voyes de bois environ, mais le même effet couteroit davantage par d'autres moyens. Dans les Lieux où le bois ne ſera pas cher, on aura un grand avantage avec peu de dépenſe. On pourra même ſe ſervir de Charbon de terre, au lieu de bois. On a crû que cette Machine pouvoit encore être perfectionnée.

IX.

Deux Machines aſſés ſemblables de M. Boulogne, pour remonter les Bateaux, par le moyen ordinaire d'un Cordage, qui les tire vers un point fixe. Ce qu'on a trouvé de nouveau, & d'ingenieux, c'eſt la maniere dont ſe fait la direction du Cordage, ſa reception, ſon devidage autour des Tambours, & ſon échappement.

Cette direction eſt telle, que par le moyen de pluſieurs Rouleaux verticaux, le Cable en paſſant toûjours entre deux de ces Rouleaux eſt forcé à s'appliquer d'abord ſur le milieu d'un Tambour, & toujours enſuite ſur les mêmes endroits, deſorte que jamais un tour ne peut toucher aucun des autres, & qu'on peut porter le Cable devidé à un autre point fixe ſans perdre de tems. Cette façon de direction du Cordage pourroit être employée utilement aux Machines à Tambour, aux Cabeſtans, aux Treuils. Du reſte, comme on a trouvé par experience que les Machines de M. Boulogne ſeront lentes, on pourroit s'en ſervir dans les occaſions qui ne demanderoient pas de vîtesse, par exemple, entre les Ponts de Paris, où le tirage des Chevaux sur les Quais fait un embarras incommode; sauf cependant les inconveniens qu'on ne peut apprendre que de l'experience.

X.

Une nouvelle Méthode d'écrire ou noter le Plein-Chant, inventée par M. Demotz, Prêtre du Diocese de Geneve. Son dessein a été non seulement que le Plein-Chant fût plus aisé à apprendre & à executer, mais encore qu'on ne fût pas obligé de l'écrire en de si gros Volumes, qui coutent beaucoup, & souvent trop pour un grand nombre de pauvres Eglises. Dans le Systeme de l'Auteur, chaque sillabe est suivie de sa Note, ce qui épargne l'espace que tiennent les 5 Lignes ordinaires: chaque Note est ronde, quarrée, ou en losange, selon qu'elle appartient à l'Octave moyenne, superieure, ou inférieure: elles ont toutes une Queue, dont la direction très sensible vers un des côtés ou un des angles de la Page, marque le ton de la Note; & la variation de la figure de cette Queue marque si la Note est breve ou longue. Il y a eû des experiences faites sur la facilité d'apprendre le Plein-Chant par cette Méthode, & il y a déja des Livres d'Eglise imprimés sur la foi de ce qu'on en attend.

XI.

Un assemblage que le Sr. Joseph Lespiniere a fait de 20 Machines différentes, toutes mues par un mê-

même mouvement; 1. un Moulin à poudre, 2. un Moulin pour lisser la poudre, 3. une Machine pour écraser le Soufre, 4. un Moulin à papier, 5. un Moulin à Tan, 6. un Moulin à Foulon, 7. un Moulin à Farine, 8. un Mouvement pour élever des Pistons, semblable à celui de la Machine de Marli, 9. une Scierie à bois, 10. une Scierie pour la pierre, 11. une Machine à broyer les couleurs, 12. une Machine pour râper du Tabac, 13. une autre pour le sasser, 14. une Machine pour mouvoir des Rames, 15. un Chapelet pour l'élevation de l'eau, 16. un Mêtier de Tisseran, 17. des Marteaux de forges à fer, 18. une Machine pour remonter les Bateaux, 19. un Cric, 20. une Machine à polir. On jugera assés que l'Auteur n'a pas pensé à la pratique ou à l'usage; il n'a voulu que donner dans un Modele portatif, une idée d'un grand nombre de Machines à la fois. Il a fallu de l'industrie pour les disposer de façon, que le mouvement de la main appliqué à la Manivelle d'un Arbre les fît agir toutes ensemble, aussi aisément qu'il le fait.

XII.

Une Méthode de M. de Gamache, pour le Jaugeage des Tonneaux. Il regarde un Tonneau comme ayant été formé par la révolution d'une Ellipse autour de son grand axe, après quoi les deux bouts du Solide Ellipsoïde ont été retranchés. Il a à son milieu un Cercle plus grand que tous les autres, & des deux côtés des Cercles paralleles, égaux, & décroissans jusqu'à ceux des deux fonds. Pour la solidité ou capacité de cet Ellipsoïde tronqué, le Calcul géometrique donne les $\frac{2}{3}$ du grand Cercle, & $\frac{1}{3}$ d'un Cercle du fond multipliés par la longueur du Tonneau, ou distance des deux fonds. Il est visible que l'Ellipsoïde seroit égal à un Cilindre de même longueur ou hauteur, dont la base circulaire seroit égale à $\frac{2}{3}$ & à $\frac{1}{3}$ des deux Cercles supposés. Sur ce principe, M. de Gamache calcule quelles seront différentes bases circulaires égales aux $\frac{2}{3}$ d'un grand Cercle, & à $\frac{1}{3}$ d'un petit, ce grand Cercle & ce petit, ou plutôt leurs diametres variant toujours; car en prenant une certaine étendue depuis le plus petit Cercle possible d'un Tonneau jusqu'au plus grand, les deux Cercles du Tonneau dont il s'agira, ou leurs diametres, se trouveront dans une Table, & on aura l'aire d'un Cercle égale aux $\frac{2}{3}$ d'un des Cercles, & à $\frac{1}{3}$ de l'autre. Il ne faudra plus que la multiplier par la longueur du Tonneau. Ce n'est-là qu'une simple ébauche de la Méthode. On l'a trouvée très bien démontrée en toutes ses parties, & très facile dans l'execution.

ELO

ELOGE

DE M. DELISLE.

GUILLAUME DELISLE nâquit à Paris le dernier Fevrier 1675, de Claude Delisle, homme très celebre par sa grande connoissance de l'Histoire & de la Geographie, & qui les enseignoit dans Paris avec beaucoup de succès à tous ceux qui, faute de loisir, ou pour s'épargner de la peine, ou pour aller plus vîte, avoient besoin d'un Maître. Tous les jeunes Seigneurs de son tems, & heureusement son tems a été très long, ont appris de lui; feu M. le Duc d'Orleans fut son disciple, & comme il se connoissoit dès-lors en hommes, il conserva toûjours pour lui une bienveillance particuliere. M. Delisle n'étoit pas de ces Maîtres ordinaires, qui n'en savent qu'autant qu'il faut pour débiter à un Ecolier ce qu'il ne savoit pas; il possedoit à fond les Sciences dont il faisoit profession, & je l'ai assés connu pour assûrer que la candeur de son caractere étoit telle qu'il n'eût osé enseigner ce qu'il n'eût sû que superficiellement.

Le pere reconnut bientôt dans son fils toutes les dispositions, qu'il pouvoit souhaiter, & il étoit impossible que l'éducation manquât à la nature. M. Delisle presque enfant, à l'âge de 8 ou 9 ans, avoit déja dressé, & des-

deſſiné lui-même, ſur l'Hiſtoire ancienne, des Cartes que M. Freret a vûes, car il eſt bon d'avoir pour cette eſpece de prodige un témoin illuſtre par une grande érudition. Ce fut vers la Géographie que M. Deliſle tourna toutes ſes études, déterminé de ce côté-là par ſon inclination, aidé de toutes les connoiſſances, & conduit avec toute l'affection d'un Pere.

Communément, on n'a guere d'idée de ce que c'eſt qu'une Carte Géographique, & de la maniere dont elle ſe fait. Pour peu qu'on liſe, on voit aſſés la différence d'une Hiſtoire à une autre du même ſujet, & on juge les Hiſtoriens; mais on ne regarde pas de ſi près à des Cartes de Géographie, on ne les compare point, on croit aſſés qu'elles ſont toutes à peu près la même choſe, que les modernes ne ſont qu'une repetition des anciennes; & ſi dans l'uſage on en prefere quelques-unes, c'eſt ſur la foi d'une reputation dont on n'a pas examiné les fondemens. Les beſoins ordinaires ne demandent pas dans les Cartes une grande exactitude. Il eſt vrai que pour celles qui appartiennent à la Navigation, il en faut une qui ne peut être trop parfaite; mais il n'y a que les Navigateurs qui ſentent cette neceſſité, il y va de leur vie.

Si lorſqu'un Géographe entreprend de faire une Carte de l'Europe, par exemple, il avoit devant lui un gros Recueil d'Obſervations Aſtronomiques bien exactes de la Longitude & de la Latitude de chaque Lieu, la Carte ſeroit bien-tôt faite, tout viendroit s'y placer de ſoi-même à l'interſection d'un Meridien

&

& d'un Parallele connus. Jamais cette Carte n'auroit besoin de correction, à moins qu'il n'arrivât des changemens physiques, qu'elle ne garantissoit pas. Mais on a jusqu'ici très peu d'Observations des Longitudes des Lieux, on ne peut guere en avoir que depuis que feu M. Cassini a calculé les mouvemens des Satellites de Jupiter, & que l'on observe à l'Académie les Eclipses des Fixes par les Planetes; car avant cela on n'avoit pour les Longitudes que des Eclipses de Lune, qui sont rares, qui jusqu'à l'invention des Lunettes n'étoient pas assés bien observées, & qui même encore aujourd'hui ne donnent pas aisément des déterminations assés précises. On a toûjours pu observer les Latitudes, & les Observations pourroient être en grande quantité; mais il faut des Observateurs, & il n'y en a que depuis environ 200 ans, & en très petit nombre, semés dans quelques Villes principales de l'Europe. On n'a donc pour la Carte qu'on en feroit, que quelques points déterminés sûrement par observation astronomique; & où prendre tous les autres en nombre infini? On ne peut avoir recours qu'aux Mesures Itineraires, aux distances des Lieux, répandues en une infinité d'Histoires, de Voyages, de Relations, d'Ecrits de toutes especes, mais peu exactement, &, ce qui est encore pis, différemment presque dans tous. Il faut peser l'autorité de cette multitude de différens Titres, & on ne le peut qu'avec le secours de beaucoup d'autres connoissances subsidiaires; il faut accorder les contradictions qui ne sont qu'apparentes, il faut faire un choix bien raiſonné, quand elles ſont réelles. Enfin les Meſures, comme les Lieues qui varient tant, non ſeulement d'un Etat à un autre, mais d'un petit Païs du même Etat à un autre voiſin, doivent être ſi bien connues du Géographe, qu'il les puiſſe comparer toutes entre elles, & les rapporter à une Meſure commune, telle que la Lieue commune de France. Tout cela eſt d'un détail immenſe, & capable de laſſer la patience la plus opiniâtre. On ne plaindroit pas ceux qui employeroient autant de tems & de travail à quelque Théorie brillante, & peut-être inutile; ils ſeroient recompenſés & par le plaiſir de la production, & par un certain éclat qui frapperoit le Public.

Les parties des Cartes qui repreſentent les Mers, ou ſeulement les Côtes, ont encore leurs difficultés particulieres. On ne peut trop ramaſſer, trop comparer de Journaux de Pilotes, & de Routiers; les diſtances y ſont marquées ſelon des Rhumbs de Vent, auxquels on ne peut ſe fier s'ils ont été pris ſans la Bouſſole, & qu'il faut corriger ſi la variation de l'Aiguille n'a pas été alors connue, ou ne l'a pas été exactement. Quelle ennuyeuſe, & fatigante diſcuſſion! il faut être bien né Géographe pour s'y engager.

Auſſi n'avoit-on pas pris juſqu'à preſent toutes les peines neceſſaires, & peut-être ne ſavoit-on pas même aſſés bien toutes celles qu'il y avoit à prendre. Nicolas Sanſon a été dans le ſiecle paſſé le plus fameux de nos Géographes: cette ſcience lui doit beaucoup; cependant ſes Cartes étoient fort imparfaites, ſoit

ſoit par la faute de ſon ſiecle, ſoit par la ſienne. Il n'avoit pas encore aſſés d'obſervations, & il n'avoit pas aſſés approfondi, ni aſſés recherché. Lorſque le tems amena de nouvelles connoiſſances, il aima mieux les negliger, que de corriger ſes premiers ouvrages par les derniers, & de mettre entre eux une diſcordance qui le bleſſoit. La ſource de ſon Nil fut toûjours ſous le Tropique du Capricorne, à 35 degrés de diſtance de ſa veritable poſition, parce qu'il en avoit crû Ptolomée, qui en avoit jugé ainſi. Sa Chine, ſa Tartarie, ſa Terre d'Yeço s'obſtinoient à demeurer mal placées, & mal diſpoſées, contre le temoignage de Relations indubitables.

M. Deliſle vint dans le tems où tout ſembloit annoncer que la Géographie alloit changer de face. Le zèle de la Religion, & l'amour des Richeſſes, principes bien opposés, s'accordoient à augmenter tous les jours le nombre des découvertes dans les Climats lointains; & l'Aſtronomie, beaucoup plus parfaite que jamais, fourniſſoit de nouveau les Longitudes par les Satellites de Jupiter, d'autant plus ſûrement que les Lieux étoient plus éloignés. Pluſieurs points de la Terre prenoient enfin des places qu'ils ne pouvoient plus perdre, & auxquelles les autres devoient s'aſſujettir.

A la fin de 1699, M. Deliſle, âgé de 25 ans, donna ſes premiers Ouvrages, une Mappemonde, quatre Cartes des quatre parties de la Terre, & deux Globes, l'un Céleſte, l'autre Terreſtre, dédiés à S. A. R. feu M. le Duc d'Orleans. Le tout, & principale-

 ment

ment les Globes, avoient été faits ſous les yeux, & ſous la direction de feu M. Caſſini, ce qui ſeul auroit répondu de la bonté & de l'exactitude du travail.

L'ouverture du ſiecle preſent ſe fit donc à l'égard de la Géographie par une Terre preſque nouvelle, que M. Deliſle preſenta. La Mediterranée, cette Mer ſi connue de tout tems par les Nations les plus ſavantes, toûjours couverte de leurs Vaiſſeaux, traverſée de tous les ſens poſſibles par une infinité de Navigateurs, n'avoit que 860 Lieues d'Occident en Orient, au lieu de 1160 qu'on lui donnoit; erreur preſque incroyable: l'Aſie étoit pareillement raccourcie de 500 Lieues: la poſition de la Terre d'Yeço changée de 1700: une infinité d'autres corrections moins frappantes & moins ſenſibles ne ſurprenoient que les yeux ſavans; encore M. Deliſle avoit-il jugé à propos de reſpecter juſqu'à un certain point les préjugés établis, & de n'uſer pas à toute rigueur du droit que lui donnoient ſes découvertes: tant le faux s'attire d'égards par cette ancienne poſſeſſion où il ſe trouve toûjours.

Les Globes & les Cartes eurent une approbation generale, & un homme qui avoit le titre de Géographe du Roi, voulut en partager le fruit par une Mappemonde en 4 feuilles, qu'il publia auſſi-tôt après, fort ſemblable à ce qui venoit de paroître. M. Deliſle, muni d'un Privilege, ſe plaignit en Juſtice d'avoir été entierement copié, à l'exception des fautes qu'on avoit miſes dans la nouvelle Mappemonde, ou par ignorance, ou ou pour déguiser le larcin. Le Conseil d'Etat privé du Roi nomma deux Experts en cette matiere, où il y en a peu, feu M. Sauveur, & M. Chevallier, tous deux de cette Académie. Le détail de l'exactitude scrupuleuse qu'ils apporterent à cette affaire est imprimé: ils se convainquirent parfaitement que l'Adversaire de M. Delisle étoit un Plagiaire. L'Arrêt du Conseil fut conforme à leur avis, mais le procès dura six ans. M. Delisle perdit à s'assûrer ce qui lui étoit dû, une grande partie de ces six années, qu'il eût employées entieres à s'enrichir utilement pour le Public. Il usa genereusement de sa victoire: il avoit droit par l'Arrêt de faire casser les Planches du Géographe condamné; il lui en laissa tout ce qui n'appartenoit pas précisément à la Géographie, des Ornemens assés agréables, des Cartouches recherchés, qui pouvoient faire ailleurs l'effet de prévenir & d'amuser les yeux de la plûpart du monde.

La Mediterranée, plus courte de plus d'un quart qu'on ne l'avoit crû jusque-là, avoit fort étonné, & quelques-uns ne se rendoient pas encore aux Observations Astronomiques. M. Delisle, pour ne laisser aucun doute, entreprit de mesurer toute cette Mer en détail, & par parties, sans employer ces Observations, mais seulement les Portulans, & les Journaux de Pilotes, tant des routes faites de Cap en Cap en suivant les Terres, que de celles qui traverseroient d'un bout à l'autre; & tout cela évalué avec toutes les précautions necessaires, réduit, & mis ensemble, s'accordoit à donner à la Mediterranée la même étendue, que les Obſervations Aſtronomiques dont on vouloit ſe défier.

Il devoit publier une *Introduction à la Géographie*, dans laquelle il eût rendu compte de tous les changemens dont il étoit Auteur. Il ne l'a point publiée, occupé par d'autres travaux ; & cependant on s'étoit accoûtumé peu à peu à prendre en lui une confiance, qui eût pu le diſpenſer de ce grand appareil de preuves. Il eſt vrai qu'en pluſieurs occaſions particulieres il en avoit donné qui marquoient tant de capacité, & d'exactitude, tout ce qui ſortoit de ſes mains étoit ſi bien d'accord avec ce qui en étoit déja ſorti, que cette confiance du Public ne pouvoit paſſer pour une grace.

Peut-être penſeroit-on que l'extrême difficulté des diſcuſſions Géographiques, & le peu d'apparence que des Critiques s'y embarquent, donnent à un Géographe une liberté aſſés ample de regler bien des choſes à ſon gré. Mais ſur les matieres les moins maniées par le gros des Savans, il y a toujours, du moins ſi on prend toute l'Europe, un petit nombre de gens à craindre, & qui n'attendent qu'un ſujet de cenſure, même leger. D'ailleurs un veritable Savant prend un amour pour l'objet perpetuel de ſes recherches, & ſe fait à cet égard une conſcience, qui ne lui permettent pas d'impoſer. On pouvoit compter que M. Deliſle étoit ſingulierement dans cette diſpoſition, il avoit la candeur de ſon Pere.

Des Mappemondes, des Cartes generales de l'Europe, de l'Aſie, de l'Afrique, de l'Amerique, ne ſont que des ébauches de la repreſentation de la Terre. Les Cartes particulieres de-

demandent une nouvelle étude, & une étude d'autant plus pénible qu'elles sont plus particulieres. L'objet croît à toujours mesure qu'il est regardé de plus près, & il y faut voir ce que l'on n'y considéroit pas auparavant. Le nombre des materiaux necessaires devient toujours plus accablant pour le Géographe, & s'il se pique de précision, tous ceux qu'il peut recouvrer lui sont necessaires.

Encore une difficulté qui n'appartient guere qu'à la Géographie, c'est d'être fort changeante. Je ne parle pas des changemens physiques, ils sont peu considérables. Que les Mers s'éloignent de leurs rivages, ou gagnent sur les terres, que de grandes Rivieres se fassent d'autres embouchures, qu'il naisse de nouvelles Isles, un mediocre savoir embrasse sans peine ce petit nombre d'évenemens rares; mais les limites civiles des Royaumes, des Provinces, des Gouvernemens, des Dioceses, sont sujettes à de grandes variations dans certains intervalles de tems ; & de plus la langue de la Géographie change presque absolument, tout prend de nouveaux noms, & c'est malheureusement dans les siecles les plus ténébreux, les plus dépourvus de bons Auteurs. Il n'y a personne qui n'en sache un petit nombre d'exemples : mais qu'est-ce que ce petit nombre, en comparaison de ce qu'un Géographe en doit savoir? Les conquêtes des Barbares du Nord dans l'Europe, celles des Arabes & des Tartares dans l'Asie, défigurerent les anciens noms, ou les effacerent, & leur en substituerent d'autres, & Ptolomée ne reconnoîtroit qu'à peine aujourd'hui sur nos Cartes l'Empire Romain.

M. Delisle a embrassé la Géographie dans toute son étendue, il l'a suivie dans toutes ses branches, & l'a prouvé au Public par des Cartes de toutes les especes, qui sont au nombre de 90. Nous en indiquerons seulement quelques-unes de chaque sorte, qui serviront d'exemples.

Une Carte intitulée, *le Monde connu aux Anciens*, & celles de l'Italie, & de la Grece, &c. Nous avons rapporté en 1714 * qu'il avoit fait voir combien les Mesures Itineraires des Romaines étoient justes, & conformes aux Observations Astronomiques qu'on a eûes depuis, & combien l'Itaile & la Grece étoient différentes de ce qu'elles paroissoient sur toutes les autres Cartes. Par-là se justifioient certaines choses que les Anciens avoient avancées, & que les Modernes rendoient par leur faute trop absurdes & trop incroyables.

Une Carte des Evêchés d'Afrique, qui a paru au-devant d'une nouvelle Edition d'Optat de Mileve. Elle avoit toutes les difficultés de la Géographie ancienne, & de la Géographie la plus particuliere, car il y avoit en Afrique plus de 600 Evêchés, dont une partie n'étoient que de gros Bourgs, & même des Châteaux, & il n'y a pas jusqu'à leurs noms qu'il ne soit souvent très mal-aisé de déterminer sûrement.

Une Carte de l'Empire Grec du moyen Age, tirée de la Description qu'en fit l'Empereur Constantin Porphyrogenete dans le 10eme siecle. C'est-là plus que par-tout ailleurs, qu'on trouve une Langue toute nouvel-

* p. 103. & suiv.

velle. L'Empire est divisé en *Themes*, expression inouïe jusque-là, & tout est une espece d'Enigme, qui semble faite pour le supplice des Géographes. Après cela il ne faut presque pas compter d'autres Cartes du moyen Age, comme celle du Diocése de Toul, nommé alors *Civitas Leucorum*.

Une Carte de la Perse, absolument nouvelle, & très détaillée. On y retrouvoit enfin ce grand Pays, qui jusque-là n'avoit ressemblé ni aux Histoires des Anciens, ni aux Relations des Modernes. On n'avoit point encore la veritable étendue ou figure de la Mer Caspienne, que l'on doit aux conquêtes & aux découvertes du feu Czar *; mais M. Delisle en avoit approché autant qu'il étoit possible par ses seules conjectures, & par son art singulier de mettre en œuvre & de combiner tous ses différens matériaux.

Une Carte d'Artois pour mettre au-devant des Commentaires de M. Maillart sur la Coutume de cette Province. Qui croiroit que dans les Cartes d'un petit Païs, si proche de nous, & si connu, il y avoit des Rivieres omises, & en recompense d'autres supposées, 40 Villages créés, ou du moins transportés de si loin, & avec des noms tellement défigurés, qu'ils ne pouvoient être reconnus par ceux qui demeuroient sur les lieux?

M. Delisle entra dans l'Académie en 1702, Eleve en Astronomie du grand M. Cassini, quoi-qu'il ne fût, ni ne voulût être Observateur; mais on compta que l'usage qu'il savoit faire des Observations lui devoit tenir lieu

* V. l'Hist. de 1725. p. 163.

lieu de celles qu'il ne faisoit pas ; & quoi-que dans le plan de l'Académie il n'y eût point de place de Géographe, on lui en laissa occuper une, qui selon les apparences devoit redevenir après lui place d'Astronome, faute d'un Géographe tel que lui. Il passa ensuite au grade d'Associé. Mais le plus glorieux évenement de sa vie a été d'être appellé pour montrer la Géographie au Roi. Alors il commença à faire des Cartes uniquement par rapport à l'étude que ce jeune Prince feroit de l'Histoire. Il en dressa une generale du Monde en 1720, où les Cartes generales par où il avoit débuté en 1700 étoient déja rectifiées, tant parce qu'il avoit acquis de nouvelles lumieres, que parce qu'il avoit acquis aussi plus de hardiesse à ne point menager les préjugés ordinaires, & en même tems plus d'autorité. Les Auteurs, ainsi que ceux qui gouvernent, doivent un peu se regler sur l'opinion qu'ils sentent que l'on a d'eux. La Carte de la fameuse Retraite des Dix-Mille, necessaire pour entendre l'Histoire que Xenophon en a écrite, parut en 1721. Elle lui produisoit une difficulté très considérable, qu'il ne pouvoit lever que par une supposition hardie, que nous avons déja exposée au Public *. Quelquefois les Savans ne sont pas fâchés de se trouver dans ces sortes de Détroits, d'où ils ne peuvent sortir qu'à force de savoir.

Dès l'an 1718 il fut honoré par Brevet du titre de premier Géographe du Roi, que personne n'avoit encore porté, ni ne porte encore après lui. S. M. y joignit une Pension. Il

* V. l'Hist. de 1721, p. 99 & suiv.

Il avoit entrepris plusieurs Ouvrages pour le Roi; une Carte de l'Empire d'Alexandre, dont il rendoit l'étendue beaucoup moindre, & par conséquent plus vrai-semblable par ce même principe paradoxe, dont il se servoit pour la Retraite des Dix-Mille; l'Empire des Perses sous Darius; l'Empire Romain dans sa plus grande étendue; la France selon toutes ses différentes divisions, tant sous les Romains que sous les trois Races de ses Rois. Toutes ces Cartes particulierement destinées à l'Histoire & aux Histoires les plus interessantes, étoient des secours & des avantages, qui de l'éducation du Roi devoient passer à celle des Particuliers : mais ces travaux, quoi-qu'apparemment fort avancés, ne sont pas finis.

On croit aussi qu'il a fort avancé une Carte de la Terre Sainte, Theatre des plus grands évenemens qui ayent jamais été, & qui puissent jamais être. Il y travailloit depuis longtems avec un soin si scrupuleux, & si difficile à contenter, qu'il semble que la Religion y eût part. Il joignoit à la Terre Sainte l'Egypte, Pays très fameux, & très peu connu.

Il ne paroissoit presque plus d'Histoire ou de Voyage, que l'on ne voulût orner d'une Carte de M. Delisle. Ces sortes de modes prouvent du moins les grandes reputations. Il avoit promis une Carte à M. l'Abbé de Vertot pour son Histoire de Malte qui va paroître, il la finit le 25 Janvier 1726 au matin, & étant sorti l'après-dinée, il fut frappé dans la rue d'une Apoplexie, dont il mourut

rut le même jour, sans avoir repris connoissance.

Quoi-que le nom d'un Savant ait bien du chemin à faire pour aller jusqu'aux oreilles des Têtes couronnées, & même seulement jusqu'à celles de son Maître, le nom de M. Delisle avoit frappé les Puissances étrangeres. Le Roi de Sardaigne, alors Roi de Sicile, fit examiner par d'habiles gens la Carte de la Sicile publiée par cet Auteur, & elle fut trouvée si exacte & si correcte, que S. M. l'honora d'une Lettre accompagnée d'un present, que la Lettre rendoit presque inutile. L'Ambassadeur qui lui remit l'un & l'antre avoit ordre en même tems de faire tous ses efforts pour l'engager à passer dans les Etats de ce Prince, où il auroit tous les avantages & tous les agrémens qu'il demanderoit: mais l'amour de la Patrie le retint, & peut-être aussi l'esperance qu'elle n'auroit pas l'ingratitude assés ordinaire à toute Patrie. D'autres Puissances lui ont fait les mêmes sollicitations. Le Czar alloit le voir familierement pour lui donner quelques remarques sur la Moscovie, & plus encore, pour connoître chés lui, mieux que par-tout ailleurs, son propre Empire.

Deux de ses freres, tous deux de cette Académie & Astronomes, ont été appellés à Petersbourg. Un autre avoit pris l'Histoire pour son partage. Il est rare qu'un Pere savant ait quatre fils qui le soient aussi, & avec succès. Cette inclination n'a pas coûtume de se communiquer tant, & encore moins le génie.

ME-

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXVI.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES de l'année 1725.

Par M. MARALDI. *

LA Lumiere boreale, qui depuis 1715 a paru tant de fois tous les ans, n'a été visible que deux fois en 1725. Cela est arrivé le 9 Janvier & le 6 Octobre à 8 heures du soir. Elle occupoit environ 60 degrés de l'horison, & s'éle-

* 9 Janvier 1726.

s'élevoit au-dessus trois ou quatre degrés, faisant une apparence semblable au crepuscule du matin, un quart d'heure après qu'il a commencé.

Observations de la quantité de Pluye.

	lignes
En Janvier	$13\frac{1}{2}$
Fevrier	0
Mars	$6\frac{5}{6}$
Avril	$8\frac{1}{2}$
Mai	$34\frac{1}{2}$
Juin	$45\frac{2}{3}$
Juillet	15
Août	31
Septembre	$11\frac{1}{6}$
Octobre	13
Novembre	$3\frac{1}{6}$
Decembre	28

Somme totale de la quantité de Pluye pendant toute l'année, 210 lignes, qui font 17 pouces $6\frac{1}{3}$ lignes; ce qui est un pouce & demi moins que la quantité moyenne établie par les Observations de la plus grande & de la plus petite, observée dans l'espace de trente ans, compris entre 1689 & 1718; car la plus grande ayant été en 1711 de 25 pouces 2 lignes, & en 1718 la plus petite de 13 pouces une ligne, on a la moyenne entre deux de 19 pouces. Mais en 1723 la quantité de Pluye n'a été que de 7 pouces 8 lignes, ce qui

qui a été la moindre obſervée depuis 37 ans qu'on fait ces Obſervations. Si l'on compare cette quantité avec la plus grande de 25 pouces 2 lignes, il en réſultera une autre quantité moyenne de 16 pouces 5 lignes, moindre de 2 $\frac{1}{2}$ pouces que la précédente. On pourroit établir une autre quantité moyenne de la maniere ſuivante.

J'ai conſideré que parmi les Obſervations faites depuis 37 ans, il y en a 18 qui donnent une quantité de Pluye moindre de 17 pouces 6 lignes, & autant qui en donnent une plus grande; on pourroit donc prendre 17 pouces 6 lignes pour quantité moyenne. Suivant cette détermination, la Pluye tombée en 1725 ſera comme une année moyenne.

Sans ces Obſervations, on auroit crû que cette année auroit été des plus abondantes en pluye, car depuis le commencement de Mai juſqu'à la fin de l'année les Pluyes ont été très frequentes, & il s'eſt paſſé peu de jours de ſuite ſans qu'il en ſoit tombé, mais les gouttes en étoient le plus ſouvent très fines, & n'ont pas produit beaucoup de pluye, auſſi la Riviere de Seine n'a-t-elle pas été groſſe que ſur la fin du mois de Decembre, durant lequel il en eſt tombé 28 lignes. Il eſt vrai que dans les mois de Mai, Juin & Août il en eſt tombé plus qu'en Decembre, mais ces pluyes d'Eté ne ſont pas pour l'ordinaire ſi univerſelles que celles d'Hiver, & par conſéquent ne font pas groſſir les Rivieres.

Sur la fin de Fevrier 1711 il y eut un débordement de la Seine, & c'eſt le dernier que nous ayons eu. Il arriva après une fonte de

Neiges, & des Pluyes si abondantes, que durant le même mois il en tomba 51 lignes, au lieu que dans le mois de Decembre de 1725 il n'en est tombé que 28 lignes, aussi la Seine n'a-t-elle pas débordé comme elle avoit fait en 1711.

Le Ciel presque toûjours couvert & les pluyes frequentes de 1725 ont été cause que l'année a été tardive, & que dans les parties septentrionales du Royaume, où la recolte des Grains se fait ordinairement au mois d'Août, elle n'a pû être faite qu'au mois de Septembre & d'Octobre; les Pluyes ont été cause qu'on n'a pas pû serrer tous les Grains secs, ce qui en a fait germer une partie dans les Campagnes & dans les Granges. Les Pluyes abondantes de Mai & de Juin ont fait couler les Raisins, & celles qui ont continué en Août, Septembre & Octobre ont empêché la parfaite maturité de ceux qui restoient.

Observations sur le Thermometre.

Le Thermometre qui est toûjours placé dans le même endroit que les années précédentes, n'est descendu qu'à 26 parties le 23 & le 26 de Fevrier, ce qui marque un degré de froid moderé; il faisoit pour-lors un grand brouillard, & l'air étoit tranquille. Ces Observations ont été faites un peu avant le lever du Soleil, qui est l'heure du jour où il fait le plus grand froid. Pendant l'Eté le plus haut degré où il soit monté le matin, a été à 60 parties, ce qui arriva le 5 Juillet, le 10, le 11, le 12, le 13 & le 14; les mêmes jours

jours à 3 heures après midi, qui est celle de la plus grande chaleur, il est monté à 70 parties, & le 13 à la même heure il s'éleva à 76. Les autres jours de Juillet & d'Août le Thermometre a été plus bas, ce qui marque une chaleur moderée & de peu de durée.

Observations sur le Barometre.

Le Barometre simple a été fort élevé depuis la fin de Janvier jusqu'au commencement de Mars, durant lequel tems le Ciel a été le plus souvent couvert avec beaucoup de brouillard, sans avoir plu durant ce tems-là: il descendit de 2 lignes le premier & le 2 Mars par un tems de pluye, il s'éleva ensuite le 3 & le 4 du même mois à la hauteur de 28 pouces 4 lignes par un tems serein & tranquille, c'est la plus grande élevation qu'il aît eu cette année.

Le 18 Decembre au matin il fit un oragan mêlé de pluye & de tonnerre, alors le Barometre descendit à 27 pouces; le jour suivant 19 il descendit encore deux lignes, s'étant trouvé à 26 pouces 10 lignes, qui est le plus bas où il est descendu cette année, ainsi la variation entre la plus grande & la plus petite hauteur a été un pouce & 6 lignes.

Les vents d'Ouest & de Sud-ouest ont regné les plus souvent, & nous ont amené les pluyes & les nuages, dont le Ciel a été couvert une grande partie de l'année. Le 9 & le 10 Octobre il y eut un vent de Sud-sud-ouest violent, & le 18 Decembre un oragan qui a causé beaucoup de dommage aux Mai-ſons de Paris ; & nous avons appris par des Lettres particulieres de Dijon qu'il s'y étoit fait ſentir auſſi, & y avoit déſolé beaucoup de Châteaux, & des campagnes.

Déclinaiſon de l'Aimant.

Le 6 Novembre & le 30 Decembre 1725, la déclinaiſon de l'Aimant obſervée avec une Aiguille de 4 pouces, comme les années précédentes, a été de 13 degrés 15 minutes Nord-oueſt. Dans l'eſpace de cinq ans, compris depuis 1720 juſqu'en 1724, incluſivement, nous l'avons obſervée toûjours de 13 degrés; donc l'année précédente l'Aiguille a recommencé de s'avancer vers le Nord-oueſt comme elle faiſoit auparavant, après avoir été ſtationaire pendant cinq ans.

Obſervations de la quantité de Pluye, faites à Bergues proche de Dunquerque.

M. Guillin, Ingenieur en chef de Bergues St. Vinoch, a envoyé à M. Caſſini les Obſervations de la quantité de Pluye, qu'il a faites dans la même Ville en 1722, 1723, 1724 & 1725, ſur le modele de celles qui ſe font à l'Obſervatoire, Voici ces Obſervations.

1722.

	1722.			1723.			1724.			1725.		
	p.	l.	36e	p.	l.	36e	p.	l.	36e	p.	l.	36e
Janvier...	0	3	32	1	10	5	3	0	36	1	11	32
Fevrier...	1	3	28	1	9	18	2	3	6	0	0	0
Mars....	1	10	18	1	4	35	3	5	12	0	8	33
Avril....	1	7	25	0	2	20	0	9	30	1	5	19
Mai.....	1	8	28	0	9	6	0	11	27	2	5	26
Juin.....	2	3	26	1	3	12	1	1	23	3	3	0
Juillet...	3	1	12	2	4	31	2	2	25	1	11	17
Août....	2	7	11	3	8	15	1	2	9	1	10	15
Septembre	3	1	28	1	9	31	2	0	0	1	4	18
Octobre..	0	8	30	1	4	20	3	0	24	3	8	24
Novembre	1	3	0	3	1	27	2	6	6	1	1	31
Decembre	4	10	27	3	3	28	2	10	24	2	1	32
Somme	24	11	$\frac{11}{12}$	23	0	$\frac{8}{9}$	25	7	0	22	2	

Par la comparaison de ces Observations avec les nôtres il paroît qu'à Bergues il est tombé une quantité de Pluye beaucoup plus grande qu'à Paris, car en 1722 à Paris elle a été de 14 pouces 6 lignes, à Bergues elle a été de près

 de

de 25 pouces, ce qui eſt 10 pouces & demi plus qu'à Paris. En 1723 à Bergues il a plu 23 pouces, à Paris 7 pouces 8 lignes, c'eſt 15 pouces 4 lignes moins qu'à Bergues. En 1724 à Bergues, la Pluye a été de 25 pouces 7 lignes, à Paris 12 pouces 4 lignes, ce qui eſt 13 pouces 3 lignes moins qu'à Bergues. En 1725 il a plu à Bergues 22 pouces 2 lignes, à Paris 17 pouces 6 lignes, ce qui eſt 4 pouces 8 lignes moins qu'à Bergues. Pendant tout le mois de Fevrier 1725 il n'a point plu à Bergues, non plus qu'à Paris.

Quoi-qu'il ait plu ſouvent à Bergues en 1725, il paroît cependant que la quantité de Pluye y a été moindre que les trois années précédentes, ce qui vient de ce que la Pluye étoit fine.

Il n'eſt pas ſurprenant que Bergues, & les Pays qui ſont proches de la Mer, ayent une plus grande quantité de Pluye que ceux qui en ſont éloignés dans les terres, comme Paris; car comme les nuages qui cauſent les Pluyes, ſont chaſſés par les vents qui nous viennent de la Mer, ces nuages étant plus chargés proche de la Mer, y doivent laiſſer une plus grande abondance d'eau que celle qu'ils portent plus avant dans les terres. Il en faut reſerver les Pays proches des Montagnes, car dans ce cas les nuages y étant arrêtés, & ſe fondant en pluye, y en doivent donner une plus grande quantité que dans les plaines, où les nuages ne ſe déchargent qu'en paſſant.

M. Guillin remarque que le plus grand froid de 1723 a été le 10 Fevrier; celui qui

a

a été marqué par notre Thermometre est aussi arrivé ce jour-là, car il descendit à 17 parties. La plus grande chaleur de l'Eté est arrivée à Bergues le 27 Août, à Paris elle arriva le 20 du même mois.

Le plus grand froid de l'année 1724 est arrivé à Bergues le 27 Fevrier, nous l'avons trouvé par notre Thermometre à peu-près les mêmes jours, car il se trouva au degré plus bas où il soit descendu depuis le 25 jusqu'au 27 du même mois. Il se trouva encore au même état depuis le 11 Mars jusqu'au 15. La plus grande chaleur de 1724 à Bergues a été le 23 Août: ce jour-là à Paris le Thermometre monta à 80 parties & demie, qui est la plus grande où il soit arrivé dans les mois de Juillet & d'Août, mais le premier de Septembre il monta à 82 parties. Par cette comparaison on voit que les chaleurs de l'Eté & le froid de l'Hiver arrivent dans ces deux Villes à peu-près les mêmes jours.

Outre ces Observations, M. Guillin en a envoyé quelques-unes sur le Barometre & sur les Vents, qu'il a faites depuis le mois de Septembre 1724 jusqu'à la fin de Mars 1725. Ces Observations, comparées avec les nôtres, font voir que le Barometre s'est trouvé dans ces deux Villes à la plus grande hauteur le 10 Decembre, & que le 19 Decembre il s'est trouvé à Bergues à 26 pouces 4 lignes, ayant descendu depuis le 10 jusqu'au 19 de 2 pouces moins une ligne à Bergues comme à Paris. Le 18 Decembre il regna de part & d'autre un vent furieux, qui étoit tantôt Sud-oueſt, tantôt Oueſt-ſud-oueſt.

EXPLICATION PHYSIQUE ET MECANIQUE DU CHOC DES CORPS A RESSORT.

Par M. l'Abbé DE MOLIERES.

PREMIERE PARTIE,

Où l'on établit l'état de la queſtion, & où l'on détermine le point précis de la difficulté.

DEMANDES. *

I. IL n'y a point d'effet ſans cauſe, & l'effet eſt égal à la cauſe qui le produit.

II. Un corps en repos continue de lui-même de demeurer en repos, & n'apporte aucune reſiſtance poſitive au mouvement.

III. Un corps en mouvement continue de lui-même à ſe mouvoir uniformement en ligne droite, ou à parcourir en tems égaux des eſpaces égaux & droits.

IV. D'où

* 17 Fevrier 1723.

IV. D'où il ſuit que le tranſport d'un corps ou de ſes parties n'uſe ou ne diminue point la force qui le tranſporte.

V. La force d'un corps eſt le produit de ſa maſſe par ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire, qu'un corps a d'autant plus de force, le reſte étant égal, qu'il eſt plus grand & qu'il a plus de vîteſſe, ou qu'il parcourt plus d'eſpace en moins de tems.

VI. Lorſque deux corps ſpheriques parfaitement durs, & qui ſe meuvent dans la ligne de direction qui paſſe par leurs centres, ſe choquent, ces corps vont de compagnie après le choc:

Ou avec la *ſeule* force du choquant, ſi le choqué eſt en repos:

Ou avec la *ſomme* de leurs forces, s'ils vont de même ſens avant le choc:

Ou avec la *difference* de leurs forces, s'ils vont en ſens contraires avant le choc.

VII. D'où il ſuit que les forces contraires des mobiles ſe détruiſent mutuellement par le choc, & que leur *vîteſſe commune* après le choc eſt égale:

Ou à la *ſeule* force du choquant, ſi le choqué eſt en repos:

Ou à la *ſomme* de leurs forces, s'ils vont de même ſens avant le choc:

Ou à la *difference* des forces (s'ils vont en ſens contraires avant le choc) *diviſée* par la ſomme des maſſes.

VIII. D'où il ſuit que dans tous les cas du choc de deux mêmes corps, ou la *vîteſſe reſpective* (c'eſt-à-dire, la *ſeule* vîteſſe abſolue du choquant, ſi le choqué eſt en repos, la *difference* des vîteſſes, lorſque les mobiles ſe meuvent de même ſens, la *ſomme* des vîteſſes, lorſqu'ils ſe meuvent en ſens contraires avant le choc) eſt toûjours la *même* vîteſſe; (c'eſt-à-dire, ſi l'eſpace que le corps choquant a à parcourir en même tems avant le choc, eſt d'autant plus grand ou moindre, qu'il a plus ou moins de vîteſſe abſolue) la force du choc ſera toûjours la même.

Ainſi ſi un corps A, avec un certain nombre x de degrés de vîteſſe, choque B en repos, & que ſelon la loi generale du choc (*art.* 6 & 7) A doive perdre ou communiquer à B la vîteſſe u; la même choſe arrivera, ſi A avec la vîteſſe $x + 1$ choque B, qui ait la vîteſſe 1 de même ſens: ou ſi A, avec la vîteſſe $x + 2$, choque B qui ait la vîteſſe 2 de même ſens, & ainſi de ſuite.

Ou encore ſi A, avec la vîteſſe $x - 1$, choque B qui ait la vîteſſe 1 en ſens contraire: ou ſi A, avec la vîteſſe $x - 2$, choque B qui ait la vîteſſe 2 en ſens contraire. Et ainſi de ſuite.

Ou enfin ſi A, avec la vîteſſe x, choquant B qui ait la vîteſſe y de même ſens, doit perdre la même vîteſſe u, il la perdra également ſi A, avec la vîteſſe $x - 1$, choque B qui ait la vîteſſe $y - 1$: ou ſi A, avec la vîteſſe $x - 2$, choque B qui ait la vîteſſe $y - 2$, & ainſi de ſuite.

Ou, ce qui revient au même, ſi A manquant de parcourir une partie p de l'eſpace qu'il auroit parcouru dans la premiere ſuppoſition, B manque en même tems de parcourir le même eſpace p. Ce qu'il faut bien remarquer.

IX. D'où

IX. D'où il suit qu'aucun mouvement *commun* réel ou imaginé qu'on puisse attribuer aux deux mobiles avant le choc (tel qu'est celui de la Terre vers l'Orient, ou d'un Bateau sur une Riviere) ne peut produire aucun effet *physique* & réel dans le résultat du choc des corps, & ne doit par conséquent jamais y être consideré comme cause efficiente d'aucun effet qui appartienne à ce choc, puisque ce mouvement ne peut qu'ajoûter ou retrancher aux vîtesses de chacun de ces corps avant le choc qu'un même nombre de degrés de vîtesse, ce qui, par l'article précédent, n'augmente ou ne diminue rien du mouvement qu'un des mobiles doit perdre ou communiquer à l'autre. Ainsi je ne ferai dans la suite aucun usage de ce mouvement *relatif* ou arbitrairement relatif, & je considererai un mobile qui ne changera point de situation par rapport au vaisseau qui le contient, comme s'il étoit absolument en repos & sans force par rapport au mobile qui vient le choquer, auquel je n'attribuerai aussi que la force & la vîtesse qu'il a par rapport au premier; par la raison encore une fois que le mouvement *commun* qu'on pourroit leur attribuer, quel qu'il puisse être, ne peut, selon la loi generale du choc, rien changer dans l'effet du choc de ces corps, ce qui est confirmé par l'experience. Car quoique l'on suppose que la Terre ou le Bateau se meuve vers l'Orient, le résultat du choc de deux mobiles, fait dans les mêmes circonstances, est toûjours le même, soit que la direction de leurs mouvemens regarde l'Orient, ou cident, ou le Septentrion, ou le Midi, ou quelqu'autre point que ce ſoit de l'horiſon.

X. L'experience apprend que lorſqu'on laiſſe tomber une Boule d'yvoire ſur une Enclume dont on a terni la ſuperficie avec un peu de ſuif, ce corps s'applatit d'abord par le choc, ce que l'on reconnoît par un petit cercle que l'on voit empreint ſur l'enclume, & qui eſt d'autant plus grand que le corps tombe de plus haut; qu'enſuite ce corps reprend auſſi-tôt ſa premiere figure, ce qui le fait remonter preſque juſqu'au point d'où il eſt tombé.

On a donné le nom de *reſſort* à cet effet, & on a dit qu'un corps étoit à reſſort *parfait*, lorſque par le rétabliſſement de ſa figure il remontoit juſqu'au point d'où il étoit deſcendu. Qu'il étoit à reſſort *imparfait*, lorſqu'il ne remontoit pas juſqu'à ce point. Et qu'il étoit *mou*, lorſqu'il demeuroit ſur le point de la ſuperficie de l'Enclume ſur lequel il étoit tombé.

Je n'entreprendrai pas ici de déterminer préciſément quelle eſt la cauſe du rétabliſſement de la figure des corps à reſſort, ce qui m'éloigneroit trop de mon ſujet. Mais je ſuppoſerai, ſi l'on veut, avec M. Deſcartes, que ce rétabliſſement eſt produit par la matiere ſubtile qui rentre dans les pores du corps, dont elle a été chaſſée durant ſon applatiſſement avec la même impetuoſité qu'elle en eſt ſortie, ou que cet effet arrive par quelqu'autre cauſe que ce puiſſe être, que je nommerai la *cauſe generale du reſſort*, & que je regarderai ici comme donnée. Ainſi je ſuppoſerai,

1o. Que

1o. Que le débandement du reſſort, étant une ſuite de ſon bandement, le reſſort ne peut ſe débander avec une force plus grande que celle qu'il a acquiſe durant ſa compreſſion.

2o. Qu'un corps à reſſort parfait tend ſans ceſſe à ſe débander avec une force égale à celle qui a été employée à le bander, & qu'il doit produire, en ſe bandant & en ſe débandant, autant d'effet dans l'un que dans l'autre corps qui ſe choquent.

XI. Maintenant pour déterminer l'effet précis que j'entreprends d'expliquer dans ce Memoire, je me ſervirai d'un exemple.

A, *B*, (*Fig.* 1.) ſont deux corps ſpheriques, dont l'un *B* eſt en repos & décuple de l'autre *A* ou *a*. *A* ſe meut vers *B* dans la ligne de direction *c d*, qui paſſe par les centres *C D* de ces corps avec une vîteſſe quelconque *x*.

Selon la loi generale du choc (*art.* 6 *&* 7.) on voit que ſi ces corps étoient parfaitement durs, la vîteſſe du corps choquant *A* étant diſtribuée par la penſée en 11 parties égales ou degrés, le corps *A*, qui n'a qu'un de maſſe & 11 de vîteſſe, & par conſéquent 11 degrés de force, perdroit dès l'inſtant du choc 10 degrés de ſa force & de ſa vîteſſe, & en conſerveroit *un*; & que le corps choqué *B* recevroit en même tems 10 degrés de force & *un* degré de vîteſſe; c'eſt-à dire, que dès l'inſtant du choc toute la force & la vîteſſe du corps *A* ſe diſtribueroient également dans la maſſe commune de ces corps, & qu'ils qu'ils iroient enſemble chacun avec la vîteſſe d'*un* degré.

Mais l'experience apprend que lorſque les corps ſont d'yvoire, de verre, de jaſpe, &c. en un mot à reſſort parfait, le corps choqué *B* prend après le choc une vîteſſe double de la précédente; c'eſt à-dire, qu'au lieu d'un degré de vîteſſe qu'il auroit pris, il en prendra deux, & par conſéquent ce corps *B* aura 20 degrés de force en avant, en même tems que le corps choquant *A*, qui auroit conſervé *un* degré de force & de vîteſſe en avant, le perdra, & reculera en arriere avec 9 degrés de force & de vîteſſe.

De ſorte qu'au lieu que ces mobiles n'avoient avant le choc que 11 degrés de force, ils en ont 29 après le choc, ce qui eſt preſque le triple de ce qu'ils avoient avant le choc. Et c'eſt de cette augmentation ſurprenante de force qui ſurvient après le choc des corps à reſſort parfait, dont j'entreprends de déterminer la cauſe phyſique & mécanique, ſans y employer d'autres principes que ceux que j'ai d'abord ſuppoſés, & qui ſont reçûs generalement de tout le monde.

XII. Le corps choqué *B* recevant 20 degrés de force durant le bandement & le débandement du reſſort, & le débandement du reſſort étant l'effet de ſon bandement, il eſt viſible qu'il ne peut recevoir plus de force durant le débandement qu'il en a reçû durant le bandement. D'où il ſuit que le corps choqué *B* ne peut recevoir plus de 10 degrés de force durant le débandement du reſſort,

ſort, qui eſt la moitié des 20 degrés qu'il reçoit en tout.

D'ailleurs le reſſort parfait, en ſe débandant, devant donner autant de force à l'un qu'à l'autre des corps qui ſe choquent, & donnant 10 degrés de force en arriere au corps choqant, il eſt viſible qu'il n'en a pas moins donné au corps choqué.

D'où il ſuit qu'on ne peut s'empêcher de conclurre,

1°. Que durant le bandement du reſſort, le corps choqué *B* a reçû tous les mêmes 10 degrés de force & le même degré de vîteſſe qu'il auroit reçû, ſi les mobiles avoient été durs, & qu'il n'y eût point eu de reſſort à bander.

2°. Que neanmoins durant le même tems, le reſſort s'eſt au moins bandé avec 10 degrés de force, & qu'à la fin du bandement du reſſort, le corps choquant *A* a dû conſerver un degré de ſa vîteſſe, & de ſa force par conſéquent, puiſqu'il n'a pû agir ſur le corps *B* que durant tout le tems qu'il a eu plus de vîteſſe que *B*, & qu'il n'a pû ceſſer de pouſſer le corps *B* qu'au moment que ces mobiles ont eu une égale vîteſſe. D'où il ſuit clairement que les 10 degrés de force & de vîteſſe que le corps choquant *A* a perdu durant le bandement du reſſort, ont produit deux effets égaux en force aux 10 degrés de force qu'il a perdu.

3°. Que le reſſort bandé avec 10 degrés de force, a produit, en ſe débandant, encore 10 degrés de force & un degré de vîteſſe en avant dans le corps *B*.

4°. Et

4°. Et qu'en même tems il a encore produit 10 degrés de force & de vîtesse en arriere dans le corps *A*, dont un de ces degrés a été employé à détruire le degré de force & de vîtesse qui lui restoit en avant à la fin du bandement du ressort.

Il s'agit donc de concevoir comment le corps choquant *A*, qui avant le choc n'avoit que 11 degrés de force, & qui n'en a pû perdre que 10 durant le bandement du ressort, a pû d'abord produire deux effets égaux chacun à la force de 10 degrés; l'un de procurer au corps *B*, décuple de *A*, la vîtesse d'un degré qui exige tous les 10 degrés de force que le corps *A* a perdu, & l'autre de bander le ressort avec 10 degrés de force, tout comme s'il n'en avoit point communiqué au corps *B*.

Ensuite comment il peut se faire que le ressort n'étant bandé qu'avec 10 degrés de force, ait pû produire, en se débandant, deux effets égaux chacun à la même force, savoir 10 degrés de force au corps *B* en avant, & 10 degrés de force au corps *A* en arriere.

Quelques-uns ont pensé que quoi-que le corps *A* ne perde que 10 degrés de force des 11 degrés qu'il a avant le choc, le ressort ne laisse pas neanmoins de se bander avec 20 degrés de force. Mais cette hypothese, par le moyen de laquelle on rend aisément raison de l'effet qui arrive durant le débandement du ressort, augmente si excessivement l'effet du bandement du ressort, qu'on ne peut plus y rien comprendre, de sorte qu'il pa-

paroît qu'en voulant éviter une difficulté, on tombe dans une plus grande.

On suppose ici que quoi-que le corps choquant *A* ne perde durant le choc que 10 des 11 degrés de force qu'il a avant le choc, le ressort ne laisse pas de se bander avec 20 degrés de force. J'avoue qu'il est aisé ensuite de rendre raison comment le ressort étant bandé avec 20 degrés de force, il en donne, en se débandant, 10 au corps *A*, & 10 au corps *B*. Mais comment pourra-t-on ensuite concevoir que le corps choquant *A* ne perdant que 10 degrés de sa force durant le bandement du ressort, & le corps choqué *B* fuyant sans cesse durant tout ce tems, & recevant à la fin 10 degrés de force, ces 10 degrés de force que le corps choquant a perdu, & que le corps choqué a acquis en même tems, n'ayent pas laissé de bander le ressort avec 20 degrés de force? Il est visible qu'on rend par-là l'effet du bandement triple de la cause, & qu'en voulant simplifier l'effet du débandement, on complique outre mesure celui du bandement.

D'autres, pour mieux concevoir comment le ressort pouvoit se bander avec une force double de celle que le corps choquant perd, ont pensé que durant tout le tems que dure le bandement du ressort, le centre du corps choqué demeure immobile, & qu'il ne commence à se mouvoir qu'à l'instant du débandement; mais cette hypothese, bien-loin de faciliter l'explication du phenomene, nous jette dans de plus grandes difficultés. Car outre que dans cette supposition l'effet du ban-

bandement eſt toûjours double de ſa cauſe, comment concevoir enſuite que durant le ſeul débandement du reſſort le corps choqué prend 20 degrés de force en avant, & le corps choquant 10 degrés de force en arriere ? Cet effet eſt tout-à-fait contraire à ce que l'on connoît du reſſort, qui ne donne jamais, en ſe débandant, plus de force à l'un des mobiles qu'à l'autre Ainſi de quelque côté que l'on ſe tourne, on trouve toûjours des difficultés qui paroiſſent inſurmontables.

XIII. Mais il ne faut pas ici que j'oublie de remarquer qu'il y a un cas du choc des corps à reſſort, dont l'effet paroît d'abord beaucoup plus ſimple, quoi-qu'il ſoit en effet le plus composé de tous. Ce cas eſt celui où les mobiles ſe choquent en ſens contraires avec des forces égales, ou des vîteſſes réciproques à leurs maſſes. Alors il arrive que durant le bandement du reſſort, les mobiles perdent tous deux toutes leurs forces & leurs vîteſſes, & durant le débandement du reſſort ils recoivent les mêmes forces & les mêmes vîteſſes qu'ils avoient avant le choc.

Par exemple, ſi le corps *A* ſe meut vers *B* avec 10 degrés de force & de vîteſſe, & que le corps *B*, décuple de *A*, ſe meuve vers *A* avec un degré de vîteſſe, & 10 degrés de force ; alors on voit par l'experience que ces mobiles qui avoient chacun 10 degrés de force en ſens contraires avant le choc, ne recevront après le choc que les mêmes degrés de force & de vîteſſe qu'ils avoient avant

le

le choc. Ce qui a fait penſer à quelques-uns que le reſſort ſe bandoit dans ce cas avec la ſomme des forces des mobiles, c'eſt-à-dire avec 20 degrés de force; & qu'en ſe débandant, il redonnoit 10 degrés de force à l'un, & 10 degrés de force à l'autre. Ce qui ne renfermeroit aucune difficulté, puiſqu'on ſuppoſe, comme une choſe donnée, que le reſſort doit ſe débander avec la même force qu'il a été bandé.

Mais cette extrême facilité de rendre raiſon dans ce cas particulier du phenomene du choc des corps à reſſort, dont l'explication paroît ſi difficile dans les autres cas, bien loin de me ſéduire, me l'a rendue ſuſpecte, & m'a engagé à examiner avec attention ſi elle ne renfermoit pas quelque illuſion.

Pour cet effet j'ai comparé ce cas du choc à d'autres qui y avoient du rapport, & par cette ſeule comparaiſon je me ſuis aiſément apperçû que dans ce cas le reſſort ne ſe bandoit en effet qu'avec la ſeule force d'un des mobiles, & que la force contraire de l'autre ne faiſoit que lui ſervir de point d'appui, & ſe détruiſoit abſolument ſans produire aucun autre effet phyſique dans le bandement: ou bien, ce qui revient au même, que le reſſort ne ſe bandoit qu'avec la moitié de la force de l'un, & la moitié de la force de l'autre, & que les deux autres moitiés de ces forces ne faiſoient que ſervir de point d'appui aux précédentes, & ſe détruiſoient abſolument par le choc.

Car (pour commencer la comparaiſon par le cas dans lequel le corps *A* avec un de maſſe & 11 de vîteſſe choque *B* en repos, décuple de *A*) n'eſt-il pas viſible que dans ce cas la ſomme des forces n'eſt que de 11 degrés? Cependant l'experience apprend que dans ce même cas le reſſort, en ſe débandant, produit dans les mobiles la même quantité de force que dans le cas précédent, c'eſt-à-dire, 10 degrés de force dans l'un, & 10 degrés de force dans l'autre. Il eſt donc déja évident que le reſſort ne s'eſt pas plus fortement bandé dans le cas propoſé que dans celui-ci. D'ailleurs dans ce cas-ci le corps choquant ayant conſervé un de ſes 11 degrés de force & de vîteſſe par lequel il a pourſuivi le corps choqué dans ſa fuite, il paroît encore évident que ce degré de force n'a pas pû contribuer à bander le reſſort, & que par conſéquent le reſſort n'a été bandé dans ce cas que par les 10 degrés de force que le corps choquant a perdu.

Or nous venons de voir que le reſſort ne s'eſt pas plus fortement bandé dans le cas propoſé que dans celui-ci.

Il eſt donc évident qu'il n'y a eu, dans le cas où les mobiles ſe choquent avec des forces contraires, que 10 des 20 degrés de force qu'ils avoient avant le choc, qui ayent contribué à bander le reſſort; & qu'il faut par conſéquent penſer à l'égard de ce cas que le reſſort n'y a pas été bandé par une force plus grande que dans le cas où le corps choqué eſt en repos, & où le choquant ne peut le choquer qu'avec la force de 10 degrés.

XIV. Pour confirmer de plus en plus cette démonſtration experimentale, & qui n'eſt fon-

fondée uniquement que sur la comparaison des effets de divers chocs, au lieu de distribuer la vîtesse du corps *A* en 11 degrés, distribuons-la en 110.

Et nous verrons que dans ce cas, où le corps *B* est en repos, le corps *A* doit, selon la loi generale, perdre par le choc 100 degrés de force, & le ressort se bander par une certaine force qui ne peut pas surpasser la somme des forces des mobiles qui est ici de 110 degrés.

Donnons maintenant 109 degrés de vîtesse au corps *A*, & un degré de vîtesse au corps *B* en sens contraire. Et le corps *B* étant décuple du corps *A*, aura 10 degrés de force, & la somme des forces des mobiles sera donc de 119 degrés; mais le corps *A* ne perdra, comme dans le cas précédent, selon la même loi generale, que 100 degrés de force, & par l'experience le ressort ne se bandera qu'autant qu'il s'est bandé dans le cas précédent, puisqu'on verra qu'en se débandant, il ne produira que le même effet qu'il a produit dans le cas précédent.

Donnons ensuite 108 degrés de vîtesse au corps *A*, & 2 degrés de vîtesse au corps *B*, toûjours en sens contraire. Et le corps *B* aura 20 degrés de force, & par conséquent la somme des forces des mobiles sera de 128 degrés; mais le corps *A* ne perdra, comme dans les cas précédens, que 100 degrés de force & de vîtesse selon la même loi generale, & par l'experience le ressort ne se bandera qu'autant qu'il s'est bandé dans les cas précédens.

Et ainſi de ſuite, juſqu'au cas où ayant donné 100 degrés de vîteſſe au corps *A*, & 10 degrés de vîteſſe au corps *B*, les mobiles auront chacun une égale force de 100 degrés, la ſomme des forces ſera de 200 degrés, le corps *A* ne perdra que 100 degrés de force ſelon la loi generale, & par l'experience le reſſort ne ſe bandera qu'autant qu'il s'eſt bandé dans les cas précédens.

Or peut-on dire après cela avec la moindre apparence de raiſon, que la ſomme des forces des mobiles qui va toûjours en augmentant de 110 degrés à 119, de 119 à 128, de 128 à 137, de 137 à 146, de 146 à 155, de 155 à 164, de 164 à 173, de 173 à 182, de 182 à 191, de 191 à 200; & la force que le corps choquant *A* a perdue par le choc, étant toûjours demeurée de 100 degrés dans tous ces chocs, ſans que le reſſort ſe ſoit plus fortement bandé dans l'un que dans l'autre; peut-on ſoutenir, dis-je, que la ſomme des forces de 200 degrés que les mobiles ont perdu dans ce dernier cas ait été totalement employée à bander le reſſort? Au contraire, ce qu'on en doit conclurre eſt que la force du bandement du reſſort, qui eſt un effet conſtant dans tous ces cas, a été produit par la cauſe conſtante de 100 degrés de force que le corps *A* a perdu auſſi-bien dans le dernier cas que dans le premier; & que le corps choquant *A* devant perdre tous ſes 100 degrés de force ſelon la loi generale du choc, & devant reſter en repos, il convient de dire:

1o. Que durant le bandement du reſſort, le le corps *B* doit recevoir comme dans le premier cas tous ces 100 degrés de force, & perdre, en les recevant, les 100 degrés de force qu'il a dans ce cas-ci en ſens contraire, ce qui le réduira auſſi au repos, ſans que ces 100 degrés de force qu'il perd contribuent poſitivement à bander le reſſort.

2°. Que le reſſort ſe bande en même tems avec 100 degrés de force.

3°. Que pendant le débandement du reſſort, le corps *B* reçoit encore 100 degrés de force en avant.

4°. Enfin que le corps *A* reçoit 100 degrés de force en arriere.

Ainſi quoi-que les mobiles n'ayent fait dans ce cas-ci que reprendre après le choc les mêmes forces & les mêmes vîteſſes qu'ils avoient avant le choc, cela n'empêche pas que les mêmes effets que nous avons remarqués dans le cas que le corps choqué eſt en repos, ne ſe rencontrent dans celui-ci, & que ce cas ne renferme par conſéqunt toute la difficulté qui ſe rencontre dans les autres: que ſi les effets de ce choc paroiſſent plus ſimples à l'exterieur, ce n'eſt que parce que les forces que le reſſort produit, & qui ſe manifeſtent en tout ou en partie dans les autres cas, ſe détruiſent mutuellement dans celui-ci: qu'enfin ce cas qui ſemble ne renfermer par ſes effets exterieurs ni communication de mouvement, ni augmentation de force, mais ſeulement une deſtruction totale & une reproduction auſſi totale du même mouvement, quoi-que le plus ſimple en apparence, eſt en effet le plus compoſé de tous, à cauſe de la complication des forces contraires, qui, ſelon la loi generale du choc, doivent ſe détruire abſolument par le choc.

D'où il ſuit enfin que ce ſeroit s'expoſer viſiblement à l'illuſion que de ſe prévaloir de la facilité apparente que l'on trouve à rendre raiſon de ce cas, en ſuppoſant temerairement que le reſſort s'y bande avec la ſomme des forces; & qu'il vaut bien mieux éviter ce danger, en commençant nos recherches par le cas qui renferme à découvert toute la difficulté.

XV. On peut donc juger, par toutes les remarques que nous venons de faire, de l'extrême difficulté qu'il y a de rendre raiſon du phenomene du choc des corps à reſſort. C'eſt auſſi ce qui a porté la plupart des Philoſophes de ce tems, & ceux-là même qui ont acquis le plus de réputation, d'imaginer de nouveaux principes du Mouvement en general, d'où ces effets puſſent ſe déduire avec plus de facilité, que de ceux qui étoient communément reçûs avant qu'on eût une connoiſſance diſtincte de ce phenomene. Mais comme c'eſt une maxime reçûe de tout tems, que dans l'explication d'un effet on ne doit jamais avoir recours à la Metaphyſique, tant qu'on peut eſperer de pouvoir en trouver une raiſon phyſique, & le déduire des principes déja établis ſur la raiſon & ſur l'experience, quelque longue, difficile & cachée que puiſſe être cette déduction, ce que l'on peut toûjours eſperer de faire, lorſque le phenomene eſt compoſé, ou qu'il dépend de la combinaiſon de pluſieurs cauſes, tel qu'eſt viſibleblement celui dont nous traitons, je me suis enfin déterminé à examiner avec plus de soin les differences qui sont entre le choc des corps que l'on suppose être à ressort parfait, & celui des corps que l'on suppose être parfaitement durs, & si la diversité des effets de ces chocs ne pourroit pas bien se déduire mécaniquement de ces mêmes differences.

SECONDE PARTIE.

Où l'on tâche d'expliquer le phenomene du choc des Corps à ressort parfait, par les seuls principes des Mécaniques, joints aux differences physiques que l'on peut concevoir être entre le choc des Corps durs, & celui des Corps à ressort parfait.

Ce que les corps durs & les corps à ressort parfait peuvent avoir de commun par rapport au choc, est, que toutes leurs parties soient uniformément liées les unes aux autres. Et ils peuvent differer, en ce que liaison des parties des corps durs soit si forte, qu'elles ne puissent s'approcher mutuellement les unes des autres. D'où il suit que la premiere partie choquée ne pourra recevoir la moindre vîtesse, que la derniere & toutes celles d'entre-deux ne reçoivent en même tems la même vîtesse; au lieu que l'on peut concevoir que la liaison des parties des corps à ressort soit telle,

1°. Qu'elles puissent s'approcher les unes des autres, & les mobiles se *comprimer* par le choc.

2°. Qu'à meſure que les mobiles ſe compriment, ils ſe *roidiſſent* ou ſe *bandent*.

3°. Qu'à meſure qu'ils ſe bandent, ils *reſiſtent* à leur compreſſion avec une force égale à celle qui a été employée à les bander.

Je veux dire que le reſſort étant bandé juſqu'à un certain degré de force, il ne ſera pas neceſſaire pour le bander encore d'un ſecond degré de force égal au précédent, que les centres des mobiles s'approchent d'auſſi près l'un de l'autre qu'ils s'en ſont approchés auparavant, ce que l'experience confirme.

La premiere conſéquence generale que l'on peut tirer de ces obſervations eſt, que dans le choc de deux corps *A*, *B*, (*Fig.* 1. ſupposés *durs*, les parties de ces corps ne pouvant s'approcher les unes des autres, le corps choquant *A* perdra dans l'inſtant du choc toute la force & la vîteſſe qu'il doit perdre ſelon la loi generale du choc (*dem.* 6.) & le corps choqué *B* recevra auſſi dans le même inſtant toute la force & la vîteſſe qu'il doit acquerir ſelon la même loi. De telle ſorte que toute la force & la vîteſſe que ces corps doivent conſerver après le choc, ſe diſtribuera également & dès l'inſtant du choc dans toutes les parties de ces corps ſans aucune ſucceſſion de tems.

Au lieu que dans le choc de ces mêmes corps *A*, *B* (*Fig.* 1.) ſuppoſés à reſſort, ou tels qu'ils puiſſent ſe comprimer, ſe roidir, & acquerir peu-à-peu de la réſiſtance à leur compreſſion, on conçoit qu'au moment du choc, leurs parties étant uniformément liées les unes aux autres, & ayant la faculté de s'ap-s'approcher mutuellement les unes des autres, le centre *K*, ou *C* (*on doit concevoir le point* K *très voisin du point* C) du corps *A* s'approchera en effet du centre *D* du corps *B*, & retiendra presque toute la vîtesse qu'il avoit avant le choc; pendant que le centre *D* du corps *B* (je dis le centre, parce que lorsque le centre de pesanteur d'un corps se meut, tout le corps se meut) le centre *D*, dis-je, du corps *B* ne recevra en même tems qu'une très petite partie de la vîtesse qu'il doit acquerir à la fin de la compression, laquelle vîtesse augmentera peu-à-peu, pendant que celle du centre *K* du corps choquant *A* diminuera, jusqu'à ce que les centres *K*, *D*, ou *C*, *D*, de ces corps ayent acquis comme par une suite infinie de chocs chacun une égale vîtesse, & que pendant tout le tems que durera sa compression, leur masse commune ait parcouru par un mouvement acceleré un petit espace *DE*, de telle sorte que la moindre vîtesse du centre *C* étant égale à la plus grande vîtesse du centre *D*, l'espace *KC*, que le centre *C* aura en même tems parcouru depuis le premier instant du choc jusqu'au dernier, sera, quoi-que très petit en lui-même, beaucoup plus long que l'espace *DE*. D'où il suit enfin que si de l'espace *KC* on ôte l'espace $KL = DE$, l'espace *LC* sera celui dont le centre *C* se sera approché du centre *D* durant tout le tems qu'aura duré la compression.

Or quelques petits que soient en eux-mêmes les espaces *KC* & *DE*, que les centres *C*, *D*, des mobiles ont parcourus durant la compression, & quelque court que soit le tems qu'ils ayent employé à les parcourir (ce qui a porté plusieurs Auteurs, qui ont entrepris l'explication de ce phenomene, à les negliger) cependant comme c'est durant ce même tems que la masse commune des mobiles a passé du repos où elle étoit, au mouvement qu'elle a acquis à la fin du choc, c'est là uniquement, à mon avis, qu'est caché tout le mystere. Mais comme ce mystere n'est pas aisé à développer, pour le faire d'une maniere sensible, nous ferons d'abord cette hypothese.

HYPOTHESE.

A, *B*, (*Fig.* 2.) sont deux corps spheriques parfaitement durs, percés chacun d'un petit trou jusqu'à leurs centres *C*, *D*. *c d* est une lame très longue, par-tout semblable à elle-même, apliée en zig zag, formant une infinité d'angles tous égaux, dont les sommets sont tous compris entre deux plans paralleles, & si mince, que sa masse entiere n'est d'aucune consideration à l'égard de celle du corps *A*, ou du corps *B*, & dont les extremités *c*, *d*, sont immédiatement appuyées contre les centres *C*, *D*, ou *K*, *D*, des corps *A*, *B*. On doit ici considerer le centre *C* comme partant du point *K*.

PREMIER CAS.

Supposons d'abord que le corps *A* se meut vers *B* avec la vîtesse *x* & la force *A x*; que le corps *B* est en repos & infiniment grand par rapport au corps *A*; & que l'union des parties de la lame *c d* est si forte, que son extremité *c* ne peut en aucune sorte s'approcher de son autre extremité *d*, ni recevoir aucune vîtesse, qu'aussi-qu'aussi-tôt cette autre extremité d ne reçoive la même vîtesse. Et je dis,

1°. Qu'à cause de la résistance totale de la lame $c\ d$, le corps A communiquera son mouvement au corps B par l'entremise de cette lame, de la même façon qu'il le lui auroit communiqué, si ces corps s'étoient choqués immédiatement; c'est-à-dire, que la force $A\ x$ & la vîtesse x du corps A se distribuera également dès l'instant du choc dans toutes les parties des corps A & B.

2°. Que le corps A perdra tout d'un coup sans aucune succession de tems, & dès le premier instant du choc, c'est-à-dire, dès l'instant qu'il choquera le bout anterieur c de la lame $c\ d$, ou qu'il en sera choqué (car ces deux effets sont réciproques); le corps A, dis-je, perdra dès ce premier instant toute la force $A\ x$ & la vîtesse x qu'il a avant le choc, à une quantite $d\,x$ infiniment petite près que l'on peut negliger.

3°. Que le corps B, dès le même instant du choc, c'est-à-dire, dès l'instant qu'il sera choqué par l'extremité posterieure d de la même verge $c\ d$, recevra toute la force $A\ x$ que le corps A aura perdue, & que cette force $A\ x$ ne produira dans le corps B qu'une vîtesse $d\ x$ infiniment petite par rapport à la vîtesse x du corps A avant le choc, & égale à la vîtesse $d\,x$ que le même corps A a conservée, que l'on peut pareillement negliger.

4°. Que par conséquent la force $A\ x$ se transformera en $B\,d\,x$, de telle sorte qu'on aura $A\,x = B\,d\,x$. D'où il suit que la vîtesse $d\,x$, que le corps B acquerra par le choc, pourra être confiderée comme nulle par rapport à la vîteffe x que le corps A avoit avant le choc, & fon centre D comme immobile. Ce qui eft tout évident.

SECOND CAS.

Suppofons maintenant que la réfiftance de la lame kd ou cd ne foit pas totale comme dans le cas précédent, mais 1°. Que cette lame puiffe *fe comprimer*, ou que fes parties, fans ceffer d'être liées les unes aux autres, puiffent s'approcher mutuellement les unes des autres. 2°. Que par ce moyen la lame cd acquiere peu-à-peu de la *roideur* à mefure qu'elle fe comprime. 3°. Qu'enfin cette roideur lui procure à chaque inftant une *réfiftance* égale à la force que le corps choquant a perdue. Et tout le refte demeurant comme dans le cas précédent, je dis,

POUR LE PREMIER TEMS.

1°. Qu'au commencement du choc les parties de la lame $c\,d$ pouvant s'approcher les unes des autres, & cette lame étant par-là contrainte de fe comprimer, fi elle ne fe roidiffoit pas à mefure que le corps A la comprime, & que fon extremité c s'approche de d, & que cette lame cd, dont la maffe eft infiniment petite par rapport à celle du corps A, n'acquît aucune réfiftance, le corps A ne perdroit, durant tout le tems de la compreffion, aucune partie de fa force Ax, ni de fa vîteffe x, quelque petite qu'on veuille fuppofer la force Ax & la vîteffe x du corps A, pourvû qu'on la fupſuppoſe finie. Ce qui eſt évident, & qu'il faut bien remarquer.

2°. Mais, par la ſuppoſition, la lame cd acquerant de la roideur à meſure qu'elle ſe comprime, & que ſes parties s'approchent les unes des autres, & de la réſiſtance à meſure qu'elle ſe roidit; ſi cette lame peut acquerir, avant que d'être totalement comprimée, aſſés de roideur & de reſiſtance pour égaler la force Ax du corps A, comme nous le ſuppoſerons toûjours: Alors je dis,

3°. Que le corps A pourra perdre, durant tout le tems de la compreſſion, toute ſa force Ax & ſa vîteſſe x avant que d'atteindre au corps B, que nous ſuppoſons toûjours infiniment grand par rapport au corps A.

4°. Que les parties de la lame cd pouvant s'approcher les unes des autres, le corps A ne perdra pas dès l'inſtant du choc toute ſa vîteſſe x, ni par conſéquent toute ſa force Ax, comme il l'auroit fait ſi la lame cd avoit été inflexible; mais qu'il ne la perdra que peu-à-peu, & à meſure qu'il comprimera la lame cd, & que cette lame acquerra de la roideur & de la réſiſtance. Ce qui eſt encore évident.

5°. D'où il ſuit qu'il y aura un tems très court, à la fin duquel le corps A n'aura perdu qu'une quantité infiniment petite dx de ſa vîteſſe x. De ſorte que nommant x l'eſpace qu'il auroit parcouru avant le choc durant un tems égal à ce premier tems, & par lequel ſa vîteſſe eſt meſurée, l'eſpace que ſon centre c aura parcouru durant ce même premier tems du choc, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, sera $x - dx$.

6°. D'où il suit encore, par la supposition, que pendant que l'extremité c de la lame cd se sera approchée de son autre extremité d de l'espace $x - dx$, & que le corps A aura perdu la partie Adx de sa force Ax, le centre D du corps B étant supposé immobile, la lame cd aura acquis un degré de roideur Adx égal à la même force Adx que le corps A a perdue, & que cette roideur lui procure une résistance dx égale au degré de vîtesse dx que le corps A a perdue. D'où il suit

POUR LE SECOND TEMS.

1°. Que quoi-que le corps A, qui au commencement du premier tems tendoit à se mouvoir avec la vîtesse x, & à parcourir l'espace x, ne tende à se mouvoir à la fin de ce même premier tems, ou au commencement du second tems, qu'avec la vîtesse $x - dx$, & à ne parcourir que l'espace $x - dx$ en un tems égal au précédent; cependant comme la lame cd, qui au commencement du premier tems n'avoit encore acquis aucune roideur ni aucune résistance, & dont l'extremité c tendoit à se mouvoir vers d avec la même vîtesse x, a acquis au commencement de ce second tems la résistance dx, & qui fait qu'il n'est pas necessaire que le corps A comprime encore le ressort cd durant ce second tems d'une quantité $x - dx$ égale la précédente, afin que le ressort se trouve bandé d'une seconde quantité de force Adx égale le à la premiere ; on voit bien qu'il peut se faire que dans le cas du ressort parfait, la résistance de la lame $c\,d$ soit telle que le corps A ne doive parcourir durant ce second tems que l'espace $x - 2\,dx$, pour procurer à cette lame $c\,d$ ce second degré de roideur $A\,dx$. Ce qui ne renferme rien de contraire aux loix des Mécaniques, puisqu'on ne suppose ici rien autre chose, sinon que la résistance du ressort est égale à la roideur qu'il a acquise, ou à la vîtesse $d\,x$ que le corps A a perdue en lui procurant cette roideur. D'où il suit

2°. Que quoi-que le corps A n'ait plus au commencement du second tems que la vîtesse $x - dx$, au lieu de la vîtesse x qu'il avoit au commencement du premier tems ; cependant comme, par ce que nous venons de dire, il n'a à parcourir durant ce second tems que l'espace $x - 2\,dx$, pour que le ressort se trouve bandé d'une seconde quantité de force $A\,dx$ égale à la premiere, au lieu qu'il a eu à parcourir durant le premier tems l'espace $x - dx$ pour produire le même effet ; on voit bien que le tems que le corps A employera à parcourir ce second espace $x - 2\,dx$, n'ayant que la vîtesse initiale $x - dx$, sera égal au tems qu'il a employé à parcourir le premier espace $x - dx$, lorsqu'il avoit la vîtesse initiale x, & que l'espace $x - 2\,dx$ qu'il a à parcourir durant ce second tems, sera d'autant moindre que l'espace $x - d\,x$ qu'il a eu à parcourir durant le premier tems ; que la vîtesse initiale $x - dx$ est moindre que la vîtesse initiale x. D'où il suit clairement par *Art.* 8, que quoi-que la vîtesse absolue $x - dx$ du corps A au commencement du 2^d tems ſoit moindre de la quantité dx, que la vîteſſe initiale x du même corps A au commencement du 1^er tems, ſa vîteſſe reſpective eſt pourtant demeurée la même x au commencement du 2^d tems qu'elle étoit au commencement du 1^er tems. Ce qu'il faut bien remarquer.

3°. Le corps A n'ayant donc plus au commencement du 2^d tems que la vîteſſe abſolue $x - dx$, mais continuant toûjours à comprimer le reſſort avec la même vîteſſe reſpective x, avec laquelle il l'a comprimé durant le 1^er tems; & par *Art.* 8, l'effet du choc ſe règlant, non ſur la quantité de la vîteſſe abſolue des mobiles, mais ſur la quantité de leur vîteſſe reſpective, le corps A ayant perdu le degré de force Adx & de vîteſſe dx à la fin du 1^er tems, perdra à la fin de ce 2^d tems un pareil degré de force Adx & de vîteſſe dx, & n'aura plus à la fin de ce 2^d tems que la force $Ax - 2Adx$, & la vîteſſe abſolue $x - 2dx$.

4°. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 2^d tems, le centre C du corps A ſe ſera encore approché du centre D du corps B de l'eſpace $x - 2dx$, & qu'il aura parcouru cet eſpace dans un tems égal à celui qu'il a employé à parcourir l'eſpace $x - dx$ avec la vîteſſe initiale x durant le 1^er tems.

5°. Et que pendant que l'extremité c de la lame cd ſe ſera encore approchée de d durant ce 2^d tems de l'eſpace $x - 2dx$, & que le corps A aura encore perdu une 2^de partie Adx de ſa force Ax, & une 2^de partie dx de ſa ſa vîteſſe abſolue x, la lame cd aura encore acquis un 2d degré de roideur Adx & de réſiſtance dx égal au précédent, de ſorte qu'à la fin de ce 2d tems, ſa roideur ſera $2Adx$, & ſa réſiſtance $2dx$. D'où il ſuit

POUR LE TROISIEME TEMS.

1o. Que quoi-que le corps A, qui au commencement du 1er tems tendoit à ſe mouvoir avec la vîteſſe x, & à parcourir l'eſpace x, ne tende plus à ſe mouvoir à la fin du 2d tems, ou au commencement du 3me, qu'avec la vîteſſe $x - 2dx$, & à ne parcourir que l'eſpace $x - 2dx$ en un tems égal au premier, on voit que la lame cd, qui au commencement du 1er tems n'avoit encore acquis aucune roideur ni aucune réſiſtance, & dont l'extremité c tendoit à ſe mouvoir vers d, avec la même vîteſſe x, ayant acquis au commencement de ce 3me tems la roideur $2Adx$, & réſiſtant d'autant à ſa compreſſion, ou ſon extremité c ne tendant plus à ſe mouvoir vers d qu'avec la vîteſſe $x - 2dx$, ou tendant à manquer de parcourir la partie $2dx$ de l'eſpace x qu'il tendoit à parcourir au commencement du 1er tems; on voit, dis-je, par ces raiſons, jointes à celles de l'article précédent, que quoi-que la vîteſſe abſolue x du corps A au commencement du 1er tems ait diminué de la quantité $2dx$, & ſoit devenue $x - 2dx$ au commencement du 3me tems, ſa vîteſſe reſpective eſt néanmoins demeurée la même x qu'elle étoit au commencement du 1er tems.

2°. Que le corps A n'ayant plus au commencement du 3me tems que la vîtesse absolue $x - 2dx$, mais comprimant toûjours le ressort avec la même vîtesse respective x, & l'effet du choc se règlant, non sur la quantité de la vîtesse absolue des mobiles, mais sur la quantité de leur vîtesse respective, le corps A ayant perdu le degré de force $A\,dx$ & de vîtesse dx à la fin du 1er tems, perdra à la fin de ce 3me tems un pareil degré de force $A\,dx$ & de vîtesse dx, & n'aura plus que la force $Ax - 3\,A\,dx$, & la vîtesse absolue $x - 3\,dx$.

3°. D'où il suit qu'à la fin de ce 3me tems le centre C du corps A se sera encore approché du centre D du corps B de l'espace $x - 3\,dx$, & qu'il aura parcouru cet espace dans un tems égal à celui qu'il a employé à parcourir l'espace $x - dx$ durant le premier tems. Et

4°. Que pendant que l'extremité c de la lame cd se sera encore approchée de d de l'espace $x - 3\,dx$ durant ce 3me tems, & que le corps A aura encore perdu une 3me partie $A\,dx$ de sa force Ax, & une 3me partie dx de sa vîtesse absolue x, la lame cd aura encore acquis un 3me degré de roideur $A\,dx$ & de résistance dx égal aux précédens, qui maintiendra sa vîtesse respective dans le même degré de force x, où elle étoit au commencement du choc. Et ainsi de suite jusqu'au dernier tems. D'où il suit,

POUR

POUR LE DERNIER TEMS.

I. Que dans le cas que le centre *D* du corps choqué *B* eſt immobile, ou, ce qui revient au même, que le corps choqué *B* eſt infiniment grand par rapport au corps choquant *A*, & que la réſiſtance du reſſort *cd* eſt égale à la vîteſſe que le corps choquant perd à chaque inſtant; le corps *A* perdra ſans ceſſe en tems égaux des degrés égaux de ſa force Ax & de ſa vîteſſe abſolue x, & que cette force & cette vîteſſe diminuera ſucceſſivement comme les termes de la ſuite infinie

$$x-dx.\ x-2dx.\ x-3dx.\ \ldots .x-x=0$$

juſqu'à devenir $x-x$ ou *zero* à la fin de la compreſſion, comme on le voit en *E*. (*Voy. la Planche*).

II. Que le bandement du reſſort, & la réſtance qu'il apporte à ſa compreſſion augmenteront, dans les mêmes tems égaux, en degrés égaux de force comme les termes de la ſuite infinie

$$dx.\quad 2dx.\quad 3dx.\ \ldots\ldots .x$$

juſqu'à devenir x à la fin de la compreſſion, ou *égale* à la vîteſſe abſolue du corps *A* avant le choc, comme on le voit en *F*. Et tout cela par la raiſon,

III. Que quoi-que la vîteſſe abſolue du corps *A* diminue ſans ceſſe en tems égaux, en degrés égaux, neanmoins comme la réſiſtance du reſſort augmente dans la même progreſſion, & que par conſéquent l'eſpace que le corps *A* a à parcourir à chaque inſtant, di-

diminue auſſi dans la même progreſſion que la vîteſſe abſolue diminue, la vîteſſe reſpective du corps A demeurera toûjours la même

$$x. \quad x. \quad x. \ldots\ldots\ldots x$$

& ſera à chaque inſtant égale à la vîteſſe x qu'il avoit avant le choc, juſqu'à ce que la réſiſtance du reſſort devienne à la fin égale à cette même vîteſſe reſpective x. Ce qui n'arrivera que lorſque la vîteſſe abſolue x, qui dimininue ſans ceſſe en tems égaux comme les termes de la ſuite E, deviendra enfin $x-x=0$, & qu'il y aura équilibre entre la vîteſſe reſpective x & la réſiſtance du reſſort x, comme on le voit en G.

IV. D'où il ſuit que le reſſort venant alors à ſe débander avec la même vîteſſe x, & de la même façon qu'il a été bandé, pourra, en ſe débandant, redonner au corps A, à la fin du débandement, la même force Ax & la même vîteſſe x qu'il avoit avant le choc.

Au lieu que ſi en même tems que la vîteſſe abſolue x diminue, & que le bandement du reſſort augmente comme auparavant, on ſuppoſoit que l'eſpace que le corps A a à parcourir à chaque fois qu'il perd un de ſes degrés de force Adx & de vîteſſe dx, étoit toûjours le même $x-dx$, alors il eſt viſible que la vîteſſe reſpective ſeroit à chacun de ces inſtans égale à la vîteſſe abſolue que le corps A auroit dans le même tems, & qu'au lieu de demeurer conſtante & toûjours la même x, comme dans le cas précédent, elle deviendroit comme la vîteſſe abſolue

$x-dx.$

$x - dx. x - 2dx$ $x - 3dx. x - 4dx. x - 5dx$, &c. pendant que la roideur du reſſort deviendroit
dx. $2dx$. $3dx$. $4dx$. $5dx$, &c.

D'où il ſuit que lorſque le bandement du reſſort auroit acquis la moitié de la force Ax du corps A, le reſſort feroit équilibre avec l'autre moitié de la même force Ax que le corps A auroit encore; & que le reſſort ne pouvant plus être comprimé, commenceroit dès-lors à ſe débander, & à détruire peu-à-peu, en ſe débandant, cette autre moitié de la force Ax que le corps A auroit encore. D'où il ſuit que le corps A ne rejailliroit point, & demeureroit en repos après le choc auprès du corps B, comme s'il n'y avoit eu ni bandement ni débandement de reſſort.

On peut juger par-là de ce qui arriveroit, ſi la réſiſtance du reſſort étoit plus grande que dans ce dernier cas, mais plus petite que dans le cas précédent, ce qui renferme tous les cas du reſſort *imparfait*; car alors le corps choquant recevroit bien par le débandement du reſſort quelque mouvement en arriere, mais il ne pourroit jamais parvenir à recevoir la même vîteſſe qu'il avoit avant le choc, comme dans le cas où la vîteſſe reſpective demeure conſtante, & dont nous allons continuer de parler dans les articles ſuivans.

V. Le corps A ayant donc perdu durant tout le tems qu'a duré la compreſſion, toute la force Ax qu'il avoit avant le choc, il faut maintenant examiner ce que cette force eſt devenue, & déterminer préciſément à quels effets elle a été employée.

Pour cet effet il faut conſiderer trois choſes dans

dans le bandement du ressort. 1°. La *compression* par laquelle son extremité *c* a été approchée de son autre extremité *d*. 2°. La *roideur* qu'il a acquise à mesure qu'il a été comprimé. 3°. La *résistance* dont cette roideur l'a rendu capable.

En premier lieu, il est visible que la *compression* pure & simple du ressort *c d* n'a pas pû consommer la moindre partie de sa force *A x*, puisque si la lame *c d*, dont par la supposition la masse est infiniment petite par rapport à celle du corps *A*, ne s'étoit pas roidie, & qu'elle n'eût par conséquent acquis aucune résistance, le corps *A*, par le principe de la continuation du mouvement, auroit comprimé toute la lame *c d* sans perdre aucune partie sensible de sa force *A x* & de sa vîtesse *x*.

En second lieu, la *roideur* qui est survenue à la lame *c d* à mesure qu'elle a été comprimée, n'a pas non plus consommé aucune partie de la force *A x* du corps *A*. Car la force du corps *A* n'a certainement pas été la cause efficiente de cette roideur, quoi-qu'elle l'ait procurée à cette lame en la comprimant, puisque la cause efficiente de la roideur qu'un ressort acquiert, lorsqu'on le comprime, est visiblement une cause étrangere au mouvement des mobiles; c'est la matiere subtile, ou plus generalement c'est la cause du ressort qui produit cet effet. Certainement la lame *c d* ne se bande pas précisément parce qu'elle est comprimée, mais parce qu'elle a une certaine disposition à recevoir l'action de la cause qui produit le ressort, quelle que puisse être & cette disposition & cette cause; puis-

puisque si cette lame très mince étoit de Plomb, elle auroit beau être comprimée toute entiere, & réduite à n'occuper que la longueur des rayons des corps durs *A*, *B*, elle pourroit n'acquerir aucune roideur, ni faire perdre au corps *A* la moindre vîtesse. Ce n'est donc pas le corps *A* qui fournit la force necessaire au bandement qu'elle acquiert lorsqu'elle est d'Acier trempé, c'est uniquement la cause qui produit le ressort qui lui fournit cette force.

En troisieme lieu, il ne reste donc plus que la *résistance* que la lame *cd* a acquise peu-à-peu durant la compression qui ait pû détruire ainsi peu-à-peu, & en degrés égaux en tems égaux, la force *Ax* & la vîtesse *x* du corps *A*. Mais cette résistance n'a pû détruire dans le corps *A* la force *Ax* & la vîtesse *x* que de la même façon que la résistance totale de la verge inflexible *cd* l'y a détruite dans le premier cas, c'est-à-dire, en la transportant dans le corps *B*, avec cette seule difference, qu'au lieu que dans ce premier cas la résistance de la lame *cd* étant totale dès le premier instant du choc, la force *Ax* du corps *A* a été transportée tout d'un coup & dès le premier instant du choc dans le corps *B*, & s'y est tranformée en *Bdx*, de telle sorte que le corps *B* a reçû dès ce même instant toute la vîtesse *dx*; au lieu que dans ce cas-ci la résistance de la lame *cd* étant *nulle* au commencement du choc, ou ne faisant que de *naître*, & cette lame n'ayant acquis à la fin du premier tems que la résistance infiniment petite *dx*, cette résistance *dx* n'a pû

avoir

avoir transporté dans le corps B que la partie infinement petite Adx de la force Ax que le corps A a perdue à la fin de ce premier tems, laquelle force Adx s'y sera transformée en $Bddx$, & aura procuré au corps B la vîtesse ddx infiniment petite par rapport à la vîtesse dx que la force Ax lui a procurée dans le cas précédent; & l'on voit clairement que quoi-que le corps A ait d'abord frappé l'extremité c du ressort avec toute la force Ax qu'il a avant le choc, comme dans le premier cas, & qu'il lui ait communiqué toute sa vîtesse x, il arrive cependant par la souplesse du ressort, que cette même force Ax & cette même vîtesse x ne se transmet pas dès le même instant à l'autre extremité d du ressort, mais qu'il n'y a que la force Adx & la vîtesse dx qui s'y transmette, & que par conséquent le corps A ne choque le corps B, dans ce premier instant, par l'entremise du ressort cd, qu'avec la force Adx & la vîtesse dx.

Que cette même lame cd n'ayant acquis à la fin du 2d tems que la résistance $2dx$, cette résistance n'a pû avoir transporté dans le corps B que la force $2Adx$ que le même corps A a perdue à la fin de ce 2d tems, laquelle force $2Adx$ s'y sera transformée en $2Bddx$, & aura procuré au corps B la vîtesse $2ddx$, & ainsi de suite, comme on le voit en H. Jusqu'au dernier tems, à la fin duquel la lame cd ayant acquis la résistance x égale à la vîtesse respective du corps A, cette résistance aura achevé de transporter dans le corps B toute la force Ax que le même corps A a perdue durant tout le tems qu'a duré la compression

preſſion, laquelle force Ax s'y ſera transformée en Bdx, & aura procuré au centre D du corps B, non dès l'inſtant du choc, ou dès le point D, mais à la fin de la compreſſion, ou au point E, toute la vîteſſe dx qu'il auroit reçûe dès le point D, ſi la lame cd avoit été une verge inflexible.

Par où il paroît clairement que la force Ax du corps A eſt conſtamment demeurée toute entiere dans les mobiles A, B, à chaque inſtant qu'a duré la compreſſion, partie dans l'un & partie dans l'autre, juſqu'au dernier inſtant, à la fin duquel elle a paſſé toute entiere dans le corps B.

VI. D'où je conclus que dans le cas que la réſiſtance du reſſort eſt à chaque inſtant égale à la vîteſſe abſolue que le corps choquant A perd : ou, ce qui revient au même, que la vîteſſe reſpective du corps A eſt conſtante ; non ſeulement la force abſolue Ax que le corps A perd peu-à-peu durant tout le tems que dure la compreſſion, a dû à la fin bander le reſſort avec toute cette même force Ax, comme on le voit en F, mais qu'elle a dû en même tems procurer au corps B toute la même vîteſſe dx qu'elle lui auroit procurée dès l'inſtant du choc, ſi la lame cd avoit été inflexible, comme on le voit en H, & que la moitié de l'exercice de cette force Ax du corps A avant le choc a été employée à la production de l'un de ces effets, & ſon autre moitié à la production de l'autre.

Pour concevoir ſenſiblement comment la ſeule force Ax, que le corps choquant A a perdue durant tout le tems qu'a duré ſa comprespression, a pû, selon les loix des Mécaniques, produire à la fin de cette même compression les deux effets égaux en force chacun à la même force Ax qui les a produits, ce qui est ici le point essentiel ; il faut remarquer,

1°. Que le corps A n'ayant perdu à la fin du 1er tems que la partie infiniment petite Adx de sa force Ax, & la partie infiniment petite dx de sa vîtesse absolue x; & le corps B n'ayant acquis que la même partie Adx de cette force Ax, & la partie ddx infiniment petite de la vîtesse dx, qu'il auroit acquise par toute la force Ax: Dans ce premier instant la force Ax du corps A, sans se détruire, s'est divisée en deux parties $Ax-Adx$ & Adx : Que l'une de ces parties $Ax-Adx$, qui est restée au corps A, lui a fait parcourir l'espace $x-dx$, dont il s'est approché du centre D, & a comprimé le ressort de la quantité $x-dx$: Que cette compression a donné lieu à la cause generale du Ressort (à la matiere subtile) de bander la lame cd de la quantité dx, sans qu'aucune partie de la force $Ax-Adx$ ait été employée ou consommée à cet effet: Qu'enfin l'autre partie Adx de la même force Ax, ayant en même tems passé dans le corps B, a procuré à ce corps la vîtesse ddx.

Que le corps A n'ayant perdu à la fin du 2d tems que les deux parties infiniment petites $2\,Adx$ de sa force Ax, & les deux parties infiniment petites $2\,dx$ de sa vîtesse absolue x, & le corps B n'ayant acquis que les deux mêmes parties $2\,Adx$ ou $2\,Bddx$ de cet-

cette force $A x$, & les deux parties $2\, ddx$ de la vîtesse dx qu'il auroit acquise par toute la force $A x$: Dans ce 2[d] instant la force $A x$ du corps A s'est de nouveau divisée sans se détruire en deux parties $A x - 2\, A dx$ & $2\, Adx$: Que l'une $A x - 2\, Adx$ qui est restée au corps A, lui a fait encore parcourir l'espace $x - 2\, dx$, dont il s'est encore approché du centre D, & a encore comprimé le ressort de la quantité $x - 2\, dx$: Que cette compression, jointe à la premiere, a donné lieu à la cause generale du Ressort de bander la lame cd de la quantité $2\, dx$, sans qu'aucune partie de la force $A x - 2\, Adx$ ait été employée ou consommée à cet effet: Qu'enfin l'autre partie $2\, Adx$ de la même force $A x$, ayant en même tems achevé de passer dans le corps B, lui a procuré la vîtesse $2\, dx$. Et ainsi de suite.

2°. D'où il suit que la force $A x$ employée à produire le choc des corps A, B, par l'entremise de la lame cd, durant tout le tems que dure le bandement du ressort, & qui auroit fait parcourir au corps A l'espace x dans le premier instant, l'espace x dans le second, l'espace x dans le troisieme, & ainsi de suite, comme on le voit en M, si la lame cd ne s'étoit pas roidie: ou l'espace dx dans le 1er instant, l'espace dx dans le second, l'espace dx dans le troisieme Et ainsi de suite, comme on le voit en N, si la lame cd avoit été inflexible.

M.	$x.$	$x.$	$x \ldots\ldots\ldots\ldots$	x
N.	$dx.$	$2dx.$	$3dx \ldots\ldots\ldots\ldots$	$x.$
O.	$Ax - Adx.$	$Ax - 2Adx.$	$Ax - 3Adx \ldots$	$Ax - Ax.$
P.	$dx.$	$2dx.$	$3dx \ldots\ldots$	$x.$
Q.	$Adx.$	$2Adx.$	$3Adx \ldots\ldots$	$Ax.$
R.	$ddx.$	$2ddx.$	$3ddx \ldots\ldots$	$dx.$

Dans ce cas-ci (le corps *A* n'ayant parcouru durant le 1er instant que l'espace $x - dx$, & le corps *B* que l'espace ddx, le même corps *A* n'ayant parcouru durant le 2d instant que l'espace $x - 2dx$, & le corps *B* que l'espace $2ddx$, le même corps n'ayant parcouru durant le 3me instant que l'espace $x - 3dx$, & le corps *B* que l'espace $3ddx$; & ainsi de suite) la force Ax du corps *A*, qui a produit le choc, s'est necessairement distribuée durant tout le tems qu'a duré le choc en deux suites *O*, *Q*, dont l'une *O* a procuré la suite *P* des degrés de roideur du ressort; & l'autre *Q* a produit la suite *R* des vîtesses que le centre *D* du corps *B* a successivement acquise.

Or la suite *O*, qui, commençant par x, va en diminuant de la quantité Adx, & finit à *zero*, est visiblement égale à la suite *Q*, qui, commençant par *zero*, va en augmentant de la même quantité Adx, & finit à x. Il est donc évident que dans le cas que la résistance du ressort est égale à la force que le corps choquant *A* a perdu à chaque instant, la force Ax du corps *A*, avant le choc, employée à produire l'effet qui arrive durant le bandement du ressort, se divise en deux parties égales *O*, *Q*, dont l'une *O* est employée à tran-

transporter la masse du corps A vers D, à comprimer en même tems le ressort, & à lui procurer la roideur qu'il acquiert successivement jusqu'au point qu'elle devienne égale à toute la force Ax. Et l'autre partie de cette force est en même tems employée à transporter la masse du corps B, & à lui procurer à la fin du choc la même force Ax, ou Bdx, & la même vîtesse dx qu'il auroit acquise dès l'instant du choc par toute la force Ax, si la lame cd avoit été inflexible; & que la quantité du transport de la masse totale des deux mobiles, qui est la mesure de la force Ax employée à cet effet durant tout le tems que dure la compression, est précisément égale au transport qui auroit été fait de la même masse durant le même tems, si le corps B avoit reçû dès le premier instant du choc toute la même force Ax qu'il n'a reçûe que peu-à-peu. D'où il suit que cette force Ax a pû suffire pour produire les deux effets dont nous parlons, puisqu'encore un coup,

Quoique le corps B ait reçû à la fin du choc, par l'entremise du ressort cd, toute la force absolue $Ax = Bdx$ que le corps A avoit avant le choc, cependant comme il n'a reçû cette force Ax ou Bdx, & la vîtesse dx que peu-à-peu; qu'il n'en a reçû que la partie Adx ou $Bddx$ & la vîtesse ddx à la fin du 1er tems: que la partie $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîtesse $2ddx$ à la fin du 2d tems: que la partie $3Adx$ ou $3Bddx$ & la vîtesse $3ddx$ à la fin du 3me tems; & ainsi de suite jusqu'à la fin du dernier tems, où il a achevé de recevoir la force Ax ou Bdx, & la vîtesse dx toute entiere, on voit :

Que la partie $Ax - Adx$ de la force Ax du corps A que le corps B a manqué de recevoir durant le 1er tems, n'ayant pas pû demeurer oisive, mais lui ayant fait effectivement parcourir l'espace $x - dx$, a comprimé le ressort, ou a approché son extremité c de d de l'espace $x - dx$, sans qu'on puisse dire que cette force $Ax - Adx$ ait reçû par-là aucune diminution, puisqu'on a vû que la compression totale du ressort pure & simple, & destituée de roideur, ne peut en faire souffrir aucune à toute la force Ax, & (*dem.* 4.) que le transport d'un corps, ou des parties de ce corps, n'use ou ne diminue point la force qui le transporte. Ce n'est donc uniquement que l'*exercice* actuel de la force $Ax - Adx$, qui n'a point été employée à mouvoir la masse commune des mobiles durant ce 1er tems, qui a approché les parties du ressort les unes des autres, & a fourni le moyen à la cause generale du ressort, de bander ou roidir la lame cd de la quantité de force Adx.

Que ce n'est aussi uniquement que l'*exercice* actuel de la partie $Ax - 2Adx$ de la même force Ax du corps A que le corps B a manqué de recevoir durant le 2d tems qui a approché l'extremité c du ressort de son autre extremité d de l'espace $x - 2dx$ qui a fourni le moyen au ressort cd, qui s'est trouvé déja bandé de la quantité de force Adx, de se bander encore d'une seconde quantité de for-
ce

ce Adx égale à la précédente, & de se trouver par conséquent bandé à la fin de ce 2d tems de la quantité de force $2Adx$. Par la raison qu'il suffit ici pour que la cause generale du ressort produise ce nouveau degré de roideur Adx dans le ressort cd, maintenant qu'il est bandé de la quantité de force Adx, que sa partie anterieure c ne s'approche de d que de l'espace $x - 2dx$, au lieu qu'il a été necessaire qu'elle s'en approchât de l'espace $x - dx$, lorsque le ressort n'étoit encore bandé d'aucune quantité de force. Et ainsi de suite.

Qu'enfin la somme des forces

$$Ax - Adx, + Ax - 2Adx, + Ax - 3Adx \ldots + Adx$$

du corps A, employées à comprimer le ressort, ou à approcher le centre C du corps A du centre D du corps B étant précisément égale à la somme des forces

$$Adx \quad + 2Adx \quad + 3Adx \ldots\ldots + Ax$$

du même corps A, employées à mouvoir le corps B durant tout le même tems qu'a duré la compression, & qui s'est transformée en

$$Bddx \quad + 2Bddx \quad + 3Bddx \ldots\ldots + Bdx;$$

il suit que la force Ax du corps A, avant le choc, a dû produire, par l'entremise du ressort, les deux effets égaux en force à celui qu'elle auroit produit sans le ressort, & dont nous avons tant parlé; l'un de procurer au corps B, non dès le premier instant du choc, ou au point D, mais à la fin du bandement du ressort, ou au point E (en lui faisant parcourir par un mouvement uniformément acceleré, un petit espace DE qui n'est que la

 moi-

moitié de celui qu'il auroit parcouru durant tout le tems qu'a duré le choc, si les corps durs *A*, *B*, se fussent choqués immédiatement) la même force *Ax* ou *Bdx*, & la même vîtesse *dx* qu'elle lui auroit procuré dès le premier instant du choc, si les mobiles se fussent choqués immédiatement. Et l'autre de bander le ressort avec une force *Ax* égale à la précédente, en faisant parcourir au corps *A*, par un mouvement uniformément retardé, un petit espace *KC* qui n'est que la moitié de celui qu'il auroit parcouru dans le même tems qu'a duré le choc, s'il n'avoit point choqué le corps *B*. D'où il suit que la moitié de l'exercice continuel de la force *Ax* du corps *A*, durant tout le tems qu'a duré la compression, a pû produire l'un de ces effets, & son autre moitié, l'autre.

Car de tous les principes des Mécaniques, celui qui est le mieux reçû, & le plus conforme à toutes les experiences, est que *la force necessaire pour transporter un corps à une certaine distance*, comme à celle d'un pied, *ne doit être que la moitié de celle qu'il faut employer pour le transporter en un tems pareil à une distance double*, comme à celle de 2 pieds.

Or si la masse des deux corps *A*, *B*, avoit reçû dès l'instant du choc, ou dès le point *D*, toute la vîtesse *u* qu'elle n'a reçûe qu'au point *E*; cette masse auroit parcouru un espace *DF* double de l'espace *DE*, durant le même tems, qu'en ne recevant toute cette vîtesse qu'au point *E*, elle n'a parcouru que l'espace *DE*.

Donc la force qui, en transportant la masse des

des corps A, B, de D en E, lui a donné à la fin la vîtesse u, n'a dû être que la moitié de celle qui l'auroit transportée en tems pareil de D en F avec la même vîtesse u.

Donc dans le choc des corps à ressort parfait, la moitié de l'exercice de la force que le corps choquant y doit perdre selon la loi generale du choc, & qui seroit toute entiere necessaire pour procurer dès l'instant du choc ou dès le point D au centre du corps B, & par conséquent à la masse commune de ces corps, toute la vîtesse requise par la loi generale du choc, si ces corps étoient durs; la moitié, dis-je, de l'exercice de cette force a dû suffire pour lui procurer la même vîtesse, non dès le premier instant du choc, ou dès le point D, mais à la fin de la compression, ou au point E.

Donc par la même raison l'autre moitié de l'exercice de cette même force qui a été en même tems employé à la compression du ressort, a dû suffire pour qu'il se trouve à la fin bandé avec toute la force que le corps choquant doit perdre selon la même loi generale du choc. Et d'ailleurs par la raison que le corps choqué B n'a pû recevoir la force & la vîtesse qu'il a reçûe à chaque instant de la compression du ressort qu'à mesure que le ressort s'est bandé; que c'est le bandement du ressort qui lui a procuré cette force & cette vîtesse; que ce bandement en est la cause, & que la cause ne peut être moindre que l'effet. Raisons qui doivent ici suffire, sans qu'il soit besoin de repeter celle que nous avons détaillée dans les articles précédens, & dans lesquels on voit à découvert tout le jeu de cet effet.

VII. On aura peut-être encore de la peine à concevoir comment la force Ax du corps A avant le choc a pû produire dans le corps B la suite des forces ou des transports de masse

$$Adx + 2Adx + 3Adx + 4Adx \ldots + Ax$$

du corps B, dont la somme des termes semble exceder infiniment la force Ax, & produire en meme tems dans le ressort la somme des compressions

$$x - dx + x - 2dx + x - 3dx \ldots + dx$$

ou des transports de masse du corps A, qui n'est pas un effet moindre que le précédent.

Mais si l'on fait attention que la force Ax est égale à la somme des termes de la suite infinie

$$Adx + Adx + Adx + Adx \ldots + Adx,$$

& que le corps B n'a reçû que successivement en tems égaux chacune des parties de cette forcr, on verra

En premier lieu, que le corps B ayant reçû à la fin du 1er tems la 1re partie Adx de la force Ax; que cette force Adx s'étant transformée en $Bddx$, & ayant procuré au corps B la vîtesse ddx, on verra, dis-je, que le corps B ayant au commencement du 2d tems la force Adx ou $Bddx$ & la vîtesse ddx, & continuant sans cesse de l'avoir, ne peut recevoir à la fin de ce même 2d tems la 2de partie Adx de la force Ax, qu'il n'ait dès le même instant la force $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîtesse $2ddx$: Que le corps B ayant au com-

commencement du 3^{me} tems la même force $2 A dx$ ou $2 B ddx$ & la vîtesse $2\, ddx$, & continuant sans cesse de l'avoir, ne peut recevoir à la fin de ce même 3^{me} tems la 3^{me} partie $A dx$ de la force $A x$, qu'il n'ait dès le même instant la force $3\, A dx$ ou $3\, B ddx$ & la vîtesse $3\, ddx$, & ainsi de suite; & qu'à la fin du dernier tems la derniere partie $A dx$ de la force $A x$ qu'il reçoit n'acheve de lui donner la force $A x$ ou $B dx$ & la vîtesse dx, qu'il continuera d'avoir après le choc.

En second lieu, on conçoit que le corps B n'ayant reçû durant le 1^{er} tems que la partie infiniment petite $A dx$ de la force $A x$, l'autre partie $A x - A dx$ de cette force, qui est restée dans le corps A, a necessairement produit la compression $x - dx$ à la fin de ce 1^{er} tems : Que le corps B n'ayant reçû durant le 2^{d} tems que la partie $2\, A dx$ de la force $A x$, l'autre partie $A x - 2\, A dx$, qui est restée dans le corps A, a necessairement produit la compression $x - 2 dx$ à la fin de ce second tems: Que le corps B n'ayant reçû durant le 3^{me} tems que la partie $3\, A dx$ de la force $A x$, l'autre partie $A x - 3\, A dx$, qui est restée dans le corps A, a necessairement produit la compression $x - 3\, dx$ à la fin de ce 3^{me} tems. Et ainsi de suite.

D'où il suit enfin, que quoi-que toutes les parties de la force $A x$ ayent passé successivement dans le corps B, cela n'empêche pas que ce corps n'ait reçû la moitié de l'exercice de cette force, & que l'autre moitié de son exercice ne soit restée dans le corps A, & n'ait été en même tems employée à comprimer le reſſort, & à lui procurer à la fin de chacun des tems égaux qu'a duré la compreſſion, des degrés égaux de roideur chacun à la force *Adx*, qui ont paſſé en même tems dans le corps *B*, leſquels s'étant joints les uns aux autres, ont produit à la fin toute la force *Ax*, dont le reſſort ſe trouve bandé à la fin de la compreſſion.

IX. Le corps *B* ayant donc reçû par la moitié de l'exercice de la force *Ax* du corps *A* avant le choc, après avoir parcouru un petit eſpace *DE* par un mouvement uniformément acceleré, non dès le commencement du choc, ou au point *E*, toute la force *Ax* ou *Bdx*, & toute la vîteſſe *dx*, qu'il auroit reçûe dès l'inſtant du choc, ou au point *D*, ſi la verge *cd* avoit été inflexible. Et le corps *A* ayant en même tems parcouru, par l'autre moitié de l'exercice de la même force *Ax*, un autre petit eſpace *KC* par un mouvement uniformément retardé. Et ayant procuré par-là au reſſort *cd*, non dès le point *K*, mais au point *C*, un bandement égal en force à la force *Ax* qu'il a perdue, non en fourniſſant la force actuelle & effective neceſſaire à la production de cet effet, mais en comprimant le reſſort, & procurant par ce moyen l'occaſion à la cauſe étrangere, qui produit ſeule la roideur dans le reſſort, lorſqu'on le comprime, de le bander peu-à-peu juſqu'à ce point; on voit bien clairement que le reſſort étant bandé avec toute la force *Ax*, & venant à ſe débander à l'inſtant avec toute cette même force, la moitié de cette même force *Ax* du reſſort, en en ſe débandant peu-à-peu, procurera encore au corps B, en lui faiſant encore parcourir un autre eſpace EF égal au précédent, un ſecond degré de vîteſſe dx égal au premier; pendant que l'autre moitié de cette même force Ax du reſſort procurera en même tems au corps A la même vîteſſe au point K qu'il avoit avant le choc, en lui faiſant reparcourir en ſens contraire d'un mouvement acceleré le même eſpace DK, de la même façon qu'il a parcouru l'eſpace KD d'un mouvement retardé durant le bandement du reſſort. D'où il ſuit que le corps B aura reçû en avant par le bandement & le débandement du reſſort le double $2Ax$ ou $2Bdx$ de la force Ax que le corps A avoit avant le choc, & que le corps A aura en même tems reçû en arriere la même force Ax qu'il avoit en avant. Ce qu'il falloit expliquer.

X. Mais ſi la réſiſtance du reſſort eſt moindre que nous ne l'avons ſuppoſée ici, on voit bien, par ce que nous avons dit ci-deſſus, *Art.* 4, ſans que nous nous arrêtions à le montrer en détail, que les vîteſſes des mobiles, après le choc total, tant en avant qu'en arriere, ſeront auſſi moindres que celles que nous venons de déterminer, ce qui renferme tous les cas du reſſort imparfait. Et que ſi la compreſſion eſt conſtante, le corps choquant reſtera en repos au point K, & le corps choqué ne recevra que la même vîteſſe dx qu'il auroit reçûe ſelon la loi generale du choc, ce qui eſt le cas des corps qu'on appelle *mous*.

Au reſte il ne faut pas que je neglige ici de remarquer que l'imperfection du reſſort peut proceder d'une autre cauſe que de celle dont je viens de parler, qui eſt qu'à meſure qu'il eſt comprimé par le corps choquant, & que réſiſtant à ſa compreſſion, il tranſmet le mouvement du corps *A* dans le corps *B*, le reſſort peut s'affaiſſer, ſe corrompre, & ne plus reprendre la même diſpoſition qu'il avoit avant le choc; ce qui ſe connoît, lorſqu'après le choc les mobiles demeurent applatis, ou s'il la reprend, il peut le faire d'une maniere plus lente & moins forte qu'il ne l'a perdue; ce qui produira le même effet.

CONCLUSION GENERALE.

On peut donc recueillir de tout ce que nous venons de dire: Que dans la ſuppoſition que le corps choqué eſt infiniment grand, & que la réſiſtance que le reſſort acquiert à meſure que le corps choquant le comprime par l'action continuelle de la matiere ſubtile, ou par la cauſe generale du reſſort, telle qu'elle puiſſe être; cette réſiſtance, dis-je, eſt à chaque inſtant égale à la vîteſſe que le corps choquant perd en même tems:

1o. Que la vîteſſe reſpective des mobiles, durant tout le tems que dure le choc, eſt conſtamment égale à la vîteſſe abſolue que le corps choquant doit perdre par le choc.

2o. Que par conſéquent le corps choquant doit perdre en tems égaux des quantités égales de force & de vîteſſe juſqu'à ce qu'il ait perdu toute ſa force & ſa vîteſſe abſolue. Et comprimer le reſſort, en parcourant durant tout le tems que dure la compreſſion, un eſpace *KC* uniformément retardé qui ne ſera que la moitié de de celui qu'il auroit parcouru en même tems, s'il avoit continué de se mouvoir avec la même vîtesse qu'il avoit au commencement du choc.

3°. Que durant tout le même tems, le ressort doit se bander en tems égaux avec des forces égales à celles que le corps choquant perd en même tems, sans qu'aucune partie de la force du corps choquant soit consommée à cet effet, lequel procede uniquement de la cause generale du ressort.

4°. Que le corps choqué doit aussi recevoir dans les mêmes tems égaux des quantités égales de force & de vîtesse, & parcourir par conséquent un espace *DE* uniformément acceleré, qui ne sera que la moitié de celui qu'il auroit parcouru en même tems, s'il s'étoit mû dès le commencement du choc avec toute la vîtesse qu'il n'a acquise qu'à la fin du choc, laquelle doit enfin être égale à la vîtesse qu'il auroit acquise dès le premier instant du choc, si les corps durs *A*, *B*, s'étoient choqués immédiatement.

5°. Que la moitié de l'exercice de la force du corps choquant avant le choc a dû suffire pour procurer cette vîtesse au corps choqué à la fin de la compression du ressort; & que l'autre moitié de l'exercice de cette même force, qui a été en même tems employée à comprimer le ressort, a dû pareillement suffire pour procurer au ressort le degré de roideur ou de bandement qu'il a acquis à la fin de la même compression, égal à la force du corps choquant avant le choc.

6°. Que le ressort étant bandé avec toute la force que le corps choquant avoit avant le choc, la moitié de cette force a dû suffire pour procurer encore au corps choqué *B* à la fin du débandement du ressort, un 2d degré de vîtesse égal au précédent, en lui faisant parcourir par un mouvement uniformément acceleré, un second espace *EF* égal à celui qu'il a parcouru durant le bandement du ressort. Et l'autre moitié de cette même force a dû suffire pour procurer en même tems à à la fin du débandement du ressort la même vîtesse en arriere au corps *A* qu'il avoit avant le choc; en lui faisant parcourir par un mouvement uniformément acceleré le même espace *CK* qu'il a parcouru en avant durant le bandement du ressort par un mouvement uniformément retardé.

Sans qu'on puisse dire qu'il y ait rien en tout ceci de contraire aux loix des Mécaniques, & qui ne s'y accorde parfaitement, ainsi que nous venons de le montrer si au long.

TROISIEME PARTIE.

Où l'on détermine l'effet du Ressort dans tous les autres cas du choc où le Corps choqué reçoit une vîtesse finie.

Supposons en troisieme lieu que le corps *B* n'est pas infiniment grand par rapport au corps *A*, & que durant le tems que le corps *A* auroit perdu dans le cas précédent, la partie dx de la vîtesse x qu'il a avant le choc, le corps *B* acquiert par ce premier choc une vîtesse quelconque finie du, par rapport à la

vî-

vîteſſe dx que le corps A auroit perdue en même tems : Que prenant l'integrale u de du, on retranche la vîteſſe u de la vîteſſe x, & qu'on nomme y le reſte de cette vîteſſe, enſorte qu'on ait $x - u = y$, ou $x = u + y$. Et je dis,

1o. Que le corps A perdra, comme dans le cas précédent, en tems égaux des degrés égaux de la force Ay & de la vîteſſe y qu'il doit perdre par le choc, ſelon la loi generale; & que l'autre partie Au de ſa force Ax, & l'autre partie u de ſa vîteſſe x demeurera conſtante dans le corps A durant tout le tems de la compreſſion.

2o. Qu'il n'y aura que la partie Ay de la force $Ax = Au + Ay$ du corps choquant A avant le choc qui procure au reſſort la roideur & le bandement, & au corps B la force & la vîteſſe qu'il doit acquerir par le choc; & que cette force Ay produira ces deux effets de la même façon qu'elle l'auroit fait ſi le corps choquant A n'avoit eu avant le choc que cette force Ay, & que le centre D fût demeuré immobile.

3o. Que l'autre partie Au de la force $Ax = Au + Ay$, qui demeurera conſtante dans le corps A, durant tout le bandement du reſſort, ne produira d'autre effet dans le choc que de pourſuivre le centre D du corps B dans ſa fuite, & de maintenir à chaque inſtant la force y en état de produire le même effet dans le choc que ſi elle avoit été ſeule, & que le centre D eût été immobile.

4o. Que par conſéquent le reſſort ſe bandera en tems égaux avec des forces égales,

& que le centre *D* du corps *B* acquerra de même en tems égaux des degrés égaux de force & de vîtesse.

5°. Qu'à la fin du choc la force *Ay* procurera au ressort la roideur ou le bandement *Ay*, & au corps *B* la force *Ay* qui se transformera en *Bu*, & la vîtesse *u* qu'il auroit acquise dès l'instant du choc, si les mobiles, étant durs, se fussent choqués immédiatement, & qu'il n'y eût point eu de ressort à bander.

6°. Qu'enfin l'exercice de la moitié de la force *Ay* sera suffisante pour produire, par l'entremise du ressort, le premier de ces effets, & l'exercice de son autre moitié, suffisante pour produire le second, selon toutes les loix des Mécaniques.

PREPARATION.

Pour démontrer tous ces points, il faut d'abord remarquer,

EN PREMIER LIEU.

Que si, comme dans le cas précédent, la vîtesse du corps *A* avant le choc étoit *y*, & le centre du corps *B* immobile, on verroit, en substituant dans les suites *E*, *F*, *G*, *y* à la place de *x*, & *dy* à la place de *dx* (*Voy. la Table.*)

1°. Qu'à la fin du 1er tems, la vîtesse absolue du centre *C* du corps *A*, & par conséquent l'espace qu'il auroit parcouru, & dont il se seroit approché du centre *D* du corps *B*,

B, seroit $y - dy$: que la force du bandement du ressort, & sa résistance seroit dy: & que sa vîtesse respective seroit y.

2o. Qu'à la fin du 2d tems la vîtesse absolue du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il auroit encore parcouru, & dont il se seroit approché du centre D du corps B, seroit $y - 2\,dy$: que la force du bandement du ressort & sa résistance seroit $2\,dy$: & que la vîtesse respective seroit y.

3o. Qu'à la fin du 3me tems la vîtesse absolue du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il auroit encore parcouru, & dont il se seroit encore approché du centre D du corps B, seroit $y - 3\,dy$: que la force du bandement du ressort & sa résistance seroit $3\,dy$: & que la vîtesse respective seroit y. Et ainsi de suite, jusqu'au dernier tems.

4o. Qu'à la fin du dernier tems, la vîtesse absolue du centre C du corps A seroit $y - y = 0$: que l'espace qu'il auroit encore parcouru, & dont il se seroit encore approché du centre D durant ce dernier tems seroit dy: que la force du bandement du ressort & sa résistance seroit y: & que la vîtesse respective seroit y, & égale à la résistance du ressort, comme on le voit en E, F, G, en substituant y à la place de x, ainsi que nous l'avons déja dit.

EN SECOND LIEU.

Que si nous distinguons dans la vîtesse x, que le corps choquant A a avant le choc, deux par-

parties quelconques, u & y, de ſorte que nous ayons $x = u + y$, nous verrons de même, en ſuppoſant toûjours que le centre D eſt immobile, & ſubſtituant dans les ſuites précédentes $u + y$ à la place de x, & $du + dy$ à la place de dx,

1°. Qu'à la fin du 1er tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $u - du + y - dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $du + dy$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$.

2°. Qu'à la fin du 2d tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $u - 2\,du + y - 2\,dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $2\,du + 2dy$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$.

3°. Qu'à la fin du 3me tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $u - 3\,du + y - 3\,dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $3\,du + 3\,dy$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$. Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems.

4°. Qu'à la fin du dernier tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A ſera $u - u + y - y = 0$: que l'eſpace qu'il aura encore parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B ſera $du + dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $u + y$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$,

$u + y$, & égale à la résistance du ressort, comme on le voit en p, q, r. Mais

EN TROISIEME LIEU.

Si la vîtesse du corps A demeure toûjours x ou $u + y$; que par conséquent le corps A choque l'extremité C du ressort avec toute la force Ax, ou $Au + Ay$, & lui communique dès le premier instant du choc toute sa vîtesse x, ou $u + y$: que dès le même instant l'autre extremité D du ressort reçoive, comme dans le cas précédent, la vîtesse dx, ou $du + dy$: que par conséquent le corps A frappe le corps B dans ce premier instant par l'entremise du ressort cd, non avec toute la force Ax, comme dans le premier cas, mais avec la force Adx, ou $Adu + Ady$, comme dans le second: & que le corps B ne soit pas infiniment grand (auquel cas il recevroit toute la force Adx, avec laquelle le corps A le choqueroit, & la vîtesse ddx) mais que B soit de telle grandeur par rapport à A, qu'il reçoive la partie finie du de la vîtesse dx ou $du + dy$ avec laquelle le corps A le choque durant ce premier instant. Alors je dis,

POUR LE PREMIER TEMS.

1o. * Que le corps A qui auroit perdu à la fin

* *Il faut avoir grand soin, en même tems qu'on lit tout ceci, de jetter continuellement les yeux sur la Table qui est à la fin.*

fin du 1er tems la force $A\,dx$, ou $A\,du + A\,dy$, & la vîteſſe dx, ou $du + dy$, ſi le corps B avoit été infiniment grand, comme dans le cas précédent, & dont la vîteſſe abſolue, & par conſéquent l'eſpace que ſon centre C auroit parcouru, & dont il ſe ſeroit approché du centre D du corps B, auroit été $u - du + y - dy$, comme on le voit en p. Dans ce cas-ci le corps A, qui ne doit pas perdre tant de force, ni en tant communiquer au corps B, retiendra, ſelon la loi generale du choc, la partie $A\,du$ de la force $A\,dx = A\,du + A\,dy$, & la partie du de la vîteſſe $dx = du + dy$ qu'il auroit perdue dans le cas précédent, pour aller dans ce cas-ci de compagnie avec le corps B, & ne perdra que la force $A\,dy$ qu'il communiquera au corps B, & qui ſe transformera en $B\,du$, ce qui eſt tout évident. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 1er tems, la vîteſſe du corps B ſera du, comme on le voit en O.

2o. Que la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru durant ce premier tems ne ſera pas $u - du + y - dy$, comme dans le cas précédent, mais $u + y - dy$, comme on le voit en P, puiſque le corps A n'a pas perdu la force $A\,du$, ni par conſéquent la vîteſſe du.

3o. Que l'eſpace dont il ſe ſera approché du centre D ne ſera pas égal, comme dans le cas précédent, à l'eſpace $u + y - dy$ qu'il a parcouru, puiſque dans ce cas-ci le corps B a fui de l'eſpace du, mais cet eſpace ſera $u - du + y - dy$, égal à l'eſpace dont

dont il s'en eſt approché dans le cas précédent, comme on le voit en ϕ & en p. Ce qu'il faut bien remarquer.

4o. Que quoique dans ce cas-ci l'eſpace $u - du + y - dy$, dont le centre C du corps A s'eſt approché du centre D du corps B, ſoit égal à l'eſpace dont il s'en eſt approché dans le cas précédent, cependant la réſiſtance du reſſort, produite par cette compreſſion, ne ſera pas dans ce cas-ci dx, ou $du + dy$, comme dans le cas précédent, mais ſeulement dy, comme on le voit en Q.

Par la raiſon que le centre D ayant fui de la quantité du, la partie u de la vîteſſe x, ou $u + y$ de l'extremité c du reſſort, en produiſant la partie $u - du$ de la compreſſion totale $u - du + y - dy$, & la vîteſſe du à l'autre extremité D du reſſort, qui ne s'y eſt pas détruite comme dans le cas précédent, mais qui a ſervi à pourſuivre le centre D du corps B dans ſa fuite du, n'a pû produire dans le reſſort la roideur du qu'il y auroit produite, ſi elle s'y étoit détruite comme dans le cas précédent. Au lieu que l'autre partie y de la vîteſſe x ou $u + y$ qui a produit l'autre partie de la compreſſion $y - dy$ du reſſort cd, & la vîteſſe dy à ſon autre extremité d s'y étant détruite, a produit la roideur dy dans le reſſort, de la même façon que dans le cas précédent, la vîteſſe x ou $u + y$ y a produit la roideur dx ou $du + dy$.

5o. Que par conſequent la vîteſſe reſpective qui auroit été $u + y$, comme on le voit en r, ſi le centre D n'avoit pas fui avec la vîteſſe du, & que le reſſort ſe fût bandé de

la

la quantité de force $du + dy$, comme dans le cas précédent, ne sera dans ce cas-ci que $u - du + y$, comme on le voit en R, puisque le centre D du corps B a fui avec la vîtesse du, & que le ressort ne s'est bandé que de la quantité de force $A\,dy$ ou dy.

60. D'où il suit clairement que dans le cas que le centre D du corps B acquiert à la fin du 1er tems la force $A\,dy$ ou $B\,du$, & la vîtesse du;

I. La force Ax ou $Au + Ay$, & la vîtesse absolue x, ou $u + y$ du corps A avant le choc, ne diminue que de la quantité infiniment petite $A\,dy$ de sa partie Ay ou y, & ni plus ni moins qu'elle auroit diminué, si elle n'avoit été que Ay ou y, & que le centre D eût été immobile, c'est-à-dire, que la force Ax devient $Au + Ay - A\,dy$, & la vîtesse x devient $u + y - dy$.

II. Que l'autre partie Au de la force Ax, & l'autre partie u de la vîtesse x demeure constante, & que la quantité de force $A\,du$, dont le ressort se seroit bandé, & que le corps B auroit reçû à la fin de ce premier tems, si le centre D n'avoit pas fui avec la vîtesse du, a été employée à poursuivre le centre D.

III. Que par conséquent la vîtesse u n'a point contribué à bander le ressort, ni à mouvoir le corps B, & qu'elle n'a produit d'autre effet, en le comprimant de la quantité $u - du$, que de procurer à l'extremité D du ressort la vîtesse du par laquelle le corps A a poursuivi le centre D du corps B dans sa fuite, en même tems que la force Ay lui a pro-

procuré la force $B\,du$ & la vîtesse du, & de tenir la vîtesse y en état de bander le ressort de la même façon qu'elle l'auroit bandé, si elle avoit été seule, & que le centre D n'eût pas fui, ou fût demeuré immobile. Car il est bien clair qu'afin que l'extremité d du ressort cd acquiere la vîtesse du qui lui est necessaire pour poursuivre le centre D du corps B dans sa fuite du, il faut que son autre extremité c parcoure le même espace $u - du$ qu'elle auroit dû parcourir pour le comprimer de la quantité du, ainsi qu'il seroit arrivé, si le centre D n'avoit pas fui.

IV. Que la résistance du ressort à la fin de ce 1er tems étant $A\,dy$, ou égale à la force $A\,dy$ que le corps A a perdue, est telle qu'elle l'auroit été, si le corps A n'avoit eu dès le commencement du choc que la force $A\,y$ & la vîtesse absolue y, & que le centre D eût été immobile.

V. Que la vîtesse respective étant $u - du + y$ dans ce cas, au lieu d'être $u + y$ comme dans l'autre, la partie y de la vîtesse respective x est demeurée constante, tandis que son autre partie u a diminué, & est devenue $u - du$.

VI. Qu'enfin la partie $A\,u$ de la force $A\,x$ ou $A\,u + A\,y$ du corps A n'ayant produit à la fin de ce 1er tems d'autre effet dans le choc des corps A & B, que de procurer à l'extremité D du ressort la vîtesse du par laquelle il poursuit le centre D du corps B, en le comprimant de la quantité $u - du$ (ce qui ne doit point diminuer cette force, ainsi que nous l'avons expliqué si au long dans le cas pré-

précédent) on voit que par ce moyen la partie Au de la force Ax ou $Au + Ay$ ne faisant que maintenir son autre partie Ay en état de produire le même effet sur le ressort que si le centre D ne fuyoit pas à son égard avec la vîtesse du; on voit, dis-je, que quoique la vîtesse respective $u - du + y$ ait diminué de la quantité du à la fin du 1er tems, & qu'elle ne soit pas demeurée constante, comme elle l'auroit été si le centre D n'avoit pas fui avec la vîtesse du, cette diminution n'empêche pas que le second choc que les corps A & B recevront à la fin du 1er tems, ou au commencement du second, ne soit égal au premier choc que nous venons de déterminer, & que la vîtesse respective y, qui y est demeurée constante, n'y produise le même effet durant le 2d tems qu'elle y a produit durant le 1er tems, ni qu'on ne puisse par conséquent dire par les mêmes raisons qu'auparavant, sans qu'il soit necessaire de les repeter tout au long,

POUR LE SECOND TEMS.

1°. Qu'au commencement du 2d tems, le corps B recevra un second choc égal au premier. D'où il suit que son centre D, qui a déja acquis par le premier choc la vîtesse du à la fin du 1er tems, recevra à la fin du 2d tems un nouveau degré de vîtesse du, comme on le voit en O.

2°. Que la vîtesse absolue du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru durant ce 2d tems, ne sera pas

pas $u - 2\,du + y - 2\,dy$, comme dans le cas précédent, mais $u + y - 2\,dy$, comme on le voit en P, puisque la quantité $2\,A\,du$, que le corps A auroit perdue par le choc durant ce 2d tems, & qui auroit passé dans le corps B, s'il eût été infiniment grand, est demeurée dans le corps A, & n'a été employée ni à bander le ressort, ni à mouvoir le corps B, par les raisons susdites, mais seulement à poursuivre son centre D dans sa fuite $2\,du$.

3°. Que l'espace dont il se sera approché du centre D, ne sera pas, comme dans le cas précédent, égal à l'espace $u + y - 2\,dy$ qu'il a parcouru, puisque dans ce cas-ci le corps B a fui durant ce 2d tems de l'espace $2\,du$, mais cet espace sera $u - 2\,du + y - 2\,dy$, comme on le voit en φ.

4°. Que quoique dans ce cas-ci la compression du ressort (ou l'espace $u - 2\,du + y - 2\,dy$, dont le centre C s'est approché du centre D) ait été égale à celle du cas précédent, la quantité du bandement ou de la roideur que le ressort a acquise durant ces deux premiers tems, n'a pas été $2\,du + 2\,dy$, comme dans l'autre cas, & qu'on le voit en q; mais qu'elle a été seulement $2\,dy$, comme on le voit en Q, & égale à la quantité de force $2\,A\,dy$ que le corps A a perdue durant ces deux premiers tems, & que le corps B a reçue par l'entremise du ressort cd, & qui s'est transformée en $2\,B\,du$.

5°. Que par conséquent la vîtesse respective qui auroit été $u + y$, comme on le voit en r, si le centre D n'avoit pas fui avec la vîtesse du, & que le ressort se fût bandé de la quan-

quantité de force $2\,du + 2\,dy$, comme dans le cas précédent, ne sera dans ce cas-ci que $u - 2\,du + y$, comme on le voit en R, puisque le centre D du corps B a fui avec la vîtesse $2\,du$, & que le ressort ne se trouve bandé que de la quantité de force $2\,A\,dy$ ou $2\,dy$.

6°. D'où il suit, par toutes les raisons que nous avons détaillées ci-dessus, que le troisieme choc sera égal au premier. Et qu'on pourra par conséquent dire,

POUR LE TROISIEME TEMS.

1°. Qu'à la fin du 3me tems, la vîtesse du corps B sera $3\,du$, comme on le voit en O.

2°. Que la vîtesse absolue du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru durant ce 3me tems, sera $u + y - 3\,dy$, comme on le voit en P.

3°. Que la compression du ressort, ou l'espace dont le centre C se sera approché du centre D, sera $u - 3\,du + y - 3\,dy$, comme on le voit en φ.

4°. Que la quantité du bandement du ressort sera $3\,dy$, comme on le voit en Q, & égale à la quantité de force $3\,A\,dy$ ou $3\,B\,du$ que le corps B a reçue.

5°. Que par conséquent la vîtesse respective sera $u - 3\,du + y$, comme on le voit en R.

6°. Et qu'enfin le choc que les mobiles recevront à la fin de ce 3me tems, ou au commencement du 4me, sera égal au premier. Et ainsi de suite jusqu'au dernier tems.

POUR

POUR LE DERNIER TEMS.

1°. Qu'à fin du dernier tems, la vîteſſe du centre D du corps B, & par conſéquent de la maſſe commune des mobiles A & B (au lieu d'être du, comme à la fin du 1er tems: ou $2\,du$, comme à la fin du 2d tems: ou $3\,du$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera u à la fin du dernier tems, comme on le voit vers O.

2° Que la vîteſſe abſolue du corps A (au lieu d'être $u + y - dy$, comme à la fin du 1er tems: ou $u + y - 2\,dy$, comme à la fin du 2d tems: ou $u + y - 3\,dy$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera $u + y - y = u$ à la fin du dernier tems, comme on le voit vers P.

3°. Que la quantité de la compreſſion, ou l'eſpace dont le centre C ſe ſera approché du centre D (au lieu d'être $u - du + y - dy$, comme à la fin du 1er tems: ou $u - 2\,du + y - 2\,dy$, comme à la fin du 2d tems: ou $u - 3\,du + y - 3\,dy$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera $u - u + y - y$ à la fin du dernier tems, comme on le voit en φ; & par conſéquent $du + dy$ au commencement de ce dernier tems.

4°. Que la force avec laquelle le reſſort ſe ſera bandé (au lieu d'être dy, comme à la fin du 1er tems: ou $2\,dy$, comme à la fin du 2d tems: ou $3\,dy$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera y à la fin du dernier tems, comme on le voit vers Q.

5°. Que la vîteſſe reſpective, au lieu d'être

$u - du + y$, comme à la fin du 1er tems: ou $u - 2du + y$, comme à la fiu du 2d tems: ou $u - 3du + y$, comme à la fin du 3me tems: & ainſi de ſuite) ſera $u - u + y = y$ à la fin du dernier tems, & égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en *R*.

60. D'où il ſuit qu'au lieu que dans la ſuppoſition de l'immobilité du centre *D*, les degrés égaux Adx, Adx, Adx, Adx, &c. de la force Ax du corps *A* avant le choc ſe ſeroient comme perdus ou diſſipés dans la maſſe immenſe du corps *B* à meſure que cette force Ax auroit diminué ſelon la ſuite $Ax - Adx$, $Ax - 2Adx$, $Ax - 3Adx$, &c. juſqu'à devenir $Ax - Ax$ ou *zero*; & que le reſſort ſe ſeroit bandé ou roidi à chaque inſtant d'une pareille quantité de force Adx que la cauſe generale du reſſort y auroit produite, & ſeroit devenue Adx, $2Adx$, $3Adx$, &c. & enfin Ax, à meſure que le reſſort ſe ſeroit comprimé, ou que le centre *C* ſe ſeroit approché du centre *D* des eſpaces $x - dx$, $x - 2dx$, $x - 3dx$, &c. ce qui auroit rendu la vîteſſe reſpective conſtante, & égale à chaque inſtant à la vîteſſe abſolue x; on voit ici (dans la ſuppoſition que le centre *D* & la maſſe entiere des mobiles par conſéquent, reçoit à la fin du 1er tems le degré de force Ady, & que ce degré de force ſe transforme en Bdu, & lui procure la vîteſſe du)

I. Que le centre *D* & la maſſe des mobiles par conſéquent, acquerra en tems égaux des degrés de vîteſſe égaux, & qu'elle tendra à ſe mouvoir à la fin du 1er tems avec la vîteſſe commune du: A la fin du 2d tems, avec

vec la vîtesse commune $2du$: A la fin du 3me tems, avec la vîtesse commune $3du$: Et ainsi de suite jusqu'au dernier tems, à la fin duquel elle tendra à se mouvoir avec la vîtesse commune u, comme on le voit en O.

II. Qu'à la fin de chacun de ces mêmes tems égaux, la partie y de la vîtesse absolue x, ou $u+y$, du corps A avant le choc, perdra des degrés de vitesse égaux, dy, dy, dy, &c. tandis que son autre partie u demeurera constante : c'est-à-dire, que la vitesse absolue x ou $u+y$ du corps A avant le choc sera devenue $u+y-dy$ à la fin du 1er tems : $u+y-2dy$ à la fin du 2d tems : $u+y-3dy$ à la fin du 3me tems : & ainsi de suite jusqu'au dernier tems, à la fin duquel elle deviendra $u+y-y=u$, ou égale à la vitesse u que le centre D a acquise à la fin de ce dernier tems, comme on le voit en P.

III. Que la compression du ressort ou l'espace dont le centre C du corps A se sera approché du centre D du corps B, diminuera en tems égaux en degrés égaux, $du+dy$, $du+dy$, $du+dy$, &c. c'est-à-dire, qu'elle sera $u-du+y-dy$ à la fin du 1er tems : $u-2dy+y-2dy$ à la fin du 2d tems : $u-3du+y-3dy$ à la fin du 3me tems. Et ainsi de suite, comme on le voit en φ.

IV. Qu'à la fin de chacun ces mêmes tems égaux, le bandement du ressort, & sa résistance par conséquent, augmentera en degrés de force égaux, dy, dy, dy, &c. c'est-à-dire, qu'elle deviendra dy à la fin du 1er tems : $2dy$ à la fin du 2d tems : $3dy$ à la fin du 3me tems: Et ainſi de ſuite juſqu'à la fin du dernier tems, où elle deviendra y, & égale à la force Ay, ou à la viteſſe abſolue y que le corps choquant A a perdue par le choc, comme on le voit en Q.

V. Que quoique la partie y de la viteſſe abſolue x, ou $u + y$, du corps A avant le choc, ait diminué en tems égaux des quantités égales dy, dy, dy, &c. cependant la même partie y de ſa viteſſe reſpective x eſt demeurée conſtante, & qu'il n'y a eu que ſon autre partie u qui ait diminué des mêmes quantités du, du, du, &c. dont la viteſſe du centre D s'eſt accrûe; c'eſt-à-dire, qu'à la fin du 1er tems la viteſſe reſpective du corps A a été $u - du + y$: qu'à la fin du 2d tems elle a été $u - 2du + y$: qu'à la fin du 3me tems elle a été $u - du + y$: Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, à la fin duquel elle eſt devenue $u - u + y = y$, ou égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en R, & comme il ſeroit arrivé ſi le corps A n'avoit eu que la vîteſſe y, & que le centre D fût demeuré immobile.

VI. Que quoique la quantité de la compreſſion du reſſort ait été $u - du + y - dy$ à la fin du 1er tems: $u - 2du + y - 2dy$ à la fin du 2d tems: $u - 3du + y - 3dy$ à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite, comme on le voit en p; cependant la compreſſion qui a produit le 1er degré dy du bandement du reſſort à la fin du 1er tems, n'a été que la partie $y - dy$ de la compreſſion totale $u - du + y - dy$, & que ſon autre partie $u - du$ n'a produit à l'extremité d du reſſort que la vîteſſe du par la laquelle le centre C du corps A a poursuivi par l'entremise du ressort cd le centre D du corps B dans sa fuite : Que la compression, qui a produit les deux degrés $2\,dy$ du bandement du ressort à la fin du 2d tems, n'a été que la partie $y - 2\,dy$ de la compression totale $u - 2\,du + y - 2\,dy$, jointe à la précédente $y - dy$; Et que son autre partie $u - 2\,du$, jointe à la précédente $u - du$, n'a produit à l'extremité d du ressort que les deux degrés de vîtesse $2\,du$ par laquelle le centre D du corps A a poursuivi, par l'entremise du ressort cd, le centre D dans sa fuite. Et ainsi de suite.

VII. D'où il suit que partie u de la vîtesse x ou $+ y$ du corps A avant le choc n'a pas contribué à bander le ressort, mais qu'elle a seulement procuré à son extremité d la vîtesse necessaire à poursuivre le centre D, en même tems que l'autre partie y de la force x lui a procuré cette vîtesse, en comprimant le ressort des quantités $y - dy$, $y - 2\,dy$, $y - 3\,dy$, &c. & a bandé en même tems le ressort de la même façon qu'il l'auroit fait, si le corps A n'avoit eu avant le choc que la vîtesse y, & que le centre D du corps B fût demeuré immobile.

VIII. Si bien que quoique la partie u de la force x ou $u + y$ du corps A avant le choc ait comprimé le ressort du côté de c de la quantité $u - du$ durant le 1er tems : de la quantité $u - 2\,du$ durant le 2d tems : de la quantité $u - 3\,du$ durant le 3me tems : & ainsi de suite jusqu'au dernier tems, durant lequel il ne l'a comprimé que de la quantité du.

Pendant que son autre partie y l'a comprimé de la quantité $y - dy$ durant le 1er tems : de la quantité $y - 2\,dy$ durant le 2d tems : de la quantité $y - 3\,dy$ durant le 3me tems : & ainsi de suite jusqu'au dernier tems, durant lequel il ne l'a comprimé que de la quantité dy. Cependant comme le ressort s'est en même tems déployé du côté de d de la quantité du durant le 1er tems : de la quantité $2\,du$ durant le 2d tems : de la quantité $3\,du$ durant le 3me tems : & ainsi de suite jusqu'au dernier tems, durant lequel il s'est déployé de toute la quantité $u - du$; & que les sommes des termes de chacune des deux progressions

$$\begin{array}{l} u-du. + u-2du. + u-3du. \ldots\ldots + du \\ \quad du \quad\quad + 2du \quad\quad + 3du \ldots + u-du \end{array}$$

sont égales, la compression totale que la force u a produit dans le ressort s'est entierement évanouïe à la fin du dernier tems, & il ne lui est resté que celle que la force y y a produite, de la même façon qu'elle l'auroit fait si elle eût été seule, & que le centre D n'eût pas fui ; c'est-à-dire, que le ressort ne s'est trouvé comprimé à la fin du dernier tems que de la quantité

$$y-dy. + y-2dy. + y-3dy. \ldots\ldots + dy$$

laquelle compression a dû enfin procurer au ressort la roideur y, & au corps B la vîtesse u, comme nous l'avons expliqué dans le cas précédent.

IX. D'où il suit, 1o. Que le corps B n'a dû recevoir à la fin de la compression que la for-

force Ay que le corps A doit perdre ſelon la loi generale du choc, & que la vîteſſe u que cette force Ay doit lui procurer ſelon la même loi, en ſe transformant en Bu.

2o. Que le ſecond degré de vîteſſe que le reſſort, en ſe débandant, a dû donner au corps B, n'a dû être que u.

3o. Qu'il n'a dû procurer en arriere au corps B que la viteſſe y, dont une partie devant être employée à détruire la vîteſſe u qui lui reſte à la fin de la compreſſion, a dû ſe réduire à $y - u$.

REMARQUE.

Pour ne negliger aucun moyen de donner l'intelligence d'un point ſi délicat, & repreſenter tout le jeu du reſſort à l'imagination même, ſuppoſons toûjours que le corps A avec la force Ax & la vîteſſe x choque B: que ſelon la loi generale du choc, A doive perdre en choquant B, la partie Ay de ſa force Ax, & la partie y de ſa vîteſſe x: que nommant Au l'autre partie $Ax - Ay$ de ſa force Ax, on ait $Ax = Au + Ay$; je dis,

1o. Que l'on peut diſtribuer l'eſpace

$$x \quad + x \quad + x \ldots\ldots\ldots\ldots + x$$

$$\text{ou } u + y \quad + u + y \quad + u + y \ldots\ldots + u + y$$

que le corps A auroit parcouru durant tout le tems qu'a duré le choc, ſi la lame cd ne s'étoit pas roidie, en ces quatre Suites

$$\begin{array}{lllll}
A & du & + 2du & + 3du \ldots\ldots\ldots & + u \\
B. & u - du & + u - 2du & + u - 3du \ldots\ldots & + u - u \\
C. & y - dy & + y - 2dy & + y - 3dy \ldots\ldots & + y - y \\
D. & dy & + 2dy & + 3dy \ldots\ldots\ldots & + y
\end{array}$$

 2o. Que

2°. Que si l'on prend DE (*Fig.* 2.) pour l'espace

$$A = du \quad + 2du \quad + 3du \ldots\ldots + u$$

que le centre D du corps B a parcouru durant tout le même tems qu'a duré la compression : Qu'on fasse CO à DE, comme la masse du corps B est à celle du corps A : Qu'on prenne $OL = DE$, & $LK = OL = DE$, on verra clairement que KC sera l'espace

$$u + y - dy . + u + y - 2dy . + u + y - 3dy \ldots + u + y - y$$

que le corps A aura parcouru durant la compression, & que cet espace sera égal à la somme des termes des trois Suites precedentes $A . B . C .$ c'est-à-dire, qu'on aura

$$\begin{aligned} KC = du \quad & + 2du \quad + 3du \ldots\ldots + u = KL \\ + u - du . & + u - 2du . + u - 3du \ldots + u - u = LO \\ + y - dy . & + y - 2dy . + y - 3dy \ldots + y - y = OC \end{aligned}$$

3°. Que le corps A, en parcourant durant le 1er tems la partie $y - dy$ de l'espace OC, a comprimé le ressort de cette même quantité, & lui a procuré par cette compression la roideur dy, & au corps B la vîtesse du, & a produit le premier de ces effets par la partie $Ay - Ady$ de sa force Ay, & le second par l'autre partie Ady de cette même force Ay : Que le même corps A, en parcourant en même tems la partie $u - du$ de l'espace OL, a comprimé le ressort de cette même quantité, & a procuré par cette compression à son extremité d la vîtesse du, par laquelle il a poursuivi le centre D du corps B dans sa fuite du, sans procurer au ressort aucune roideur : Qu'enfin le même corps A a parcouru en en même tems la partie du de l'espace KL sans comprimer le ressort, cette vîtesse n'ayant servi qu'à poursuivre toute la masse du ressort cd dans sa fuite du, & à le maintenir en état de continuer son jeu durant l'instant suivant, en suppléant à l'effet de la résistance du qu'il n'a point acquise par la compression $u - du$. Si bien que par ce moyen le ressort se trouve à la fin de ce 1er instant, ou au commencement du 2d, dans le même état de force par rapport au corps B que s'il avoit été bandé de la quantité du par la compression $u - du$.

4o. Que le corps A, en parcourant encore durant le 2d tems la partie $y - 2\,dy$ de l'espace OC, a encore comprimé le ressort de cette même quantité, & lui a procuré par cette seconde compression, jointe à la premiere $y - dy$, ou par la compression totale $y - dy + y - 2\,dy$, la roideur $2\,dy$ & au corps B la vîtesse $2\,du$, & a produit le premier de ces effets par la partie $Ay - 2\,Ady$ de sa force Ay, & le second par l'autre partie $2\,Ady$ de cette même force Ay: Que le même corps A, en parcourant en même tems la partie $u - 2\,du$ de l'espace LO, a comprimé le ressort de cette même quantité, & a procuré par la compression $u - du + u - 2\,du$ à son extremité D la vîtesse $2\,du$ par laquelle il a poursuivi le centre D du corps B dans sa fuite $2\,du$ sans lui procurer aucune roideur: Qu'enfin le même corps A a parcouru en même tems la partie $2\,du$ de l'espace KL sans comprimer le ressort, cette vîtesse $2\,du$ n'ayant servi qu'à poursuivre toute la masse du reſſort $c\,d$ dans ſa fuite $2\,du$, & à le maintenir en état de continuer ſon même jeu durant l'inſtant ſuivant. Et ainſi de ſuite.

5°. Qu'enfin le corps A a manqué de parcourir l'eſpace $dy + 2\,dy + 3\,dy \ldots + y$, qu'il auroit encore parcouru, ſi la lame $c\,d$ ne s'étoit point roidie.

De ſorte qu'à la fin de la compreſſion, lorſque le centre C du corps A ſera arrivé de K en C par un mouvement uniformément retardé, & que le centre D du corps B ſera en même tems arrivé de D en E par un mouvement uniformément acceleré, le reſſort ne ſe trouvera comprimé que de la quantité de l'eſpace

$$OC = y - dy + y - 2\,dy + y - 3\,dy \ldots + dy,$$

& que cet eſpace $O\,C$ ne ſera que la moitié de celui que le centre C du corps A auroit parcouru durant le même tems d'un mouvement uniforme par la partie $A\,y$ de ſa force $A\,x = A\,u + A\,y$, ſi le reſſort $c\,d$ ne lui avoit pas fait de réſiſtance: au lieu que l'eſpace $K\,O$, que le centre C du corps A a en même tems parcouru par l'autre partie $A\,u$ de cette même force $A\,x$, eſt égal à l'eſpace $u. + u. + u. \ldots + u$, que le corps A auroit parcouru durant tout le tems qu'a duré la compreſſion, s'il n'avoit eu que la force $A\,u$ & la vîteſſe u avant le choc, & que la lame $c\,d$ ne lui eût point fait de réſiſtance.

D'où il ſuit enfin, 1°. Que la moitié de l'exercice de la force $A\,y$ que le corps choquant A a perdue durant tout le tems de la com-

compreſſion, a dû ſuffire pour bander le reſſort cd en lui faiſant parcourir l'eſpace

$$OC = y - dy + y - 2dy + y - 3dy \ldots + dy$$

d'un mouvement uniformément retardé, non dès le commencement de la compreſſion, mais à la fin ou au point C, avec toute la force Ay qu'il a perdue.

2°. Qu'en même tems le centre D du corps B ayant parcouru d'un mouvement uniformément acceleré l'eſpace $DE = du + 2du + 3du \ldots + u$, (qui n'eſt que la moitié de celui qu'il auroit parcouru d'un mouvement uniforme durant le même tems qu'a duré la compreſſion, s'il avoit reçû dès le point D toute la force Ay ou Bu, & toute la vîteſſe u qu'il n'a acquiſe qu'au point E,) l'autre moitié de l'exercice de la même force Ay que le corps A a perdue par le choc, a dû ſuffire pour lui procurer, non dès le commencement de la compreſſion, ou dès le point D, mais à la fin ou au point E, toute la même vîteſſe u qu'il auroit acquiſe dès le premier inſtant du choc, ou dès le point D, ſi le reſſort avoit été inflexible.

3°. Qu'à la fin de la compreſſion, le reſſort étant bandé avec toute la force Ay que le corps A a perdue durant le bandement du reſſort, & qui eſt égale à celle qu'il auroit perdue ſelon la loi generale du choc; & commençant dès-lors à ſe débander & à pouſſer le corps B de E vers F, & repouſſer le corps A de C vers O, la moitié de l'exercice de cette force Ay ſera ſuffiſante pour faire encore parcourir au centre D du corps B, durant tout le débandement du

D 6 reſ-

reſſort d'un même mouvement uniformément acceleré, un ſecond eſpace EF égal & ſemblable au premier DE, & à lui procurer par conſéquent à la fin du débandement ou au point F une quantité de force Au & de vîteſſe u égale à la précédente.

4°. Qu'en même tems l'autre moitié de l'exercice de cette même force Ay, dont le reſſort eſt bandé, ſera ſuffiſante pour faire reparcourir en arriere au centre D du corps A, d'un même mouvement uniformément acceleré, le même eſpace CO, que la moitié de l'exercice de la force Ay que le corps A a perdue durant la compreſſion, lui a fait parcourir d'un mouvement égal & ſemblable, mais uniformément retardé, & à lui procurer par conſéquent en arriere la même quantité de force Ay & de vîteſſe y qu'il a perdu en avant durant la compreſſion; c'eſt-à-dire, que durant le tems que le centre du corps A ſera allé de K en C, le centre du corps B ſera allé de D en E, & durant le tems que le centre du corps B ſera allé de E en F, le centre du corps A ſera retourné de C en O.

5°. Enfin il eſt viſible que la même choſe arrivera, lorſque les mobiles A, B, ſeront tous deux ſuſceptibles de la même compreſſion que le reſſort cd, & qu'ils ſe choqueront immédiatement: Que ces corps ſe comprimeront mutuellement d'une égale force, & que dans ce cas, comme dans le précédent, la compreſſion du reſſort ſe fera entre les deux centres C, D, des mobiles, comme ſi au moment du choc le reſſort cd étant très roide, étoit totalement renfermé dans les trous que nous avons d'abord ſup-

supposés à ces corps, & que ces corps pussent s'applatir par le choc.

6°. A l'égard du mouvement qui se répand circulairement durant le bandement & le débandement du ressort dans toute la masse de ces corps, je n'en dirai rien en ce lieu, parce que tout l'inconvenient qu'il peut suivre de cet effet, est que le ressort des mobiles dont on se sert pour faire les experiences ne seront pas absolument parfaits, & ne produiront pas en se bandant & en se débandant, tout l'effet que nous venons de déterminer: ce que l'experience confirme.

CONCLUSION. Le principe que nous venons d'établir, *Que dans le choc des corps à ressort parfait* (ou dont la résistance à sa compression est égale à la force employée à le comprimer, ou à la force que le corps choquant perd à mesure qu'il le comprime) *la moitié de l'exercice de la force que le corps choquant doit perdre selon la loi generale du choc, suffit pour procurer au choqué, à la fin de la compression, toute la même vitesse que toute cette force lui auroit procurée dès l'instant du choc dans le cas de la dureté parfaite: Et que l'autre moitié de l'exercice de cette même force suffit pour que le ressort se bande à la fin de la même compression avec une force égale à celle qu'il doit perdre selon la même loi generale du choc*; ce principe, dis-je, que nous venons de déduire des loix des Mécaniques, dévoile tout le mystere de ce choc. Ainsi qu'on peut le voir dans les Exemples suivans.

PREMIER EXEMPLE.

Si *A* (*fig.* 1) avec 11 degrés de force & de vîtesse choque *B* en repos, décuple de *A*:

On voit que si les mobiles étoient durs, *A* perdroit dès l'instant du choc 10 degrés de force & de vîtesse, & en garderoit *un*, & que *B* acquerroit dès le même instant ou dès le point *D* les 10 degrés de force que *A* auroit perdus, & *un* degré de vîtesse.

Mais si les mobiles sont à ressort parfait, on verra

1°. Que durant la compression, la moitié de l'exercice des 10 degrés de force & de vîtesse que le corps choquant *A* perdroit tout d'un coup par le choc, si les mobiles étoient parfaitement durs, suffira pour procurer, pendant tout le tems que dure le bandement du ressort, au centre *D* du corps *B*, & par conséquent à la masse commune des mobiles, le même degré de vîtesse, non dès le point *D*, mais au point *E*, que tout l'exercice des 10 degrés de force & de vîtesse que le corps *A* doit perdre par le choc lui auroit procurés dès le point *D*, si les mobiles avoient été durs.

Par la raison que dans le cas du ressort parfait, le centre *D* du corps *B*, & par consequent la masse des mobiles, n'aura à parcourir durant tout le tems que doit durer la compression, que la moitié de l'espace qu'elle auroit parcouru en même tems, si elle avoit reçû tout d'un coup ou dès le point *D* ces 10 degrés de force.

2°. Que

2°. Que l'autre moitié de l'exercice de cette même force & vîtesse que le corps *A* doit perdre par le choc, bandera le ressort durant tout le même tems que dure la compression, avec 10 degrés de force, non dès le commencement du choc, mais à la fin, & lorsque la masse des mobiles sera parvenue au point *E*. Ainsi les corps *A* & *B* tendront à la fin du bandement du ressort à se mouvoir chacun avec *un* degré de vîtesse.

3°. Qu'alors le ressort étant bandé avec 10 degrés de force, & se débandant de la même façon qu'il a été bandé, la moitié de l'exercice de ces 10 degrés de force fera encore parcourir, de la même façon qu'auparavant, au centre *D* du corps *B*, & par conséquent à la masse de ce corps, un second espace *EF* égal au premier *DE*, & lui procurera de la même façon qu'auparavant, durant tout le tems que durera le débandement du ressort, un autre degré de vîtesse, non dès le point *E*, mais au point *F*, ou à la fin du débandement du ressort, & par conséquent 10 autres degrés de force.

4°. Que durant le même débandement du ressort, l'autre moitié de l'exercice de ces mêmes 10 degrés de force du débandement du ressort procurera au corps *A*, à la fin du même débandement, 10 degrés de force & de vîtesse en arriere, dont un sera employé à détruire celui qui lui restoit encore en avant.

De sorte qu'à la fin du débandement, le corps choqué *B* se mouvra en avant avec 2 degrés de vîtesse, & 20 degrés de force: Et le le corps choquant *A* se mouvra en arriere avec 9 degrés de force & de vîtesse, conformément à l'experience, & par une suite necessaire des principes des Mécaniques communément reçûs.

Car quoiqu'à la fin du bandement du ressort, la force que le corps choqué *B* a reçû, jointe à celle avec laquelle le ressort se trouve bandé, soit de 20 degrés, & double par conséquent de la force de 10 degrés que le corps *A* a perdu en même tems, cela n'empêche pas que cet effet double ne soit précisément égal à celui qu'auroient produit en même tems ces 10 degrés de force sur la masse des mêmes corps *A*, *B*, s'ils eussent été durs. Puisque la force étant le produit de la masse par la vîtesse, ou par l'espace parcouru en tems pareil; & un produit demeurant le même, lorsqu'un des produisans augmente du double, en même tems que l'autre diminue de la moitié, il ne doit plus paroître surprenant que durant le bandement du ressort 10 degrés de force ayent produits à la fin le même effet que 20 degrés de la même force auroient produit dans l'autre occasion; puisque dans le bandement du ressort ces 10 degrés de force n'ont produit que la moitié du transport de la masse qu'ils auroient produit tout entier s'il n'y avoit point eû de compression ni de bandement de ressort à produire. Et l'on voit bien qu'il en doit être de même pour le débandement du ressort.

SECOND EXEMPLE.

Si *A* avec 1 de masse & 21 degrés de vîtesse, se, & par conséquent avec 21 degrés de force choque *B* qui ait 10 degrés de masse & de vîtesse de même sens, & par conséquent 100 degrés de force. Selon la loi generale du choc, le corps *A* devant perdre 10 degrés de force & de vîtesse & en retenir 11, on verra comme auparavant que le corps *B* outre ces 10 degrés de force en recevra encore 10 autres & 2 degrés de vîtesse en avant, & le Corps *A* 10 en arriere qui en détruiront 10 des 11 qui lui restent à la fin de la compression.

Ainsi le Corps *A* se mouvra encore après le choc avec 1 degré de force & de vîtesse en avant, & *B* avec 12 degrés de vîtesse de même sens & 120 degrés de force.

Et quoique dans ce cas les mobiles n'ayent pas plus de force entre eux deux, après qu'avant le choc, cela n'empêche pas que les 10 degrés de force que le corps choquant a perdu durant le bandement du ressort n'ayent produit les quatre effets, égaux chacun à 10 degrés, qu'ils ont produits dans le cas precedent: Que durant la compression le ressort ne se soit bandé avec 10 degrés de force: Que le corps *B* n'ait en même tems reçû 10 degrés de force: Que le ressort en se débandant n'ait procuré encore 10 degrés de force au corps *B* en avant, & 10 degrés de force au corps *A* en arriere.

TROISIEME EXEMPLE.

Si *A* avec 1 degré de masse & 10 de vîtesse choque *B* qui ait 10 de masse & 1 de vîtesse en sens contraire.

Se-

Selon la loi generale du choc *A* doit perdre tous ses 10 degrés de force & *B* pareillement, & demeurer tous les deux en repos.

Mais si ces corps sont à ressort parfait, le corps *A* perdra d'abord les 10 degrés de force qu'il doit perdre selon la loi generale du choc, & 1°. le corps *B* recevra à la fin du bandement tous ces 10 degrés de force qui détruiront les 10 qu'il a en sens contraire. 2°. Le ressort se bandera en même tems avec 10 degrés de force. 3°. Le ressort en se débandant donnera encore 10 degrés de force au corps *B* en avant. 4°. & 10 degrés de force au corps *A* en arriere. Si bien que le corps *A* se mouvra en arriere avec les 10 degrés de force & de vîtesse qu'il avoit en avant. Et *B* se mouvra en avant avec les 10 degrés de force & le degré de vîtesse qu'il avoit en arriere avant le choc.

QUATRIEME EXEMPLE.

Si *A* est decuple de *B*, & que *A* ayant 2 degrés de vîtesse & par conséquent 20 de force, choque *B* qui ait 9 degrés de force & de vîtesse en sens contraire.

Selon la loi du choc des corps durs, *A* doit perdre 10 degrés de force & en retenir 10, *B* doit recevoir 10 degrés de force & de vîtesse dont 9 détruiront les 9 qu'il a en sens contraire, & les mobiles iront de compagnie chacun avec 1 degré de vîtesse.

Mais si ces corps sont à ressort parfait, d'abord la moitié de l'exercice des 10 degrés de force que le corps *A* perdra par le choc pro-

procurera au corps *B* 10 degrés de force en avant, dont 9 feront employés à détruire les 9 qu'il avoit en fens contraire, & l'autre à le mouvoir en avant avec 1 degré de force & de vîteffe, tandis que l'autre moitié de l'exercice de ces 10 mêmes degrés bandera le reffort avec 10 degrés de force.

Enfuite le reffort fe débandant avec la force de 10 degrés, la moitié de l'exercice de cette force procurera au corps *B* 10 autres degrés de force & de vîteffe. Tandis que l'autre moitié de l'exercice de ces mêmes degrés procurera au corps *A* 10 degrés de force en arriere, qui détruiront les 10 qu'il avoit encore en avant, & le réduiront au repos.

Ainfi *A* reftera en repos, & *B* reculera avec 11 degrés de force & de vîteffe, conformément à l'experience, & par une fuite neceffaire des loix des mechaniques.

Et quoique dans ce cas les mobiles ayent beaucoup moins de force après le choc qu'avant le choc, & que leur force d'avant le choc y foit prefque réduite au tiers, cela n'empêche pas, comme on vient de le voir, que les 10 degrés de force, que le corps choquant doit perdre felon la loi generale du choc, n'ayent produit les *quatre* effets égaux chacun à 10 degrés de force qu'ils ont produits dans les cas precedens. Il en fera de même de tous les autres cas.

Déduction des Formules.

Pour déduire de la proprieté que nous venons

nons de découvrir dans le reſſort parfait, les formules generales qu'on a recueillies des experiences du choc des corps à reſſort parfait. Suppoſons que m déſigne la maſſe du corps choquant, u ſa vîteſſe, n la maſſe du corps choqué, r ſa vîteſſe.

Selon la Loi generale du choc des corps durs, la vîteſſe commune des mobiles, après le choc, lorſqu'ils vont de même ſens avant le choc, eſt $\frac{mu + nr}{m + n}$. D'où il ſuit que la force du choquant après le choc ſera $\frac{mmu + mnr}{m + n}$. Laquelle étant retranchée de la force $mu = \frac{mmu + mnu}{m + n}$ d'avant le choc, donnera la force $\frac{mnu - mnr}{m + n}$ qu'il aura perdue ou communiquée au corps B.

Or dans le cas du choc des corps à reſſort parfait, cette force communiquée $\frac{mnu - mnr}{m + n}$ étant retranchée deux fois de la force $mu = \frac{mmu + mnu}{m + n}$ du corps choquant avant le choc, (l'une pour l'avoir communiquée au corps B durant le bandement du reſſort, & l'autre pour l'avoir reçue en arriere durant le debandement du même reſſort) donnera la force $\frac{mmu - mnu + 2mnr}{m + n}$ & la vîteſſe $\frac{mu - nu + 2nr}{m + n}$ du corps choquant après le choc.

Et

Et la même force communiquée $\frac{mnu - mnr}{m + n}$ étant ajoûtée deux fois à la force $nr = \frac{mnr + nnr}{m + n}$ du corps choqué avant le choc (l'une pour l'avoir reçue durant le bandement, & l'autre pour l'avoir reçue durant le débandement du ressort) donnera la force $\frac{2mnu - mnr + nnr}{m + n}$ & la vîtesse $\frac{2mu - mr + nr}{m + n}$ ou $\frac{nr - mr + 2mu}{u + m}$ du corps choqué après le choc.

Par un semblable calcul on trouvera lorsque les mobiles vont en sens contraires avant le choc, & que la force du choquant est mu, & celle du choqué est $-nr$, que la vîtesse commune après le choc, est $\frac{mu - nr}{m + n}$, & que la force communiquée est $\frac{mnu + mnr}{m + n}$ on trouvera, dis-je, que la vîtesse du corps choquant après le choc, sera $\frac{mu - nu - 2nr}{m + n}$, & celle du corps choqué $\frac{2mu + mr - nr}{m + n}$ ou $\frac{-nr + mr + 2mu}{n + m}$.

Et dans le cas que le corps choqué est en repos avant le choc, que la vîtesse commune après le choc est $\frac{mu}{m + n}$, & que la force communiquée est $\frac{mnu}{m + u}$, on trouvera que la

vî-

vîteſſe du choquant après le choc, ſera $\frac{mu - nu}{m + n}$,

& celle du corps choqué $\frac{2mu}{m + n}$.

Or il eſt aiſé de verifier que ces formules ſont les mêmes que celles que M. Carré a données dans ſon Memoire de 1706. & dont on a déduit tant de proprietés remarquables.

CONCLUSION.

Nous finirons ce Memoire en déterminant quel eſt l'effet précis que la matiere ſubtile ou la cauſe generale du reſſort produit dans le choc lorſque le reſſort eſt parfait, & nous verrons

1°. Que durant le bandement du reſſort la cauſe generale du reſſort produit un effet égal à la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, que cet effet eſt la reſiſtance que l'on ſuppoſe entiere dans les corps durs, & qui ne ſurvient que peu à peu durant la compreſſion des corps à reſſort. Mais que la matiere ſubtile ne fournit aucune force qui ſoit employée au transport de la maſſe de ces corps, ni à ſa compreſſion: ni à la vîteſſe qu'elle acquiert durant le bandement: que cependant la réſiſtance que la matiere ſubtile produit uniquement, ſurvenant peu à peu, diviſe à chaque inſtant en deux parties la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, ce qui met cette force en état de produire les deux effets qu'elle y produit ſeule, & qui ſont

Fig. 1.

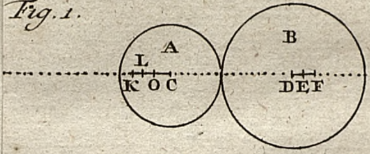
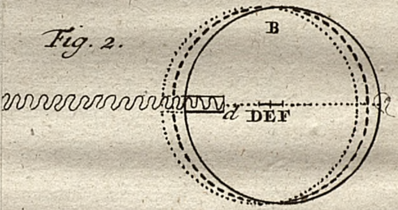


Fig. 2.



$x-3dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x-x=0.$

$3dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x.$

$x. \qquad\qquad x.$

$3ddx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots dx.$

$dy.\ v-3dv+y-3dy \ldots\ldots\ldots v-v+y-y=0.$

$dy.\ 3dv+3dy. \qquad\qquad v+y.$

$v+y \qquad\qquad v+y.$

$3dv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots v.$

$2dy.\ v+y-3dy \ldots\ldots\ldots\ldots v+y-y=v.$

$y-2dy.\ v-3dv+y-3dy \ldots\ldots\ldots v-v+y-y=0.$

$2dy. \qquad 3dy \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots y.$

$y.\ v-3dv+y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots v-v+y=y.$

Fig. 1.

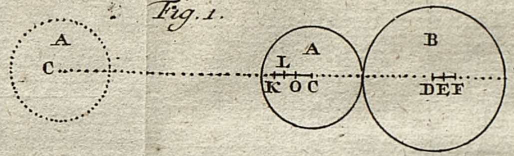


Fig. 2.

E.	$x-dx$.	$x-2dx$.	$x-3dx$	$x-x=o$.
F.	dx.	$2dx$.	$3dx$	x.
G.	x.	x.	x.	x.
H.	ddx.	$2ddx$.	$3ddx$	dx.
p.	$v-dv+y-dy$.	$v-2dv+y-2dy$.	$v-3dv+y-3dy$	$v-v+y-y=o$.
q.	$dv+dy$.	$2dv+2dy$.	$3dv+3dy$.	$v+y$.
r.	$v+y$.	$v+y$.	$v+y$	$v+y$.
O.	dv.	$2dv$.	$3dv$	v.
P.	$v+y-dy$.	$v+y-2dy$.	$v+y-3dy$	$v+y-y=v$.
Φ.	$v-dv+y-dy$.	$v-2dv+y-2dy$.	$v-3dv+y-3dy$	$v-v+y-y=o$.
Q.	.... dy.	$2dy$.	$3dy$	y.
R.	$v-dv+y$.	$v-2dv+y$.	$v-3dv+y$	$v-v+y=y$.

ſont égaux chacun à toute la force qui les produit.

2°. Que la matiere ſubtile par l'entremiſe du reſſort produit enſuite durant le débandement du reſſort les deux autres effets qui s'y produiſent par la force avec laquelle le reſſort eſt bandé, laquelle eſt égale à la force que le corps choquant doit perdre par le choc, & dont l'exercice ſe diviſe de nouveau en deux également & produit par ce moyen dans les mobiles deux autres effets égaux chacun à cette même force.

3°. Qu'enfin tous ces effets ſont produits par des mouvemens uniformément accelerés ou retardés, ſemblables à celui que la cauſe de la peſanteur produit dans les corps peſans qui commencent à tomber ou à monter, ainſi que Galilée l'a expliqué par ſon triangle, & que nous l'avons détaillé ſi au long dans le courant de ce Memoire. C'eſt-à-dire, que l'eſpace dont les centres des mobiles s'approchent l'un de l'autre durant tout le tems de la compreſſion, lorſqu'ils ont une certaine vîteſſe z, comme le quarré de la premiere vîteſſe, eſt au quarré de la ſeconde, ou comme xx à zz. Car par ce qu'on a vu dans ce Memoire ces eſpaces ſont.

$$x-dx, +x-2dx, +x-3dx \ldots\ldots + x-x = \frac{xx}{2}.$$

$$z-dz, +z-2dz, +z-3dz \ldots\ldots + z-z = \frac{zz}{2}.$$

Or $\frac{xx}{2} . \frac{zz}{2} :: xx . zz$. Donc &c.

ME-

MEMOIRE

SUR PLUSIEURS DECOUVERTES FAITES DANS LES YEUX DE L'HOMME,

des Animaux à quatre pieds, des Oiseaux & des Poissons.

Par M. PETIT, Medecin.

LES découvertes que j'ai faites sur les yeux, seront le sujet de plusieurs Memoires que je me propose de donner à l'Academie; mais pour cela il faut encore faire beaucoup d'observations & d'experiences, qui doivent servir de preuves aux faits & aux explications que je proposerai. J'ai déja fait voir plusieurs de ces découvertes à la Compagnie, ce qui les a rendu publiques; & cela peut donner occasion à quelques personnes de les inserer dans leur Ouvrage sans en faire honneur à l'Academie. Pour éviter cet inconvenient, j'ai crû que je ne ferois pas mal de les annoncer dans ce Memoire.

L'on n'avoit pas compté jusqu'à present le nerf intercostal entre les nerfs qui se distribuent dans les yeux: on a crû jusqu'à present qu'il tiroit son origine de la cinquieme & de la sixieme paire des nerfs du cerveau. Mais j'ai j'ai découvert que ce nerf doit sa naissance aux nerfs vertébraux, & que quelques rameaux de la branche qui accompagne l'artere Carotide interne, vont se joindre à ces deux nerfs pour se distribuer dans les yeux, peut-être aussi dans l'oreille & dans le visage pour y exciter les mouvemens pathetiques. J'ai annoncé cette découverte à l'Academie en 1720. avec celle qui suit.

Les nerfs Optiques se divisent en plusieurs lames à l'endroit de leur jonction, où elles passent les unes entre les autres; après quoi ces lames se réunissent de chaque côté pour se rendre aux yeux, en sorte que les lames du nerf optique qui tire son origine du côté droit du cerveau, passent entre celles du nerf optique qui part du côté gauche, & par leur réunion forment un nerf qui va se rendre à l'œil gauche; & les lames du nerf optique qui tire son origine du côté gauche du cerveau, passent entre les lames du nerf optique du côté droit, puis en se réunissant forment un nerf qui va se rendre à l'œil droit.

J'ai observé que les yeux de Mouton, de Bœuf & de Chevaux ont moins de convexité à leur partie posterieure qu'à leur partie anterieure; que ceux des Oiseaux sont un peu applatis à leur partie anterieure; que les yeux de la plûpart des Poissons sont applatis à leur partie anterieure & posterieure; & que l'Homme a les yeux à peu près ronds, aussi-bien que le Chien, le Chat & le Loup. L'on trouve des yeux d'homme qui sont ronds, & qui n'ont pas plus de longueur que de largeur, mais l'on en trouve fort souvent qui sont plus longs que larges d'une demi-ligne & même d'une ligne. J'en ai vû quantité, tant de jeunes que de gens âgez, qui étoient en quelque maniere anguleux : ils étoient applatis à leur partie latérale, aux endroits où les muſcles droits ſont appliquez ils m'ont paru plus applatis ſous le muſcle adducteur ou buveur. Ils l'étoient un peu moins ſous le muſcle indignateur, & moins ſous le baiſſeur ou l'humble. Mais il paroiſſoit peu ou point d'applatiſſement ſous le muſcle releveur. La Sclerotique ſe trouve moins épaiſſe en ces endrois que dans le reſte du globe de l'œil, & s'y trouve d'autant plus mince qu'ils y ſont plus applatis. Cette obſervation peut donner lieu de conjecturer que les yeux de l'homme ſont comprimez par les muſcles droits. L'on ne trouve pourtant pas la même diſpoſition dans tous les yeux. C'eſt ce que j'examinerai dans un autre Memoire où je parlerai de la quantité reſpective de grandeur & de peſanteur de toutes les parties des yeux, des rapports que les differentes figures des yeux de l'homme, des animaux à quatre pieds, des oiſeaux & des poiſſons ont avec la differente convexité de leurs criſtallins & de leur cornée.

La Cornée des yeux de l'homme paroit toûjours ronde à tous ceux qui ne font ſimplement que la regarder : mais ſi l'on examine exactement cette membrane l'on trouve dans tous les yeux, que la Conjonctive s'avance ſur la partie ſuperieure de la Cornée d'un tiers de ligne, d'une demi-ligne, de deux tiers de ligne, & même d'une ligne; ce qui donne à cette derniere membrane une figure irreguliere, & fait que ſon centre eſt ex-

excentrique au centre de l'Iris & de la prunelle. La Conjonctive s'avance aussi quelquefois sur la partie inferieure de la Cornée, mais environ de la moitié de ce qu'elle s'avance sur la partie superieure. La Cornée est tout-à-fait ronde à sa face interne. J'ai dit que la Conjonctive s'avance sur la Cornée dans tous les yeux; & c'est veritablement une chose extraordinaire que de ne l'y pas rencontrer. Cela ne m'est arrivé que trois ou quatre fois sur plus de cent yeux que j'ai examinés à cette occasion.

Si l'on disseque tout-à-fait cette partie de la Conjonctive, l'on fait disparoitre l'excentricité, & l'on trouve que la Cornée est ronde exterieurement comme elle l'est interieurement. Il est vrai que cette dissection n'a pas toûjours ôté l'excentricité, car il arrive quelquefois que la Conjonctive a penetré la Cornée, & y est si adherente qu'on ne peut entierement l'emporter.

J'ai encore trouvé la Cornée d'une figure particuliere dans les yeux d'un Negre: elle avoit quatre lignes de largeur de haut en bas, & cinq lignes demi-tiers de longueur de droit à gauche, dont chaque extremité finissoit par un angle mousse. Cette figure ne me paroissoit pas causée par la Conjonctive, ce qui pouvoit se découvrir d'autant plus facilement que tout le fond de la Cornée étoit noir. L'attention que j'avois à observer cette Cornée pour y découvrir la prunelle que je n'y voyois point, m'y fit appercevoir quantité de lignes rougeâtres, qui par leur union formoient diverses figures de trois côtez, de cinq, & même de six côtez : je jugeai que ce pouvoit être des vaisseaux sanguins qui les formoient par leurs anastomoses ; pour m'en éclaircir j'enlevai la Cornée, je vis la prunelle que je n'avois pû découvrir parce que la partie anterieure de l'Uvée étoit toute noire, il n'y avoit aucune autre couleur pour produire l'Iris. (Cela m'a engagé à examiner les yeux de quelques Negres vivans : j'ai trouvé dans les uns, le fond de la Cornée tout noir, & par conséquent il n'y avoit aucune couleur sur la partie anterieure de l'Uvée : j'ai trouvé dans d'autres, quelques couleurs qui formoient un Iris, mais fort brun, tel qu'on le voit dans des bœufs & des chevaux.) Je pris la Cornée, je la regardai au jour, je la trouvai très transparente, & je n'y remarquai aucune des lignes que j'y avois vû ; je la remis sur l'œil, je retrouvai mes lignes ; je la regardai encore au jour, je ne les vis plus ; mais l'ayant regardée vers un lieu obscur à l'opposite de la lumiere, j'y vis mes lignes de la même maniere que je les voyois lorsque la Cornée étoit sur l'œil. Je n'ai point eû d'occasion de dissequer des yeux de Negres depuis ce tems-là : je n'ai pû m'assurer si ces lignes rougeâtres se trouvent toûjours dans leur Cornée, on ne les apperçoit point dans le vivant.

Je me suis d'abord imaginé que si l'on ne trouvoit pas les mêmes lignes dans les Cornées des yeux de nos Européens, c'étoit peut-être parce que l'Iris reflechissant beaucoup de lumiere à cause de ses couleurs, les empêchoit de paroître ; ce qui m'a engagé d'examiner

ner plusieurs Cornées en les regardant du côté opposé à la lumiere. Les soins que je me suis donné pour cela ont été d'abord sans aucun fruit: mais au mois de Fevrier 1723. en examinant les yeux d'un jeune homme de 20 ans, j'ai trouvé les mêmes lignes dans la Cornée, malgré l'éclat des couleurs de l'Iris: elles étoient rougeâtres, & formoient les mêmes figures que dans le Negre. Lorsque j'ai regardé cette Cornée du côté de la lumiere par sa surface concave, j'ai vû ces lignes, mais elles m'ont paru plus fines que lorsque je les ai regardé sur l'œil; j'ai regardé la Cornée par sa convexité, les lignes ont paru plus grosses; mais m'étant tourné du côté opposé à la lumiere, je les ai trouvé plus grosses qu'elles ne paroissoient avant que la Cornée fût separée de l'œil.

Au mois de Novembre de la même année 1723. entre plusieurs yeux qu'on m'apporta en même tems de l'Hôtel-Dieu, j'en trouvai quatre qui avoient les mêmes lignes dans la Cornée que les precedens, mais elles étoient brunes & non pas rougeâtres. Ces lignes dans tous ces yeux paroissoient grosses comme un fil dont il en faut 16 pour couvrir une ligne qui fait la 12e. partie d'un pouce. Il y avoit deux yeux d'un garçon de 15 ans, & les deux autres étoient d'un garçon de 13 ans; & comme l'on me les apporta le soir, & que je ne disseque point à la chandelle, je mis un œil de chacun dans de l'eau pour conserver leur tension jusqu'au lendemain, afin de les dissequer sans être flétris: je remarquai le lendemain dans les yeux du garçon de 15 ans, que les lignes de la Cornée étoient moins apparentes dans l'œil qui avoit trempé dans l'eau, que dans celui qui n'avoit pas trempé. Le contraire s'eſt trouvé dans les yeux du garçon de 13 ans, dont les lignes étoient moins apparentes dans l'œil qui n'avoit point trempé; & ce qu'il y a encore de ſingulier, c'eſt qu'après avoir coupé la Cornée de tous ces yeux, elles ſe ſont trouvées ſi froncées que je n'ai pû y appercevoir aucune ligne ni à la lumiere, ni à l'oppoſite de la lumiere: je les ai un peu apperçûes dans l'œil du garçon de 13 ans, qui avoit trempé dans l'eau, lorſque j'ai remis la Cornée ſur l'œil.

La couleur rougeâtre des lignes des yeux du Negre & du jeune homme de 20 ans nous perſuade aiſément, que ce ne peut être autre choſe que du ſang contenu dans des vaiſſeaux de la Cornée: mais y a-t-il veritablement des vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée, ou bien ce ſang s'y ſeroit-il introduit par la dilatation des vaiſſeaux lymphatiques?

Pluſieurs choſes pourroient nous induire à croire qu'il y a des vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée.

1o. Lors que l'on a reçû quelque coup à l'œil, on voit aſſés ſouvent du ſang épanché dans la Cornée, ce que l'on peut rapporter à la rupture & à la contuſion de quelques vaiſſeaux ſanguins.

2o. Il ſe forme de petits abſcès dans la Cornée, comme on le voit dans la maladie appellée *Hypopion*, dans les Phlictenes & dans les puſtules, ce qui eſt ordinaire-

ment

ment produit par du ſang épanché hors de ſes vaiſſeaux.

3°. Dans les grandes inflammations de l'œil la Cornée paroît quelquefois rouge, ce qui ne peut être produit que par la dilatation des vaiſſeaux ſanguins de la Cornée dans l'interception du ſang, comme nous le voyons dans la Conjonctive qui nous paroît toute blanche dans l'état naturel, quoiqu'elle ſoit remplie d'une prodigieuſe quantité de vaiſſeaux ſanguins.

Quoique cela paroiſſe vrai, on ne doit pas en conclure que dans l'état naturel il y ait des vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée.

1°. On ne peut appercevoir ces vaiſſeaux avec le Microſcope.

2°. Il n'en paroît aucun dans la Cornée des fœtus, la Sclerotique eſt ſouvent rouge, la membrane Criſtalline quelquefois rougeâtre, & la Choroïde pour l'ordinaire très rouge.

3°. Les hypopion, les puſtules, & autres abſcès qui ſe produiſent dans la Cornée, ne ſont quelquefois precedez d'aucune inflammation ni rougeur, lorſqu'ils ne ſont point cauſez par des contuſions.

4°. Les injections les plus fines ne paſſent jamais dans la Cornée, quoique la Choroïde & la membrane Criſtalline ſe trouvent ſouvent ſeringuées.

S'il ſe trouve quelquefois des rougeurs à la Cornée, ce n'eſt qu'après quelque grand coup reçû à l'œil, ou dans de violentes inflammations qui ont commencé dans les autres parties de l'œil, & qui ont fort dérangé les vaiſſeaux de la Sclerotique & de la Conjonctive; car le sang ne pouvant y circuler, force les embouchures des vaisseaux qui portent la liqueur qui est distribuée dans la Cornée, où le sang s'épanche d'autant plus facilement que ces vaisseaux se trouvent meurtris & contus. De là on peut conclure que toutes les fois que l'on rencontre des vaisseaux dans la Cornée, remplis de quelque liqueur colorée, qui peut empêcher le passage d'un grand nombre de rayons de lumiere, ce ne peut être que dans un état contre nature; ainsi les lignes rougeâtres & brunes que j'ai trouvées dans tous les sujets dont je viens de parler, n'étoient autre chose que des vaisseaux remplis d'une matiere étrangere, qui s'y est introduite par la dilatation & le relâchement des vaisseaux de la Cornée.

Il faut presentement expliquer pourquoi ces lignes rouges ne paroissoient point dans la Cornée du Negre, étant regardées du côté de la lumiere, & qu'elles paroissoient dans la Cornée du jeune garçon de vingt ans: je ne puis rapporter cette difference, qu'à la differente grosseur des vaisseaux qui apparemment étoient plus gros dans la Cornée du jeune garçon, ce que je ne puis pas assurer; il faudroit pour cela, que j'eusse observé les Cornées de ces deux sujets dans le même tems, & j'ai observé celle du Negre en 1720. & l'autre en 1723. Mais voici quelques experiences qui pourront suppléer à ce défaut.

Le 29 Septembre 1724. j'ai pris un fil de soye grege, (c'est de la soye telle qu'elle sort de dessus les cocons) j'ai attaché une épingle à une de ses extremités, afin que par son

ſon poids elle pût étendre le fil de ſoye, qui ſans cela voltige à cauſe de ſa grande legereté. Après cela j'ai pris deux de ces fils que j'ai tordus enſemble pour faire un fil double du premier, auquel j'ai auſſi attaché une épingle: j'ai preſenté ces deux fils à la lumiere vers le Ciel dans un tems ſerein & un beau Soleil, à deux heures après midi.

J'ai regardé ces deux fils du côté de la lumiere, je les voyois fort bien à la diſtance de 6 pouces de mes yeux, mais m'étant reculé j'ai perdu le fil ſimple de vûe à la diſtance de 7 pouces, & je voyois très bien le fil double. Je me ſuis encore reculé, le fil double me paroiſſoit d'autant plus fin que je m'en éloignois; enſorte que je le voyois à la diſtance de 24 pouces, tel que je voyois le fil ſimple à la diſtance de 6 pouces, & je l'ai enfin perdu de vue à la diſtance de 25 pouces. Après cela j'ai regardé ces fils du côté oppoſé à la lumiere vis-à-vis quelque choſe de brun, j'ai vû fort bien le fil ſimple à la diſtance de 5 pieds ou 60 pouces, & je l'ai perdu entierement de vue à la diſtance de 5 pieds un pouce ou 61 pouces; j'ai vû le fil double à la diſtance de 12 pieds ou 144 pouces, & je l'ai perdu de vûe à 12 pieds & un pouce ou 145 pouces. Il eſt bon de remarquer qu'il ſe rencontre quelque varieté dans cette experience par rapport à la vûe; il s'eſt trouvé des perſonnes chés moi, qui ont vû ce fil ſimple à 8 & 9 pouces, dans le tems que je ne le voyois qu'à 6.

Il s'en rencontre par rapport à la lumiere, en ce que plus la lumiere eſt éclatante, plus les fils paroiſſent fins, l'on les perd de vûe de plus près. Il ne faut point examiner ces fils au travers des vitres d'une chambre, ni contre quelque corps que ce puiſſe être, & il faut que le Ciel ſoit ſans nuage.

Puiſque l'on perd le fil ſimple de vûe à 7 pouces des yeux, & qu'on ne perd le fil double qu'à 25 pouces, on peut juger que s'il étoit poſſible d'avoir un fil ſimple plus fin de la moitié, il échaperoit entierement à la vûe, de ſi près qu'on puiſſe le regarder du côté de la lumiere; mais que ce fil étant du côté opposé à la lumiere, pourroit être apperçû à la diſtance d'un pied, ou du moins à la diſtance de 7 à 8 pouces, puiſque notre fil ſimple s'eſt apperçû à la diſtance de 5 pieds: ce qui peut prouver que les lignes rouges de la Cornée du jeune homme de 20 ans étoient plus groſſes que celles de la Cornée du Negre, puiſque je voyois les premieres du côté de la lumiere; & c'eſt pour la même raiſon que je n'y pouvois voir les autres qui paroiſſoient plus groſſes dans la Cornée du jeune garçon de 20 ans, que dans celle du Negre regardée à l'oppoſite de la lumiere, de même que le fil double paroiſſoit plus gros que le ſimple, regardé de la même maniere.

Il ne ſera pas difficile de rendre raiſon de toutes ces diverſes apparences. L'on ſait que plus on s'éloigne d'un objet, moins il eſt perceptible, parce qu'on reçoit d'autant moins des rayons qui partent de cet objet: on doit bien-tôt perdre de vûe un de ces fils de ſoye ſimple qui eſt d'une ſi grande fineſſe qu'il en faut environ 180 pour couvrir la largeur d'une ligne, autant que j'ai pû le reconnoître. M. Boyle dit qu'il en faut 120 aunes pour

pour faire la pesanteur d'un grain : des fils de soye si fins ne peuvent intercepter qu'une très petite quantité de rayons. Lorsque je regarde un de ces fils à une grande lumiere, les rayons par lesquels je dois l'appercevoir, ont peu de force, parce que ce sont des rayons réflechis, qui viennent du côté opposé à la lumiere; au lieu que les rayons qui passent à côté de ce fil, & qui partent directement de la grande lumiere, ont beaucoup de force : & comme ces deux sortes de rayons entrent ensemble dans mon œil, & produisent leur impression tout auprès l'un de l'autre, l'impression des rayons de la grande lumiere se communique d'autant plus facilement aux fibres de la retine qui reçoivent l'impression des rayons réflechis, que ceux-ci se trouvent plus foibles & en plus petite quantité, ce qui fait qu'en s'éloignant des fils on les perd d'autant plûtôt de vûe qu'ils sont plus fins, & que la lumiere est plus forte. Tout le contraire doit arriver lorsque je regarde un de ces fils de soye en l'exposant du côté opposé à la lumiere, parce que les rayons par lesquels je dois l'appercevoir viennent de cette lumiere, ils se réflechissent de dessus ce fil avec beaucoup de force, & les rayons qui passent à côté de ce fil & partent de derriere, n'ont que peu de force & ne sont pas capables d'affoiblir dans mon œil l'impression de ceux qui viennent de la lumiere; ce qui est cause que le fil simple que je ne voyois point à 7 pouces de distance étant regardé du côté de la lumiere, s'est laissé appercevoir à 5 pieds étant regardé du côté opposé à la lumiere, & que le fil double que je ne pouvois voir à 25 pouces, s'est laissé voir à 12 pieds. J'aurois donc pû voir un fil de soye de la moitié plus fin, à un demi-pied de distance du côté opposé à la lumiere. Voilà la raison pourquoi les lignes de la Cornée du Negre se sont laissées appercevoir en les examinaut du côté opposé à la lumiere, & que les lignes de la Cornée du jeune garçon de 20 ans ont paru plus grosses.

Mais pourquoi les lignes de la Cornée du jeune garçon de 20 ans ont-elles paru plus grosses lorsque je les ai examinées par le côté convexe de la Cornée, & plus fines par le côté concave?

Pour découvrir la cause de ce phenomene, j'ai pris un verre convexe, tel qu'on en met aux montres. J'ai appliqué des bouts de fils dedans & dehors, j'ai trouvé que lorsque je regardois mon verre par la partie concave, le fil qui étoit dans la concavité paroissoit plus gros que celui qui étoit sur la convexité, & que lorsque je regardois le verre du côté convexe, le fil qui étoit sur la convexité paroissoit plus gros que celui qui étoit dans la concavité.

Lorsque le verre est entre le fil & les yeux, il arrête une partie des rayons qui doivent aller frapper le fil, & en arrête encore de ceux qui doivent se réflechir, ce qui doit le faire paroître plus fin; si cela avoit besoin de preuves, on pourroit faire remarquer que plus le verre dont on se sert est épais, plus les fils paroissent fins au-delà du verre: mais lorsque le fil est entre le verre & mes yeux, rien

rien n'empêche qu'il ne reçoive tous les rayons qui vont à lui & qu'ils ne se réflechissent dans mes yeux, où ils font une impression plus forte & me font appercevoir le fil plus gros. De-là j'ai jugé que les lignes de la Cornée du jeune garçon étoient placées plus vers la superficie convexe qne vers la concave, puisqu'elles ont paru plus grosses étant examinées par le côté convexe de la Cornée. Je n'ai pû dans cette experiençe me servir de fils de soye grege, parce qu'ils sont trop fins, mais je me suis servi du fil de Malines dont il faut 35 fils pour couvrir la largeur d'une ligne.

Tous les Anatomistes ont crû jusqu'à present, que la Choroïde étoit noire; je n'en connois que peu qui ont dit qu'elle étoit presque noire dans l'homme, comme elle l'est dans les oiseaux, & dans une portion de celle des animaux à 4 pieds, & de quelques poissons. Mais si l'on examine bien cette membrane dans tous les yeux d'hommes, on trouvera que sous la retine elle est tout-à fait brune dans les enfans, qu'elle l'est un peu moins à l'âge de 20 ans, qu'elle commence à 30 ans à prendre une couleur de gris de lin foncée, & qu'à mesure que l'on avance en âge, cette couleur s'éclaircit si fort qu'à l'âge de 80 ans elle se trouve presque blanche; c'est ce que j'ai fait voir à la Compagnie sur un grand nombre d'yeux. Je ne m'étendrai pas davantage sur cette matiere, parce que j'en parlerai plus amplement dans un Memoire très circonstancié sur la Choroïde, l'Uvée, les Processus & le Ligament ciliaire.

Lorſque je donnerai les découvertes que j'ai faites ſur ces parties, je ferai voir comment la matiere brune ou noire, qui fait l'enduit qui ſe trouve à la partie poſterieure de l'Uvée, produit la plus grande partie des différentes couleurs de l'Iris. Il y a ſix ans que j'ai fait cette découverte, mais depuis ce tems-là je l'ai trouvée dans une Theſe ſoutenue & imprimée à Strasbourg en 1677. Je dirai quelque choſe de l'excentricité naturelle au centre de l'Iris, dont parle Galien ſous le titre de *Mutatio pupillæ de loco*, & de l'accidentelle dont parle auſſi Arnauld de Villeneuve: je parlerai des différentes dilatations des prunelles, qui ſe rencontrent tres ſouvent dans les yeux du même homme après la mort; ce que l'on voir auſſi dans les animaux à quatre pieds, les Oiſeaux & les Poiſſons: je rechercherai l'uſage des diverſes couleurs qui forment les tapis qui ſe trouvent ſur la Choroïde des Animaux à quatre pieds, & de quelques Poiſſons: j'examinerai la pretendue bourſe que l'on trouve dans les yeux des Oiſeaux. C'eſt une membrane de couleur noire de figure rhomboïde, & non pas triangulaire, comme MM. Perraut, de la Hire, & Hovius l'ont crû; elle n'a aucune cavité, elle eſt formée par des fibres paralleles, qui tirent leur origine du nerf optique & de la Choroïde.

Je ferai ici une remarque ſur la retine ſeulement, pour empêcher que les Anatomiſtes ne s'y trompent après M. Ruiſch. Cet habile Anatomeſte dit à la page 10 de ſon ſecond Treſor, qu'il a quelquefois remarqué ſur la retine des ondes contre les loix de la nature: il les repreſente

ſente dans la figure 19 de la 16e. Table qui eſt à la ſuite de ſa 13e. Lettre problematique. Mais ſi ce ſavant homme eût coupé quantité d'yeux en deux hemiſpheres, il auroit preſque toûjours trouvé la même diſpoſition à la retine, dans ceux qui ont été gardez deux ou trois jours, car cette membrane ſuit les mouvemens que l'on fait faire à l'humeur vitrée, & comme il n'eſt preſque pas poſſible de diviſer un œil en deux hemiſpheres ſans déranger l'humeur vitrée, la retine ſe dérange auſſi, & il s'y forme des plis ou des ondes que l'on peut effacer en remettant la retine dans ſon extenſion naturelle. Il faut prendre beaucoup de précaution en coupant l'œil, ſi l'on veut éviter ce dérangement: l'œil doit être frais, ſans quoi on doit trouver ces ondes preſque toutes les fois qu'on coupe un œil tranſverſalement, à moins que l'œil n'ait trempé dans quelque liqueur.

J'ai découvert un petit canal autour du Criſtallin, je l'appelle Canal circulaire godronné. On ne peut le voir qu'en le ſoufflant, & lorſqu'il eſt rempli d'air il s'y fait des plis ſemblables aux ornemens que l'on fait ſur des pieces d'argenterie, que l'on nomme pour cela vaiſſelle godronnée: il eſt formé par la duplicature de la membrane hyaloïde qui eſt bridée d'eſpace en eſpace à peu près égaux par de petits canaux qui le traverſent, qui ne ſouffrent pas la même extenſion que la membrane qui eſt très-flexible, ce qui la fait godronner. Si l'on ôte le Criſtallin de ſon chaton ſans endommager la membrane qui fait le canal, on aura beau le ſouffler, il ne s'y formera plus de plis godronnez, ou très peu; mais il en devient plus large:

ge : il a pour l'ordinaire dans l'homme 1 $\frac{1}{4}$ ou 1 $\frac{1}{2}$ & 2 lignes, il n'en a pas davantage dans le Bœuf.

Je ne l'ai jamais trouvé naturellement gonflé ni d'air ni de liqueur, & l'uſage ne m'en eſt point encore connu.

J'ai trouvé une liqueur il y a quelques années ſous la capſule de la plupart des Criſtallins de l'homme, des animaux à quatre pieds & des Dindons; mais depuis ce tems-là j'ai vû cette découverte dans Morgani.

Les experiences que j'ai faites ſur cette liqueur, m'ont fait connoître qu'elle eſt differente de l'humeur aqueuſe. Je les rapporterai dans un Memoire particulier que je donnerai, où je marquerai les differentes quantités que l'on trouve dans les Criſtallins des differens animaux, & en parlant de ſon uſage je ferai voir la maniere dont le Criſtallin ſe nourrit & s'augmente, ce qui me donnera occaſion de parler de la cauſe des Cataractes.

Le Criſtallin de l'homme eſt naturellement plus convexe à ſa partie poſterieure qu'à ſa partie anterieure; j'ai pourtant trouvé des Criſtallins dont les deux convexités étoient égales; j'en ai auſſi rencontré de plus convexes à la partie anterieure qu'à la partie poſterieure: c'eſt peut-être ce qui a trompé M. Briſſeau qui aura apparemment trouvé quelques Criſtallins de cette convexité, ce qui lui à fait dire dans ſon Traité de l'œil, que le Criſtallin de l'homme eſt plus convexe à la partie anterieure qu'à la poſterieure. Mais ce que l'on doit trouver de particulier, j'ai rencontré plus d'une fois dans les yeux

yeux du même homme un Cristallin plus convexe à sa partie anterieure qu'à la posterieure, l'autre Cristallin au contraire étoit dans son état naturel; ce qui a dû necessairement faire un defaut dans la vûe.

Une des plus belles observations que j'ai faites sur les Cristallins, c'est la difference des couleurs jointe à la differente consistance, suivant les differens âges. Ils paroissent n'avoir point de couleur depuis l'enfance jusqu'à l'âge de 25 à 30 ans, où ils commencent à prendre une couleur jaune très legere. Cette couleur s'augmente peu à peu, ensorte qu'ils deviennent d'autant plus jaunes que l'on devient plus âgé. La consistance des Cristallins souffre les mêmes changemens, car ils sont très mous dans toute leur substance dans l'enfance, ils le sont moins à 25 ans, après quoi ils acquierent de la consistance qui devient d'autant grande que l'on avance en âge & qu'elle est près du centre du Cristallin: c'est une chose très rare de rencontrer des Cristallins d'égale consistance dans toute leur étendue depuis l'âge de 25 ans jusqu'à 60. Leur partie exterieure est toûjours plus molle que vers le centre, & d'autant plus molle qu'elle approche de la superficie, & elle est d'autant plus ferme qu'elle se trouve plus près du centre.

J'en ai demontré une suite d'âge à la Compagnie sur un grand nombre d'yeux que j'ai apporté en même tems, depuis l'âge de 20 ans jusqu'à 80, & l'on y a observé que les Cristallins de 20 ans n'avoient point de couleur; que ceux de 30 ans commençoient à avoir un peu de couleur jaune, ceux de 44 ans étoient jaunâtres nâtre de paille; ceux de 55 ans étoient plus jaunes, mais ceux de 70 & de 80 ans ressembloient à des morceaux d'ambre jaune: c'étoit un spectacle assés joli de voir d'un seul coup d'œil toutes ces nuances de jaune se succeder si bien les unes aux autres suivant les differens âges.

En examinant les Cristallins de l'homme je les trouvois toûjours plus clairs & plus transparens, lorsque je les regardois par leur partie anterieure où ils sont toûjours ternes de quelque âge qu'ils puissent être. Cette difference de transparence me fit juger que cela pouvoit bien venir de la capsule qui enveloppe le Cristallin, qui est de la moitié plus fine à la partie posterieure qu'à la partie anterieure; effectivement après avoir emporté cette membrane j'ai trouvé les Cristallins également transparens de tous les côtés. Ainsi cette capsule dans l'homme est moins transparente que dans les animaux à 4 pieds, les Oiseaux & les Poissons, même dans le Bœuf & dans le Cheval, dans lesquels elle est deux ou trois fois plus épaisse que celle de l'homme, & qui ne peut être plus transparente qu'elle l'est. J'ai remarqué une chose bien particuliere sur cette membrane, c'est que je ne l'ai jamais trouvé opaque dans aucune Cataracte, & je n'ai pû rendre tout-à-fait opaque celle de l'œil du Bœuf par aucun moyen. La gelée, les esprits acides lui ont laissé sa transparence; l'esprit de nitre la rend tant soit peu opaque, & même la dissout lorsqu'on la laisse tremper un peu de tems. Cette membrane dans les enfans est plus terne que dans l'homme.

Quoi-

Quoique les obſervations que je viens de rapporter ſur les differentes couleurs & les differentes conſiſtances du Criſtallin par rapport aux differens âges ſoient conſtantes, c'eſt-à-dire, que plus on eſt âgé, plus on trouve de conſiſtance & de couleurs dans les Criſtallins, il ſe rencontre pourtant de grandes varietés. J'ai trouvé des Criſtallins de même âge plus colorés & plus fermes les uns que les autres; j'ai même trouvé plus d'une fois dans le même ſujet un Criſtallin plus ferme & plus coloré que l'autre.

J'ai toûjours trouvé les Criſtallins des Animaux à quatre pieds, des Oiſeaux & des Poiſſons, très tranſparens & ſans couleurs, quoique j'en aye examiné un très grand nombre: tout ce que j'ai remarqué de particulier, c'eſt que plus l'animal eſt âgé, plus la ſubſtance du Criſtallin a de conſiſtance, qui eſt d'autant plus grande qu'elle ſe trouve plus près du centre du Criſtallin, car pour l'ordinaire l'exterieure eſt molle: mais quelque conſiſtance naturelle que puiſſent acquerir les Criſtallins de l'homme, elle ne parvient jamais à celle que j'ai trouvé dans les Criſtallins des animaux à quatre pieds; mais les Poiſſons l'emportent ſur les autres, car j'ai trouvé des Criſtallins dont la partie interne étoit ſi ferme, ou pour mieux dire ſi dure, que leur conſiſtance égaloit celle de la corne. L'on trouve les mêmes varietés ſur les couleurs de la Choroïde.

Je ne parle point ici de pluſieurs autres découvertes que j'ai faites, non ſeulement dans les yeux, mais même dans d'autres parties du corps, parce que je veux encore les vérifier.

On

On se souviendra que j'ai fait voir à l'Académie il y a quatre ans, deux experiences de Physique sur la dissolution des Sels. L'on a remarqué dans la dissolution du Salpêtre, du Sel marin, & d'autres Sels, que l'eau baisse à mesure que ces Sels se dissolvent. L'on a vû le contraire dans la dissolution du Sel Armoniac, car l'eau s'éleve à mesure que ce Sel se dissout. J'ai trouvé depuis ce tems-là que les liqueurs corrosives baissent considerablement dans la dissolution des métaux, & qu'au contraire elles s'élevent dans la dissolution des yeux d'écrevisses, des Crustacées, & d'autres choses semblables. Je donnerai un Memoire sur cette matiere.

SUR UNE QUESTION DE MAXIMIS ET MINIMIS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SOUVENT en cherchant à résoudre un Probleme par le calcul, on parvient à des resolutions si éloignées de celle qu'on se proposoit comme unique, qu'on les pourroit méconnoître, & qu'on seroit tenté de croire que la methode qui nous les presente, nous trompe.

Rien ne fait cependant mieux connoître l'avantage de l'Algebre sur la Geometrie dans la la resolution des problemes, que cette abondance avec laquelle elle donne non-seulement ce qu'on avoit dessein de lui demander, mais encore tout ce qui dépendoit des mêmes conditions, & qu'on ne pensoit pas à lui demander.

Voici un exemple singulier de ce que nous venons de dire.

Soit le Trapeze $ABCD$ (Fig. 1.) dont les côtés AD, BC soient égaux, & plus grands pris ensemble que celui du milieu CD. Soient les angles ABC, BAD égaux, & la base AB variable. On demande le plus grand & le plus petit.

Faisant $DC = a$

$AD = b$

$AB = x$

$AP = \frac{x - a}{2}$

$$DP = \sqrt{\frac{4bb - aa + 2ax - xx}{4}}$$

Et l'expression de ces Trapezes sera

$$\frac{a + x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}.$$

Prenant la difference de cette expression, il vient

$$\frac{dx}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} + \frac{adx - xdx}{\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} \times \frac{a + x}{4}.$$

fai-

faisant cette difference $= 0$,
l'on trouve l'équation

$$2bb + ax - xx = 0,$$

dont les racines sont

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

faisant la difference $= \infty$
l'on trouve l'équation

$$4bb + 2ax - xx - aa = 0$$

dont les racines sont

$$x = a + 2b.$$

$$x = a - 2b.$$

Voilà donc 4 valeurs de x, quoiqu'il ne puisse y en avoir qu'une qui donne le plus grand, & une qui donne le plus petit Trapeze.

$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ donne le plus grand

$x = a + 2b$ donne évidemment le plus petit.

Car le plus petit Trapeze est celui où le côté CD est infinniment près de la base AB, alors le Trapeze est entierement écrasé & les trois côtés AD, DC, CB sont appliqués sur la base qui leur est égale, & qui alors est $a + 2b$.

Mais pourquoi trouve-t-on les deux autres valeurs de x?

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$

$$x = a - 2b$$

De quoi peuvent-elles servir, puisqu'il n'y a qu'un plus grand & un plus petit Trapeze, & qu'ils sont donnez tous deux l'un par

&

$$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$$

& l'autre par

$$x = a + 2b.$$

Il faut remarquer que l'expreſſion des Trapezes

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

n'eſt pas ſeulement l'expreſſion * de tous les Trapezes $ABCD$, mais encore l'expreſſion du triangle ACD & des doubles triangles $ABCD$ qui ſe forment par le croiſement des côtés AD, BC, obſervant que dans ce dernier cas

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}$$

eſt l'expreſſion de la difference des 2 triangles ABK, KCD. Et quoiqu'on ne cherche que le *Maximum* & le *Minimum* des Trapezes, comme leur expreſſion repreſente encore toutes les figures qui peuvent être compriſes par les 3 côtés AD, DC, CB, & une baſe variable, obſervant que les angles ABC, BAD, ſoient toujours égaux, on doit trouver non-ſeulement le *Maximum* & le *Minimum* des Trapezes, mais encore le *Maximum* & le *Minimum*, ſi elles en ont, de toutes les figures qui peuvent être compriſes par ces 4 lignes avec cette condition.

Le calcul ne répond donc pas ſeulement à la queſtion que nous lui faiſions, mais il nous apprend encore qu'elle a un ſens plus étendu que nous ne penſions, & répond à tout.

* Fig. 2. & 3.

Il y aura toûjours deux *Minimums* dans cette queſtion, l'un pour les Trapezes lorſqu'on fera

$$x = a + 2b,$$

l'autre pour les doubles triangles lorſqu'on fera

$$x = a - 2b.$$

Il y aura toûjours un *Maximum* pour les Trapezes, & ce ſera celui dont la baſe ſera

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

Mais il n'y aura pas toûjours de *Maximum* pour les doubles triangles. Pour diſtinguer les cas où il y en aura, & ceux où il n'y en aura pas, Il faut ſubſtituer la deuxieme valeur de x

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

Dans l'expreſſion generale

$$\frac{\overline{a+x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}.$$

Elle deviendra

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \tfrac{1}{2}aa - a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}.$$

Lors donc que $2bb$ ſera plus petit que

$\frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$,

l'expreſſion

$$\frac{\overline{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}}{4} \times \sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}$$

ſera imaginaire, & il n'y aura point de *Maximum* pour les doubles triangles.

Mais lorſque $2bb$ ſera plus grand que

$\frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$,

l'expreſſion

$$\frac{\overline{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}}{4} \times \sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}$$

ſera réelle, & les doubles triangles auront leur *Maximum* & leur *Minimum* comme les Trapezes.

C'eſt donc du rapport qu'auront entr'eux a & b que dépendra le *Maximum* des doubles triangles, & pour ſavoir quel doit être ce rapport, je fais

$$2bb = \tfrac{1}{2}aa + a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$

ôtant les incommenſurables, il vient

$$4b^4 - 2aabb + \tfrac{1}{4}a^4 = \tfrac{1}{4}a^4 + 2aabb$$

ou

$$4b^4 - 4aabb = 0$$

$$bb = aa$$

$$b = \pm a.$$

Lors donc que $b < a$ l'expreſſion

$$\frac{a + \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \tfrac{1}{2}aa - a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}$$

eſt imaginaire, & il n'y a point de *Maximum* parmi les doubles triangles. La figure depuis le plus grand Trapeze décroît continuellement, ſoit que les côtés AD, BC s'ouvrent, ſoit qu'ils ſe croiſent.

Lorſque $b = a$,

l'exl'expression

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{} \text{ \&c.}$$

devient zero, & il n'y a point encore de *Maximum* parmi les doubles Triangles.

La premiere valeur de x qui donne le plus grand Trapeze

$$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}.$$

devient

$$x = 2a.$$

la valeur de x qui donne le plus petit Trapeze

$$x = a + 2b$$

devient

$$x = 3a.$$

& la valeur de x qui donne le plus petit double triangle

$$x = a - 2b$$

devient

$$x = -a.$$

Mais lorsque $b > a$,
l'expression

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{} \text{ \&c.}$$

est toûjours réelle. Et il se trouve parmi les doubles triangles, comme parmi les Trapezes, un *Maximum* & un *Minimum*.

La figure depuis le plus grand Trapeze décroît, les côtés se rapprochant; elle décroît encore les côtés se croisant jusqu'à un certain point, après lequel elle recommence à croître pour faire le plus grand double triangle, après lequel elle recommence encore à dé-

décroître jusqu'au plus petit double triangle; qui est le double triangle écrasé, dont la base est

$$x = a - 2b.$$

Cette grandeur

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb-aa+2ax-xx},$$

augmente & diminue 2 fois dans son cours, & est l'expression generale, * non seulement des Trapezes, mais encore d'une suite de figures qui sont tantôt Trapezes, rectangles, triangles, doubles triangles, & enfin qui ont pour bornes la ligne droite des deux côtés.

L'on peut observer le cours de cette grandeur changeante dans la courbe, dont elle va devenir l'équation, en la faisant égale à une ordonnée, c'est-à-dire, faisant

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb-aa+2ax-xx} = y.$$

† Si l'on décrit la Courbe que represente cette Equation, l'on verra qu'elle a deux branches égales; l'une representée par

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb-aa+2ax-xx} = y,$$

l'autre branche par

$$-\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb-aa+2ax-xx} = y.$$

Et lorsqu'on aura chassé les incommensurables, l'on trouvera

$$\left.\begin{matrix} -x^4 + 2aaxx + 8abbx - a^4 \\ + 4bbxx \qquad\qquad + 4aabb \end{matrix}\right\} = 16yy$$

qui

* Fig. 2. 3. 4. 5. † Fig. 6.

qui eſt l'Equation de la Courbe entiere $bmCMBNCnb$, l'origine des x étant en A.

Il eſt évident par la ſeule vûe de l'Equation, qu'à chaque point de l'axe l'ordonnée poſitive eſt toûjours égale à l'ordonnée negative.

Mais revenons au ſeul rameau $bmCMB$, qui eſt celui qui appartient à notre Probleme, l'on verra qu'après avoir donné du côté poſitif de l'axe, ſa plus grande ordonnée en M & ſa moindre en B qui répondent au plus grand & au plus petit Trapeze, il vient couper l'axe en C pour donner du côté negatif une plus grande ordonnée en m & une moindre en b, qui répondent au plus grand & au plus petit double triangle.

Chaque rameau coupe l'axe en trois points, au point B, lorſque........... $x = AB = a + 2b$, au point b, lorſque........... $x = Ab = a - 2b$, & enfin au point C, lorſque $x = AC = -a$.

Car ſubſtituant cette valeur de $-a$ dans l'Equation entiere de la Courbe, à la place de x, l'on trouve pour

$$\left.\begin{matrix} -x^4 + 2aaxx + 8abbx - a^4 \\ + 4bbxx \qquad\qquad + 4aabb \end{matrix}\right\} = 16yy.$$

$$\left.\begin{matrix} -a^4 + 2a^4 - 8abba - a^4 \\ + 4bbaa \qquad + 4aabb \end{matrix}\right\} = 16yy$$

Et $y = \pm 0$.

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx au point C, c'eſt-à-dire, l'angle que fait la Courbe avec ſon axe en ce point, il faut ſubſtituer dans la fraction qui exprime ce rapport pour tous les points de la Courbe, ou de la ſeule branche $bmCMB$, $-a$ à la place de x. Cette fraction qui eſt

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}}=\frac{dy}{dx}$$

ſe changera en celle-ci,

$$\frac{2bb-aa-aa}{2\sqrt{4bb-aa-2aa-aa}},=\frac{bb-aa}{\sqrt{4bb-4aa}},=\frac{bb-aa}{2\sqrt{bb-aa}}.$$

Et diviſant par le commun diviſeur $\sqrt{bb-aa}$, il vient $\frac{1}{2}\sqrt{bb-aa}=\frac{dy}{dx}$.

Si l'on ſubſtitue $a+2b$ à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}}=\frac{dy}{dx},$$

elle ſe changera en

$$\frac{2bb+aa+2ab-aa-4ab-4bb}{2\sqrt{4bb-aa+2aa+4ab-aa-4ab-4bb}}=\frac{-2bb-2ab}{2\sqrt{0}}=\frac{dy}{dx}.$$

Ce

Ce qui apprend que le petit côté de la Courbe eſt perpendiculaire à l'axe au point B.

Si l'on ſubſtitue $a - 2b$ à la place de x, la fraction ſe changera en

$$\frac{2bb + aa - 2ab - aa + 4ab - 4bb}{2\sqrt{4bb - aa + 2aa - 4ab - aa + 4ab - 4bb}} = \frac{-2bb + 2ab}{2\sqrt{0}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend que le petit côté de la Courbe eſt encore perpendiculaire à l'axe au point b.

Si l'on ſubſtitue $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb + ax - xx}{2\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx},$$

elle deviendra

$$\frac{2bb + \frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - 2bb}{2\sqrt{4bb - aa + aa + 2a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa - 2bb} - \frac{1}{4}aa - 2bb}} =$$

$$\frac{0}{2\sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce

Ce qui apprend qu'au point M, à l'endroit du *Maximum* des Trapezes, le petit côté de la Courbe eſt parallele à l'axe.

Si l'ou ſubſtitue $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ à la place de x, dans la fraction, elle deviendra

$$\frac{2bb + \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - 2bb}{2\sqrt{4bb - aa + aa - 2a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - 2bb}} =$$

$$\frac{0}{2\sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}} = \frac{dy}{dx}$$

D'où l'on voit qu'au point m, à l'endroit du *Maximum* des doubles Triangles, le petit côté de la Courbe eſt encore parallele à l'axe.

Lorſque $a = b$,

l'Equation

$$y = \frac{a + x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

de-

devient

$$y = \frac{a+x}{4}\sqrt{3aa+2ax-xx}.$$

Et les quatre valeurs de x, qui donnent les *Maximums* & les *Minimums*,

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} \\ x = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} \\ x = a + 2b \\ x = a - 2b \end{array}\right\} \text{deviennent} \left\{\begin{array}{l} x = 2a \\ x = -a \\ x = 3a \\ x = -a \end{array}\right.$$

* La portion bmC du rameau $bmCMB$ s'anéantit, le point b tombe ſur le point C, & le rameau ſe change en bMB, qui avec l'autre rameau bNB, qui lui eſt toûjours égal, & ſemblable, forme la Courbe entiere $bMBNb$.

La fraction

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}} = \frac{dy}{dx},$$

ſe change en

$$\frac{2aa+ax-xx}{2\sqrt{3aa+2ax-xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx, au point C, il faut ſubſtituer $-a$ à la place de x dans cette fraction; ce qui la change en

$$\frac{2aa-aa-aa}{2\sqrt{3aa-2aa-aa}} = \frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}.$$

L'on voit par-là, ſuivant † les excellentes remar-

* Fig. 7.
† *Voyez les Memoires* 1716. & 1723.

remarques qu'a données M. Saurin ſur cette matiere, que le numerateur & le dénominateur ont un diviſeur commun.

En effet,

$$\frac{2aa+ax-xx}{2\sqrt{3aa+2ax-xx}} = \frac{\sqrt{a+x}\times\sqrt{a+x}\times\overline{2a-x}}{2\times\sqrt{a+x}\times\sqrt{3a-x}} = \frac{dy}{dx}.$$

Diviſant donc le numerateur & le denominateur par $\sqrt{a+x}$, il vient

$$\frac{\sqrt{a+x}\times\overline{2a-x}}{2\sqrt{3a-x}} = \frac{dy}{dx}.$$

Et ſubſtituant alors $-a$ à la place de x, l'on trouve

$$\frac{\sqrt{a-a}\times\overline{2a+a}}{2\sqrt{4a}} = \frac{0}{2\sqrt{4a}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend qu'au point C, le petit côté de la Courbe eſt couché ſur l'axe.

L'on trouvera, comme ci-deſſus, qu'il eſt parallele à l'axe au point M, & perpendiculaire au point B.

MAis ſi l'on fait $a=0$, l'expreſſion des Trapezes

$$\frac{a+x}{4}\times\sqrt{4bb-aa+2ax-xx},$$

deviendra l'expreſſion de tous les triangles iſoceles poſſibles,

$$\frac{x}{4}\times\sqrt{4bb-xx}=y.$$

Les

Les quatre valeurs de x

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} \\ x = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} \\ x = a + 2b \\ x = a - 2b \end{array}\right\} \text{deviennent} \left\{\begin{array}{l} x = \sqrt{2bb} \\ x = -\sqrt{2bb} \\ x = 2b \\ x = -3b \end{array}\right.$$

La 1ere. donne le *Maximum* des Triangles.

La 2e. donne encore le *Maximum* des Triangles, mais après que les jambes se sont croisées.

La 3e. donne le *Minimum* des Triangles, c'est-à-dire, le Triangle écrasé, les jambes ouvertes.

La 4e. donne l'autre *Minimum* des Triangle écrasé, les jambes croisées.

*Il est évident que les deux *Maximums* sont égaux, aussi-bien que les deux *Minimums*, que le point A origine des x, tombe sur le point C, & que la portion negative bmC du rameau est semblable & égale à la portion positive CMB; Et les deux rameaux ensemble forment la Courbe entiere $bmCMBNCnb$.

La fraction

$$\frac{2bb + ax - xx}{2\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

se change en

$$\frac{2bb - xx}{2\sqrt{4bb - xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx au point C, lorsque $x = 0$, il faut substituer o à la place de x daus la fraction

$$\frac{2bb - xx}{2\sqrt{4bb - xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

* Fig. 8.

Elle devient

$$\frac{2bb}{2\sqrt{4bb}} = \frac{b}{2} = \frac{dy}{dx}.$$

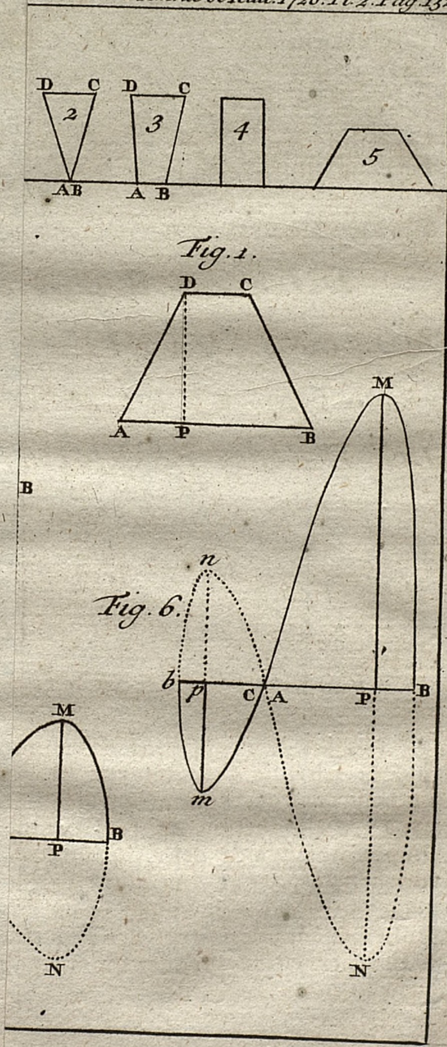
Ce qui détermine l'angle ſous lequel la Courbe coupe ſon axe au point C.

DIFFERENS MOYENS D'ENFLAMMER, NON-SEULEMENT LES HUILES ESSENTIELLES, MAIS MEME LES BAUMES NATUELS, PAR LES ESPRITS ACIDES.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

ENTRE les différens Phenomenes que la Chymie a découverts de nos jours, on peut regarder comme un des plus ſurprenans, la production de la Flamme, par le ſimple mêlange de deux liqueurs, froides au toucher, telles que ſont d'une part les Eſprits acides tirés des Mineraux, & de l'autre, les Huiles eſſentielles tirées des Plantes.

Becher eſt le premier qui ait publié dans ſa


D C
2
A B
D C
3
A B
4
5
Fig. 1.
D C
A P B
M
B
n
Fig. 6.
b p C A P B
M
m
B
P
N
N

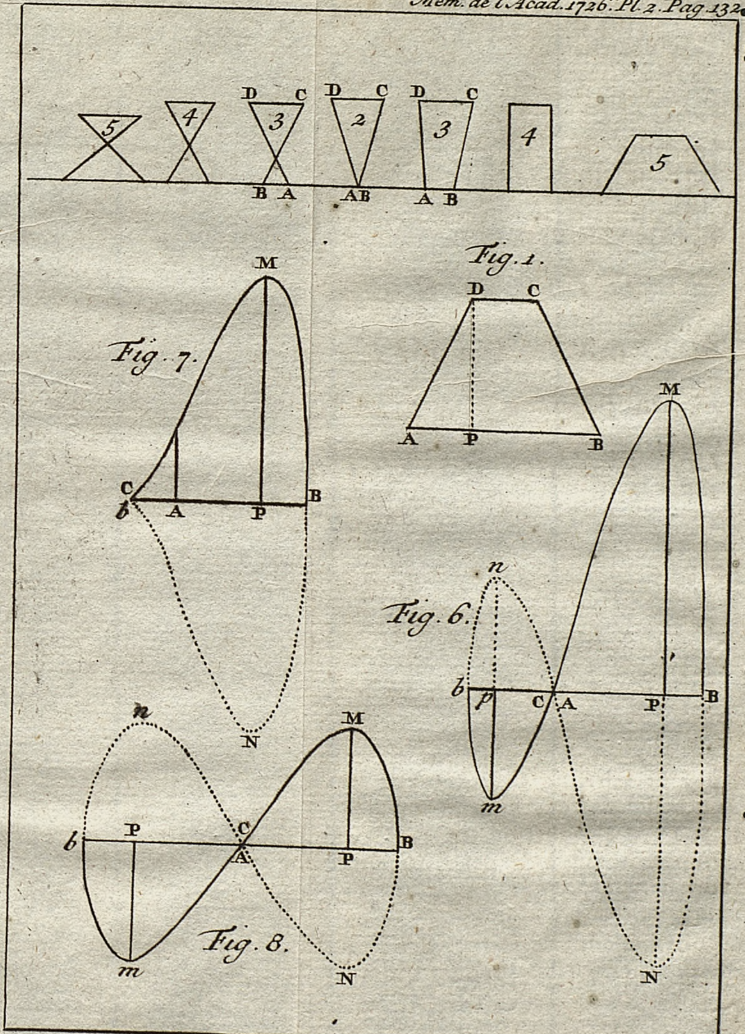


Fig. 1.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

sa Physique souterraine, que le mêlange de l'Huile de Vitriol, qui est une liqueur acide très puissante, avec l'Huile de Terebenthine, liqueur sulphureuse, produit une chaleur violente, & même de la flamme. Les Chymistes ont tenté plusieurs fois de repeter cette experience, mais toûjours inutilement. Borrichius, dont le procedé est rapporté dans les Actes de Copenhague, année 1671, observation 71e, s'explique d'une maniere plus précise: Il dit que si l'on mêle dans un vaisseau de verre quatre onces d'Huile de Terebenthine fraîchement tirée, avec six onces de bonne Eau forte nouvelle, & qu'on agite ce mêlange, en tenant le vaisseau couvert, lorsqu'on le découvre au bout d'une demi-heure, la flamme s'en éleve avec des tourbillons de fumée: il ajoûte cependant, que pour la réussite de l'experience, il faut que les esprits soient très recens, & que le vaisseau soit exposé à la plus grande chaleur du Soleil.

D'autres Chymistes celebres ayant aussi tenté cette operation, en suivant le procedé de Borrichius, n'en ont pas été plus satisfaits que de celle de Beccher; desorte que dans la suite on n'a parlé de ces deux experiences que comme d'operations douteuses, dont les auteurs avoient voulu faire un mystere, n'en étant pas eux-mêmes trop assurés.

Il y a de certains faits qu'on neglige comme frivoles, il y en a d'autres qu'on abandonne par dépit, jusqu'à ce que de nouvelles meditations, & bien souvent le hazard seul, remettent l'Artiste sur la voye, & le ramenent à ce point de précision necessaire

F 7 pour

pour réussir. A force d'essais variés, on est parvenu cependant à enflammer les Huiles essentielles avec de fort Esprit de Nitre; principalement celles qui sont tirées des Plantes aromatiques étrangeres, parce qu'elles sont plus denses & plus pesantes que celles qu'on tire de nos Plantes d'Europe.

Dès l'année 1698, comme on le voit dans l'Histoire Latine de l'Academie, deuxieme Edition, M. de Tournefort qui n'avoit pû réussir en tentant l'operation de Borrichius, trouva qu'en mêlant de l'Huile de bois de Sassafras bien rectifiée, & de l'Esprit de Nitre bien déflegmé, à parties égales, il en sortoit une fumée accompagée d'une flamme rouge. Il essaya de produire ce Phenomene par le mêlange de cet Esprit de Nitre avec différentes Huiles essentielles, & même avec de l'Huile de Gerofle, mais le succès n'en fut pas heureux. M. Homberg y parvint cependant dans la suite; & l'on voit dans les Memoires de l'Academie, année 1702, que cette experience réussissoit avec les Huiles essentielles des Plantes aromatiques des Indes.

Dans le Cours public de Chymie que M. de Rouviere fit au Jardin des Apothiquaires en 1706, en travaillant dans les mêmes vûes, il découvrit le moyen de faire cette belle experience, où non seulement l'Esprit de Nitre enflamme l'Huile fetide de Gayac, mais fait naître encore du milieu des flammes un corps rare & spongieux qui s'éleve environ deux pieds au-dessus du vaisseau.

Tou-

Toutes ces experiences, quoi-que très belles, ne remplissoient pas l'idée de Borrichius, puisqu'on n'enflammoit pas l'Huile de Terebenthine avec les esprits acides. Il s'agissoit pour cela de preparer une Eau forte très deflegmée.

J'étois déja parvenu à faire un Esprit de Nitre avec quatre parties d'Argile sur une de Salpêtre, qui étoit tellement dépouillé de son flegme, qu'il allumoit l'Huile du bois de Sassafras & celle du Gerofle.

Pour produire cet effet, il falloit que l'Argile que j'employois fût entierement desséchée, aussi-bien que le Nitre, & qu'étant mêlés ensemble encore chauds, on en chargeât promptement les cornues. Avec toutes ces précautions, il falloit encore séparer une partie du premier esprit sortant, parce qu'il contient encore du flegme, & ne prendre que l'esprit qui le suit. C'est cet esprit seul, d'ailleurs trop fort pour quelques dissolutions métalliques, qui peut allumer les Huiles essentielles.

Pour avoir un esprit acide plus puissant encore, j'essayai de tirer une Eau forte par une voye propre à la rendre plus déflegmée: je pris du Vitriol calciné à rougeur, pulverisé & encore chaud, que je mêlai avec partie égale de Nitre, en poudre & bien sec: ces deux Sels me donnerent une Eau forte qui distille promptement, & qui ne manque pas d'enflammer les Huiles essentielles dont j'ai parlé, mais elle est trop forte aussi pour faire la dissolution des métaux.

Com-

Comme cette operation est embarrassante à cause que les vapeurs qui s'élevent dans le mêlange des deux Sels, incommodent fort l'Artiste, je pris de l'Huile de Vitriol concentrée, dans laquelle je jettai du Nitre en poudre; puis échauffant vivement ce mêlange, j'eus sans distillation une espece d'Eau forte, à la verité moins active, mais qui versée sur l'Huile de Gayac, l'enflammoit comme dans l'experience que j'ai rapportée.

Cette operation, toute facile qu'elle est, ne pouvoit encore me satisfaire; cependant elle me fit naître l'idée de faire par la distillation une Eau forte, avec l'Huile de Vitriol & le Salpêtre bien desséché, à la maniere dont on tire l'Esprit de Sel de Glauber.

Je pris donc trois livres de Nitre ou Salpêtre rafiné, bien sec & reduit en poudre très fine; je versai dessus une livre d'Huile de Vitriol: ce mêlange étant fait dans une cornue, m'a fourni par la distillation au feu de reverbere, 12 onces 7 gros d'un esprit très rouge & très fumant, qu'on a peine à contenir dans la bouteille, quoiqu'on la bouche bien exactement d'un bouchon de verre. Cet esprit enflamme bien toutes les Huiles essentielles qu'on tire des Plantes aromatiques des Indes, mais il ne produit pas le même effet sur l'Huile de Terebenthine.

J'avois reconnu d'un autre côté, par plusieurs tentatives, que l'Huile de Vitriol, même la plus concentrée, ne pouvoit seule faire réussir l'experience de Borrichius, parce qu'en toutes ces experiences, l'Acide du Nitre paroît être le principal agent, lorsqu'il s'agit de produire de de la flamme & de l'explosion, par le mêlange d'un esprit acide avec des matieres sulfureuses. Je crûs donc que l'union de cette Huile, avec l'esprit fumant que je viens de décrire, rempliroit enfin mon attente.

En effet, ayant mis dans un verre une once d'Huile de Vitriol concentrée, avec autant de cet Esprit de Nitre fumant, & versant par-dessus un pareil volume d'Huile de Terebenthine, j'eus la satisfaction de voir la matiere s'embraser tout à coup avec explosion, & produire une très belle flamme, qui est accompagnée en s'élevant d'un tourbillon de fumée très épaisse; ce n'est point un feu passager, il dure quelque tems, il consume tout le mêlange qui est dans le verre, & il ne laisse en s'éteignant qu'une petite quantité d'une espece de charbon noir fort leger.

Ayant ainsi réussi à enflammer l'Huile de Terebenthine, je crûs qu'il falloit simplifier mon operation, en me délivrant de l'embarras d'avoir deux liqueurs acides à mêler pour le succès de l'experience: il me fut aisé de juger, que puisque j'étois obligé d'ajoûter de l'Huile de Vitriol à mon esprit de Nitre fumant, il n'en entroit pas assés dans sa composition, eû égard à la quantité de Nitre que j'avois employé, & qu'ainsi il falloit changer la proportion que j'avois observée d'abord: au lieu donc de trois livres de Nitre, je n'en pris que deux, avec une livre d'Huile de Vitriol ordinaire, mais de la plus forte, & dont je m'assurai par des essais que j'exposerai dans la suite de ce Memoire. Je tirai de ce mêlange, par la distillation, une eau forte capable d'enflammer l'Hui-

le

le de Terebenthine ſans autre ſecours. C'eſt ainſi que j'ai executé cette experience l'année derniere, en preſence de pluſieurs perſonnes de conſideration, parmi leſquelles il y en avoit de l'Academie.

Voilà où j'étois arrivé par mes propres recherches, lorſqu'il me tomba entre les mains un Recueil d'Obſervations Chymiques, intitulé : *Frederici Hofmanni Obſervationum Phyſico-Chymicarum Selectiorum libri tres*, imprimé à Hall en 1722. Cet Auteur y donne une préparation d'Eſprit de Nitre, avec lequel il enflamme, non ſeulement les Huiles eſſentielles qui nous viennent d'Aſie, mais même l'Huile de Terebenthine. Il décrit ſa préparation en ces termes:

„ Je prends demi-livre du meilleur Nitre purifié, tel qu'il nous vient de Moſcovie, parce qu'il eſt entierement débaraſſé des impuretés du Sel commun, & autant d'Huile de Vitriol très rectifiée; je mets le tout enſemble dans une cornue de verre que je fais diſtiller à un feu de ſable très lent, & j'en tire en peu d'heures un eſprit ſulfureux très volatile.

Il prend une once de cet eſprit fumeux & autant d'eſprir de Terebentihne, qu'il mêle dans un grand verre, d'une ouverture & d'une ſurface fort large, à qui il donne le nom de *Sucrier* ; & après avoir bien agité ce mélange, il s'en éleve, dit-il, une flamme très claire, accompagnée d'un peu de fumée. Il obſerve que le feu ne prend pas ſi vîte à l'Huile de Terebenthine, qu'il prend à l'Huile de Gerofle, mais que cela n'arrive qu'au bout de quelque

que tems: il demande une forte agitation du mêlange, pour en faire sortir une flamme, qui est, ajoûte-t-il, si vive, qu'elle menace d'incendie.

Nos procedés sont bien différens. De quelque maniere que j'aye executé cette operation, soit par le mêlange de l'Esprit de Nitre & de l'Huile de Vitriol, soit par l'Esprit de Nitre seul, preparé avec une plus grande proportion d'Huile de Vitriol, ce feu a toûjours pris sur le champ à l'Huile de Terebenthine, & même si subitement, qu'on n'a presque pas le loisir de verser cette Huile sur les esprits acides.

Sa préparation de l'Esprit de Nitre n'est pas non plus conforme à la mienne. Il prend pour la faire, partie égale de Salpêtre & d'Huile de Vitriol très rectifiée, savoir demi-livre de l'un & demi-livre de l'autre.

Je ne me sers pour la mienne, que de l'Huile de Vitriol simple, à la verité du meilleur choix; & au lieu de partie égale, j'y joins le double de Salpêtre bien sec: je fais ma distillation dans une cornue de terre, au feu de reverbere, poussé par degrés à la maniere ordinaire, & l'Esprit qui en vient, produit toûjours sur le champ, avec l'Huile de Terebenthine, ce grand effet dont parle M. Hofman. De plus, je fais mes experiences dans un verre étroit par en bas, où celles de M. Hofman ne peuvent réussir, il lui faut un grand vaisseau large de base, où le mêlange se puisse agiter commodément.

Il est vrai qu'en prenant des bouteilles de verre, dont on se sert pour mettre des fruits confits

fits à l'Eau de Vie, & qui ont un pied de haut, ſur un peu plus de trois pouces de diametre, j'ai trouvé que la flamme ſe developpoit davantage, parce que la matiere a plus de tems pour s'embraſer, ce qui rend l'operation plus brillante.

Comme rien n'eſt plus délicat, & plus ſujet à caution que les operations de Chymie, ſurtout quand elles ſont ſingulieres & peu connues, il eſt toûjours à propos de vérifier ce que les Auteurs avancent de nouveau. Ce n'eſt que par cette exactitude que la Chymie eſt devenue un Art certain, & qu'on l'a debarraſſée d'une grande quantité d'operations, publiées trop au hazard, ſur le ſuccès d'une premiere réuſſite.

J'ai donc ſuivi le procedé de M. Hofman pour la préparation de ſon eſprit de Nitre fumeux, & j'ai obſervé avec le dernier ſcrupule toutes les circonſtances qu'il a preſcrites. Il m'a parfaitement bien réuſſi : j'en ai retiré d'abord quatre onces deux gros, & en continuant la diſtillation, cinq gros de plus.

Je dois dire, en rendant juſtice à ce celebre Chymiſte, que cette liqueur acide eſt très curieuſe, & qu'elle differe preſque totalement des autres eſprits de Nitre uſitez en Chymie. Celui que j'ai retiré, en ſuivant ſon procedé, eſt veritablement, comme il le dit, d'une très belle couleur citrine, & répand des vapeurs blanches, contre l'ordinaire de tous les eſprits acides qu'on tire du Salpêtre, dont le caractere particulier eſt d'être d'une couleur rouge & de répandre des vapeurs rougeâtres. C'eſt cette couleur

leur des esprits de Nitre ordinaires, que les Chymistes entêtez de la Pierre philosophale ont nommé le sang de la Salamandre, & sur laquelle ils ont debité tant de folies.

Soit que l'Huile de Vitriol dont je me suis servi dans mon operation, fût plus rectifiée que celle qu'employe M. Hofman; soit que mon Nitre fût plus sec & plus purifié; soit enfin que notre Huile de Terebenthine, que j'employe, soit plus propre à l'experience, cet esprit de Nitre l'enflamme tout d'un coup avec explosion; & il n'est pas besoin certainement d'attendre, ni d'agiter le vaisseau pour produire cette violente déflagration, comme le dit M. Hofman en deux endroits de son Livre. C'est un embrasement prodigieux, durable, & tel qu'on ne doit pas l'attendre du simple mêlange de deux liqueurs.

Mais il n'est pas necessaire pour cela d'avoir précisément de l'esprit de Nitre, fait à la maniere de M. Hofman; tout autre esprit de Nitre, qui sera bien déflegmé, pourvû qu'on y joigne dans le verre une portion suffisante d'Huile de Vitriol, enflammera non-seulement l'Huile de Terebenthine, mais même les Huiles essentielles de nos Plantes d'Europe; ce qui n'a pas réussi, ni à M. Hofman, ni à d'autres Chymistes qui l'ont souvent essayé.

J'ai enflammé par ce moyen l'Huile de Genievre, l'Huile de Menthe, l'Huile des Plantes vulneraires distillées, l'Huile de Citron, l'Huile de Fenouil, quelques tenues que soient ces sortes d'Essences, en comparaison de celles que fournissent les Plantes aromatiques des Indes.

Cet-

Cette obſervation me détermineroit volontiers à préférer, pour ces ſortes d'experiences, le mêlange de l'eſprit de Nitre & de l'Huile de Vitriol rectifiée, à tout autre eſprit acide, de quelque façon qu'il ſoit tiré, parce que de cette maniere elles ne manquent point, & que de l'autre, elles ſont ſujettes à manquer, principalement quand l'eſprit de Nitre n'eſt pas bien récent.

Comme ces experiences ne peuvent ſe faire qu'avec beaucoup de dépenſe & d'embarras, il n'eſt pas inutile, pour ſatisfaire la curioſité, de trouver moyen de les executer avec moins de frais.

Selon M. Hofman, il faut toûjours au moins une once de ſon eſprit & autant d'Huile de Terebenthine, pour produire une belle flamme.

Je le fais par ma méthode à une moindre doſe; car avec le poids d'un gros ſeulement de chacun des deux acides & de trois gros d'Huile de Terebenthine, le mêlange s'enflamme parfaitement.

L'Huile eſſentielle de Citron, & celle de Menthe ont pris feu, en y employant les mêmes doſes.

En joignant à demi-once de l'eſprit fumeux de M. Hofman, deux gros d'Huile de Vitriol concentrée, j'ai enflammé l'eſſence de Fenouil au poids de demi-once; ce qui n'avoit pas pû réuſſir avec l'eſprit fumeux tout ſeul.

Pour l'Huile eſſentielle de Genievre, j'ai pris la doſe d'une once de chacun des deux acides, ſur une once de cette Huile, & l'experience a réuſſi.

M.

M. Hofman remarque qu'il a auſſi allumé de l'Huile de Genievre qui lui venoit de Turinge; mais qu'il a reconnu que le feu n'y prenoit que parce qu'elle étoit mêlée d'Huile de Terebenthine. Il n'a pû enflammer de veritable Huile de Genievre qu'il avoit tirée lui-même. Je ſuis en cela plus heureux, puiſque l'Huile de Genievre que j'ai enflammée par ma methode, eſt une Huile de Genievre pure, dont je ſuis ſûr & que j'ai diſtillé moi-même avec ſoin.

Plus les Huiles eſſentielles ſont legeres, comme le ſont celles qu'on tire de nos Plantes d'Europe, plus la doſe des acides doit être forte. C'eſt pourquoi j'ai auſſi employé pour les enflammer la même doſe dont je m'étois ſervi pour l'Huile de Genievre.

Je croyois enflammer l'Huile blanche de Pétrole par ce même procedé, mais je n'ai pû encore y réuſſir, parce que cette ſorte d'Huile minerale étant déja un Bitume parfait & chargé d'acides, elle ne peut plus être aſſez penetrée par ces nouveaux eſprits acides, pour en être enflammée; au lieu que les Huiles eſſentielles des Plantes ne forment de Bitume que dans l'inſtant qu'elles fermentent, & qu'elles s'allument par les acides. L'Huile de Vitriol me paroit en cela d'une très grande utilité pour procurer l'embraſement des eſſences, qui ſont d'elles-mêmes trop tenues; parce qu'en commençant à former un Bitume avec elles, l'eſprit de Nitre a plus de priſe pour les penetrer, & pour les mettre tout à la fois dans un mouvement violent, tel que celui qui doit produire la flamme; au lieu que ſans l'Huile de

yi-

Vitriol, elles se dissiperoient en fumée avec la simple chaleur ordinaire aux fermentations.

Ce ne sont pas seulement les Huiles essentielles des Plantes, tant de l'Europe que de l'Asie, que je rends inflammables par ce procedé; les Baumes naturels le deviennent aussi. Experience à laquelle on n'avoit pas seulement pensé; & pour dire la verité, je ne m'attendois pas trop que le succès en dût être si heureux.

On croiroit avec assés de raison, qu'avant que d'employer ces matieres pour des experiences aussi delicates, il faudroit tout au moins les avoir purifiées de ce qu'elles ont de plus grossier & du flegme trop abondant. (C'est ce qu'on obtient par les distillations & les rectifications qui nous fournissent des Huiles claires & limpides, tant de la Terebenthine que des autres Baumes qu'on traite par cette voye.) Mais j'ai éprouvé que des préparations, d'ailleurs si necessaires pour subtiliser ces matieres sulfureuses, ne l'étoient pas du tout pour les disposer à s'enflammer par les forts esprits acides. J'ai allumé la Terebenthine elle-même, telle qu'elle découle des Arbres & qu'on nous l'apporte, sans autre préparation que de jetter sur une once de cette matiere, quoi qu'assés épaisse, un mêlange d'une once d'esprit de Nitre fumeux & de demi-once d'Huile de Vitriol concentrée. La flamme semble durer plus long-tems que dans les autres experiences, & faire plusieurs explosions à diverses reprises.

Ce n'est pas une proprieté particuliere à la Terebenthine; le Baume de Copaü, dont j'étois

tois bien sûr, parce que je l'avois eû de M. Barere, qui l'avoit recueilli & rapporté lui-même des Isles, m'a réussi aux mêmes doses ; & il a produit une flamme claire & nette avec une forte explosion, accompagnée d'un peu de vapeurs.

J'ai fait la même experience & aux mêmes doses, avec le Baume blanc de la Meque, qui m'a réussi d'une façon toute singuliere : la flamme en est sortie avec tant de vivacité & avec une explosion si forte, qu'elle a fait le même bruit qu'un coup d'arme à feu bien chargée. Il y a apparence que les autres Baumes qui coulent des Arbres par la simple incision, pourvû qu'ils soient legitimes, étant mêlez avec les esprits acides suivant les formules prescrites, doivent produire cette flamme subite, qui fait un spectacle si extraordinaire.

Il est fâcheux que la dépense considerable de ces experiences ne permette pas de les repeter aussi souvent que la curiosité l'exigeroit, on en tireroit des inductions pour tâcher d'expliquer la maniere dont les acides agissent sur les matieres sulfureuses pour produire de la flamme, & la violente raréfaction des mêmes matieres qui cause l'explosion.

Les vapeurs qui sortent de ces differentes déflagrations répandent une odeur aromatique assez forte, mais qui n'a rien de desagréable : au contraire en s'affoiblissant, elle se convertit en une espece de parfum très doux, qui s'étend au loin & qui subsiste long-tems. Celui que laisse la déflagration du Baume de Copaü a beaucoup de douceur & d'agrément. L'Huile blanche du Petrole m'a dédommagé par ſon parfum de la flamme qu'elle a manqué de produire avec les eſprits acides : la vapeur qu'elle répand a ſur la fin une odeur d'ambre gris ſi naturelle, auſſi bien que la matiere qui reſte après la fermentation, que tout ce qui y touche eſt parfumé de la même maniere que ſi on y avoit employé le Muſc & l'Ambre. J'ai une plume, parfumée de la ſorte, qui a conſervé long-tems ſon odeur, parce qu'un petit bout preſque imperceptible avoit trempé dans cette matiere.

On voit par tout ce que j'ai rapporté, que le procedé que je tiens, de joindre l'Huile de Vitriol concentrée avec l'eſprit de Nitre bien deflegmé, eſt plus ſûr, plus commode & plus étendu dans la pratique, que celui de s'en tenir à l'eſprit de Nitre fumeux, quelque excellent qu'il ſoit, comme fait M. Hofinan. Nous avons cherché tout les deux à perfectionner ces experiences ; & ſi nous convenons en quelque choſe, il n'eſt pas étonnant que des Artiſtes dont l'un eſt à Hall en Saxe & l'autre à Paris, ſe rencontrent ſans ſe communiquer, puiſqu'ils travaillent ſur le même ſujet.

Au ſurplus, cette maniere d'allumer l'eſprit de Terebenthine, les Huiles eſſentielles des Plantes d'Europe, & même les Baumes naturels par les eſprits acides, m'a paru une operation aſſés curieuſe & aſſés intereſſante en ce genre, pour meriter d'être publiée, en donnant les différens moyens de la faire réuſſir. En effet elle s'étend beaucoup au-delà des deux operations, publiées depuis ſi long-tems par Beccher & par Olaus Borrichius, que l'on regargardoit comme deux problêmes de Chymie des plus difficiles à résoudre.

DE LA POUSSÉE DES TERRES CONTRE LEURS REVESTEMENS, ET LA FORCE DES REVESTEMENS QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

LES ruïnes que j'ai vû arriver à plusieurs revêtemens, faute d'une bonne construction, m'ont engagé à chercher les regles qu'il faut observer dans les épaisseurs & les talus qu'on leur doit donner, pour qu'ils puissent résister à la Poussée des Terres qu'ils ont à soûtenir.

M. Bullet Architecte du Roi & de l'Academie Royale d'Architecture, & après lui M. Gautier Architecte, Ingenieur & Inspecteur des grands-Chemins, Ponts & Chaussées du Royaume, ont entrepris cette recherche avant moi, mais ils ne resolvent point la difficulté ; car outre qu'ils ne considerent point les Revêtemens comme des corps dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & qu'ils ne font aucune attention aux leviers qui ſe trouvent employez, tant dans la Pouſſée des Terres que dans la réſiſtance des Revêtemens, ils ſont encore tombés dans pluſieurs erreurs conſidérables, tant dans le calcul des forces que dans la maniere de conſidérer le talu des Terres.

Autant les erreurs ſont dangereuſes dans des regles de pratique, autant il eſt important de les faire connoître quand on s'en eſt apperçû: c'eſt pourquoi avant de conſidérer quelle eſt la Pouſſée des Terres contre les Revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales, je crois qu'il eſt à propos, à l'occaſion des erreurs de M. Bullet, de déterminer quelle ſeroit la Pouſſée des Terres contre des Revêtemens dont les ſurfaces ſeroient planes & polies, & de donner les épaiſſeurs & les talus qui conviendroient à ces ſortes de Revêtemens; ce qui diviſera ce Memoire en deux parties.

Dans la premiére je ferai voir quel eſt le talu naturel des Terres, quelle eſt leur Pouſſée contre les Revêtemens dont les ſurfaces ſont planes & polies, & quelles ſont les épaiſſeurs & les fruits qu'il faut donner à ces Revêtemens.

Dans la ſeconde, je déterminerai quelle eſt la Pouſſée des Terres contre les Revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes, & j'y donnerai non ſeulement les baſes & les fruits des Revêtemens qui doivent ſoûtenir la Pouſſée des Terres, mais encore les baſes & les fruits de ceux qui doivent ſoûtenir la Pouſſée des Terres avec celle des efforts accidentels quelconques.

PRE-

PREMIERE PARTIE.

De la Poussée des Terres contre les Revêtemens, dont les surfaces sont planes & polies, & de la force des Revêtemens qu'on leur doit opposer.

COmme les Terres différentes demandent différens talus, je prendrai pour exemple celles qui demandent le plus grand, c'est-à-dire, celles dont les parties sont les plus roulantes & détachées les unes des autres, comme seroient des grains de Sable ou des Boulets de Canon, & je supposerai que toutes ces parties sont égales entr'elles & parfaitement rondes: c'est de cette maniere que M. Bullet a regardé les parties de la Terre, & c'est de tout ce qu'il dit, la seule chose qu'on lui puisse accorder.

Il dit, *pag.* 171 *de son Architecture Pratique imprimée à Paris en* 1691, que des petits cailloux tous ronds arrangés dans leur situation naturelle, auront un talu qui formera avec leur base de niveau, un angle de 60.° Mais ayant reconnu par l'experience, que les Sables prennent une pente ou talu plus incliné, il suppose pour tenir sur cela le chemin le plus sûr, qu'ils prennent un talu de 45.° *comme l'on voit*, *fig.* 2. Ainsi il examine quel soûtien *ABE* il faut pour arrêter la Poussée du Triangle isocele & rectangle *ACB*. Mais comment le fait-il?

Il est démontré, dit-il, page 172, *dans les prin-*

principes de la Statique, qu'un plan étant incliné * *comme* CB, *qui peut être une table ou un autre corps uni ſur lequel on veut faire tenir une boule, comme* D, *il faut pour tenir cette boule ſur le corps incliné, une force ou puiſſance qui ſoit au poids de la boule comme la hauteur* BA *eſt au plan incliné* CB, *ou comme le côté eſt à la diagonale d'un quarré, &c.* Voilà la Doctrine de M. Bullet ſur les talus & ſur la Pouſſée des Terres, laquelle ſe reduit à ces trois articles.

1°. Que les boules s'arrangent comme dans la figure premiere, & prennent un talu qui forme avec l'horizon un angle de 60.°

† 2°. Que la Pouſſée des Terres eſt à leur peſanteur, comme la hauteur *AB* du plan incliné, eſt à ſa longueur *BC*.

3°. Que les talus des Terres peuvent être regardés comme des plans inclinés, ſur leſquels il faut ſoûtenir les Terres qui veulent ébouler.

Or ces trois articles ſont abſolument faux, car

1°. Il n'eſt pas vrai que les Boulets prendront un talu de 60.° comme nous le ferons voir dans le Corollaire ſecond du Theoreme premier.

2°. La propoſition de Statique qu'il avance, n'eſt vraye que quand ‡ le poids *D* eſt ſoûtenu par une puiſſance *F*, qui agit parallelement au plan incliné *BC*, & elle eſt fauſſe lorſque le corps *D* eſt ſoûtenu par un Revêtement plan *ABE*, qui agit toûjours horizontalement contre la boule *D*, comme nous

* Fig. 2. † Fig. 2. ‡ Fig. 3.

nous le ferons voir dans le Corollaire du Theoreme second.

3°. Quand même la proposition de Statique qu'il avance, auroit lieu dans la Poussée des Terres, il n'est pas vrai qu'on puisse regarder le talu *CB* comme un plan incliné sur lequel il faut soûtenir une boule *D*, ainsi que nous le ferons voir dans le Theoreme troisieme.

LEMME.

* Quand un corps *A* est poussé par deux forces exprimées par les côtés *AB*, *AC* d'un parallélogramme, il parcourt la diagonale *AD* du parallélogramme dont les deux forces lui auroient fait parcourir ces mêmes côtés *AB*, *AC*; & reciproquement quand un corps *A* parcourt, ou fait effort pour parcourir la diagonale *AD* d'un parallélogramme *ACDB*, il est poussé suivant cette diagonale, comme il le feroit par deux forces capables de lui faire parcourir les deux côtés *AB*, *AC* du parallélogramme dont il parcourt la diagonale: comme il n'y a aucune méchanique qui ne démontre ce Lemme, je me contenterai de l'énoncer sans en rapporter la démonstration.

THEOREME I.

† *Si l'on arrange des boulets les uns sur les autres, ensorte qu'ils se soûtiennent sans Revêtement.*

1°. *Ils*

* Fig. 4. † Fig. 9.

1°. *Ils auront un talu dont l'inclinaison sera égale à l'inclinaison des faces d'un Tetraëdre sur sa base.*

2°. *La hauteur* AI *de ce talu* AK *sera à son fruit ou à la longueur de sa base* IK, *comme* $\sqrt{8}$ *est à* 1.

DEMONSTRATION.

PART. I. Il est évident que chaque boulet sera toûjours appuyé sur trois autres boulets.

Et comme les boulets sont égaux, ils formeront un Tetraëdre à qui l'on peut donner pour faces les quatre triangles équilateraux *ABC*, *ACD*, *ADB*, *BCD*, qui joignent les centres *A*, *B*, *C*, *D* des quatre boulets pris trois à trois.

Or quelque nombre de boulets qu'on prenne, l'on aura toûjours un Tetraëdre semblable au premier *ABCD*. Donc si l'on arrange des boulets les uns sur les autres, ensorte qu'ils se soûtiennent sans revêtement, ils auront un talu *AK* dont l'inclinaison *AKD* sera égale à l'inclinaison des faces d'un Tetraëdre sur sa base *BCD*. *Ce qu'il falloit* 1.° *démontrer.*

PART. II. *La hauteur* AI *du talu* AK *est à son fruit ou à sa base* IK, *comme* $\sqrt{8}$ *est à* 1.

CAr puisque le Tetraëdre est regulier, si l'on abaisse la perpendiculaire *AI*, menée de son sommet *A* sur sa base *BCD*, elle tombera sur le milieu de cette base, & en même tems

tems sur son centre de gravité en I, ensorte que l'on aura $IK = \frac{1}{3} KD$, & partant $ID = \frac{2}{3} KD$; mais $KD = AK$, parce que les faces du Tetraëdre sont égales. Donc $KI = \frac{1}{3} AK$, & $ID = \frac{2}{3} AK$. C'est pourquoi en supposant $KI = 1$, l'on aura $AK = 3$; & la perpendiculaire AI du triangle rectangle AIK, sera $= \sqrt{AK^2 - KI^2} = \sqrt{9-1} = \sqrt{8}$. On aura aussi $ID = 2$.

Mais $AI = \sqrt{8}$ est la hauteur du Tetraëdre, & $KI = 1$ est la base ou le fruit de son talu. Donc la hauteur AI du talu AK du Tetraëdre, est à sa base KI, comme $\sqrt{8}$ est à 1. Et par conséquent la hauteur des Terres qui se soûtiennent sans revêtement, est à leur base ou fruit, comme la racine de 8 est à l'unité. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc si la hauteur des Terres est pour exemple de 18 pieds, l'on aura la base de leur talu naturel en faisant cette analogie $\sqrt{8} : 1 : : 18 :$ à un quatrieme terme qui donnera la base du talu que prendra cette hauteur de 18 pieds; & ce fruit, où cette base se trouvera de $\frac{18 \text{ pied}}{\sqrt{8}}$. L'on voit donc que pour avoir le fruit naturel des Boulets ou des Terres dont je regarde chacune des parties qui les composent, comme autant de petits grains semblables à des petits Boulets tous égaux entr'eux, il n'y a qu'à divifer leur hauteur quelconque par $\sqrt{8}$, & le quotient donnera leur fruit demandé.

COROLLAIRE II.

* Donc le talu des Boulets ne fera pas, comme le dit M. Bullet, avec l'horizon, un angle de 60 degrés. Car pour qu'un plan *AB*, (*figure* 1,) faffe avec l'horizon un angle *ABC* de 60 degrés, il faut pour cela que fa bafe *BC* foit égale à la moitié de fa longueur *AB*, parce que dans tout triangle équilateral, comme *ABD*, où les angles font de 60. °, l'on a $BC = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} BA$.

† Mais nous avons trouvé, (*figure* 5,) que la bafe *KI* du talu *AK*, n'eft que de $\frac{1}{3}$ *AK*. Donc l'angle *AKI* que cette face *ABC* du Tetraëdre fait avec l'horizon *KI*, n'eft pas de 60 degrés, comme M. Bullet le prétend, mais confidérablement plus grand, puifque pour qu'il fût de 60 degrés, il faudroit que KI fût $= \frac{1}{2} AK$, au lieu qu'il n'en eft que le tiers, fuivant la feconde partie du Theoreme premier.

THEOREME II.

‡ *Si l'on retient un corps* D *fur un plan incliné* BC, *par un revêtement vertical* AB, (figure 6,) *je dis que la pefanteur du corps* D *fera à l'effort qu'il fera contre le revêtement, comme la bafe* QB

* Fig. 1. † Fig. 5. ‡ Fig. 6.

QB *du plan est à sa hauteur* BA, *& non pas comme la longueur* CB *dudit plan incliné est à la hauteur* BA *ou son égale* CQ, *comme le prétend M. Bullet.*

DEMONSTRATION.

Si du centre de gravité D du corps à soûtenir, l'on abaisse la verticale DG, comme aussi les perpendiculaires DF sur AB, & DH sur CB; & qu'autour d'une portion DG de la verticale prise pour diagonale on acheve le parallélogramme $DHGF$; pour-lors la pesanteur du corps D étant exprimée par DG, l'effort qu'il fera contre le revêtement AB sera exprimé par DF, puisque suivant le Lemme ci-dessus le corps D étant poussé par sa pesanteur suivant la diagonale DG du parallélogramme, l'on peut transformer sa pesanteur en deux autres forces, qui le pousseront, l'une suivant DF, & l'autre suivant DH, lesquelles seront à sa pesanteur, comme DF & DH sont à DG. Mais de ces deux forces, d'où resulte la pesanteur du corps D, il n'y a que la force DF qui agisse contre le revêtement AB, puisque l'autre DH est entierement soutenue par le plan incliné CB auquel elle est perpendiculaire: donc la pesanteur du corps D est à l'effort qu'il fait contre le revêtement AB, comme DG est à DF, ou bien comme DG est à GH, ce qui est le même. Mais $DG : GH :: BQ : QC = AB$, à cause des triangles semblables DGH, BQC, ayant chacun un angle droit, l'un en Q & l'au-l'autre en G, & l'angle BCQ égal à l'angle DHG. Comme il eſt aiſé de le voir.

Car HG étant parallele à QB, l'on aura l'angle GHB égal à ſon alterne CBQ. Donc leurs complémens à un droit ſeront auſſi égaux.

Mais l'angle DHG eſt le complément de l'angle GHB, de même que l'angle BCQ eſt le complément de l'angle CBQ. Donc l'angle DHG eſt égal à l'angle BCQ, étant tous deux les complémens à un droit des angles égaux GHB, CBQ. Donc ces Triangles DGH, BQC ſont ſemblables, ce qui donnera cette proportion $DG : GH :: BQ : QC$. C'eſt-à-dire, la peſanteur du corps D exprimée par DG eſt à l'effort DF qu'il fait contre le revêtement vertical AB, comme la baſe BQ du plan incliné eſt à ſa hauteur QC ou ſon égal AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc la pouſſée d'un Boulet retenu ſur un plan incliné par un revêtement, n'eſt pas à ſa peſanteur comme la hauteur AB du plan eſt à ſa longueur BC. Mais bien comme cette même hauteur AB, ou ſon égal CQ du même plan incliné eſt à ſa baſe BQ. *Comme nous le venons de démontrer.*

THEO-

THEOREME III.

* *Les talus des terres sur lesquels il faut soûtenir avec des revêtemens les terres qui veulent ébouler, ne doivent point être regardez comme des plans inclinés, comme le prétend M. Bullet.*

DEMONSTRATION.

Pour mieux faire sentir la verité de cette proposition, arrangeons des Boulets les uns sur les autres comme fait M. Bullet (*fig.* 7.) quoique ce ne soit pas le veritable arrangement que ces Boulets prendront d'eux-mêmes, comme nous l'avons démontré dans le Corollaire II. du premier Theoreme: il est évident que dans cet arrangement de M. Bullet les Boulets auront un talu qui formera avec l'horizon un angle de 60. degrés, & la ligne CB qui touchera ces Boulets représentera un plan CB qui fera aussi avec l'horizon un angle de 60. degrés. Mais si l'on veut arranger des Boulets comme D sur ces premiers, il est certain qu'ils ne s'y soutiendront pas d'eux-mêmes, mais qu'il faudra employer quelque force, comme celle d'un Revêtement, pour les empêcher de tomber, ensorte que ces Boulets seront soûtenus d'un côté par le Revêtement, & de l'autre par le tas de Boulets.

Mais ils ne seront pas soûtenus par le tas de Boulets de la même maniere qu'ils le seroient

* Fig. 7.

roient par le plan incliné *C B*, car le Boulet *D* étant mis sur les premiers, il est clair qu'il sera soûtenu par le Boulet qu'il touche au point *L*, de la même maniere qu'il le seroit par un plan incliné *L K*, qui toucheroit ces deux Boulets au point *L*, & non pas par le plan incliné *C B*. Donc le Boulet *D* ne sera pas soûtenu par le tas de Boulets de la même maniere qu'il le seroit par un plan aussi incliné que le talu de ces Boulets; & par conséquent, les talus sur lesquels il faut avec des Revêtemens soûtenir les terres qui roulent ou veulent ébouler, ne doivent point être regardés comme des plans inclinés. Il sera facile de démontrer la même proposition dans le véritable arrangement des terres. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

* Si les talus pouvoient être regardés comme des plans inclinés, comme le dit M. Bullet, il arriveroit que la poussée des Terres seroit toûjours la même sur des talus de même hauteur, quelque grands que fussent ces talus, comme on le voit aisément.

Car si l'on prend deux talus *MN*, *PQ*, (*fig.* 8. & 9.) qui ayent des hauteurs égales *MO*, *PR*, & que l'on nomme *b* la base *O N* du grand, & *C* la base *R Q* du petit talu, & *a* la hauteur *M O* du grand, de même que celle *P R* du petit talu, puisque nous supposons que ces deux talus ont même hauteur.

Alors

* Fig. 8. 9.

Alors la coupe des terres qu'il faudra soûtenir sur le grand talu *MN*, sera exprimée par $\frac{ab}{2}$, & la coupe des terres qu'il faudra soûtenir sur le petit talu *PQ* sera exprimée par $\frac{ac}{2}$. Ainsi en représentant la pesanteur des terres par leur coupe ou profil, la pesanteur des terres qui seront représentées par le grand triangle *MNH* sera $= \frac{ab}{2}$, & la pesanteur des terres qui seront représentées par le petit triangle, & qu'il faut soûtenir sur le petit talu *PQ* sera $= \frac{ac}{2}$. Mais suivant le Theoreme II. la pesanteur d'un Boulet ou des terres qui seroient sur un plan incliné, est à l'effort horizontal qu'elles feroient contre le Revêtement qu'on leur opposeroit, comme la base du plan incliné est à sa hauteur; donc nous aurons l'effort horizontal des terres qui sont sur le grand talu *MN*. Par cette analogie $b : a :: \frac{ab}{2}$ qui est la pesanteur des terres : est à un quatrieme terme qui sera l'effort horizontal des mêmes terres, & ce quatrieme terme sera $\frac{aa}{2}$ pour l'effort horizontal des terres qui sont sur le grand talu, l'on aura de la même maniere l'effort horizontal des terres qui seront sur le petit talu *PQ*, par cette même analogie, savoir la base c : est

eſt à la hauteur a : : $\frac{ac}{2}$, qui eſt la peſanteur des terres : eſt à un quatrieme terme qui ſera leur effort horizontal, & ce quatrieme terme ſera $\frac{aa}{2}$, de même que le precedent.

Donc les efforts horizontaux des terres qui ſont ſur ces differens talus de même hauteur ſont égaux, puiſqu'ils ſont tous deux exprimez par $\frac{aa}{2}$. Ainſi la remarque qu'a fait M. Bullet ſur les talus des terres eſt fort inutile en regardant les talus comme des plans inclinés, puiſque les terres qui ſeroient ſur un plan incliné de 45. ° ne pouſſeroient ni plus ni moins que celles qui ſeroient ſur un plan incliné de 60. ° ayant tous deux même hauteur. *Ce qu'il falloit démonerer.*

COROLLAIRE.

Donc les efforts horizontaux des terres *MHN*, *PSQ*, qui ſont ſur des plans inclinés, ſont entr'eux comme les quarrés de leur hauteur, puiſque ces efforts ſont exprimés par la moitié du quarré de leur hauteur, & que les moitiés des quarrés ſont comme les quarrés entiers.

THEOREME IV.

Si l'on arrange des Boulets les uns ſur les autres, comme ils doivent être ſuivant le premier Theo-

reme, c'est-à-dire, en sorte qu'ils ayent un talu semblable à celui d'un Tetraëdre, (figure 10,) *je dis que la pesanteur d'un Boulet qu'on mettra sur ledit talu des Boulets sera à l'effort qu'il fera contre le Revêtement, comme* $\sqrt{8}$ *est à* 2.

DEMONSTRATION.

*Tant qu'un Boulet *A* sera soûtenu par trois autres Boulets, il ne poussera point contre le revêtement *MN*. Mais si l'on ôte les deux Boulets *B* & *C* qui le soûtiennent du côté dudit revêtement, alors il poussera contre lui avec une force qui sera à celle de la pesanteur, comme *ID* est à *AI*.

Car si l'on tire *AG* parallele à *ID*, & *IG* parallele à *AD*, l'on aura un parallélogramme *AGID* qui aura pour diagonale la verticale *AI*.

Ainsi, si *AI* représente la pesanteur du corps *A*, cette pesanteur se changera en deux autres forces, dont l'une agira suivant *AG*, & l'autre suivant *AD*, avec des forces qui seront à la pesanteur dudit corps *A*, comme *AG*, & *AD* sont à *AI*, qui seront par conséquent exprimées par les mêmes lignes *AG*, *AD*. Mais des deux forces dans lesquelles se change cette pesanteur exprimée par *AI*, il n'y a que celle exprimée par *AG* qui agisse contre le revêtement *MN*, puisque l'autre *AD* est entierement appuyée sur le Boulet *D*; Donc la pesanteur du corps ou du Boulet *A*, est à l'effort qu'il fait contre le re-

* Fig. 10.

revêtement *MN*, comme *AI* eſt à *AG*, ou bien ce qui eſt le même, comme *AI* eſt à *ID*, ou bien ſelon la Propoſition premiere, qui eſt l'énoncé du preſent Theoreme, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Comme chaque grain de terre peut être conſideré comme un boulet, chacun de ces grains fera contre le Revêtement un effort qui ſera à ſa peſanteur, comme 2 eſt à $\sqrt{8}$; & par conſéquent tous les grains pris enſemble feront un effort total qui ſera à leur peſanteur comme 2 eſt à $\sqrt{8}$. C'eſt-à-dire, que la peſanteur des Terres eſt à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2.

REMARQUE SUR LE I. ET IV. THEOREME.

* Quelqu'un pourra peut-être dire que dans le Theoreme premier je ne détermine que le plus petit fruit poſſible des Terres, & qu'elles en peuvent avoir un beaucoup plus grand, en ſuppoſant comme j'ai fait, les grains de ſable comme des petits boulets.

L'on m'accordera, dis-je, qu'il eſt vrai qu'un Tetraëdre aura un talu *AK* dont la hauteur *AI* ſera à ſa baſe *IK*, comme *AI* eſt à *IK*, † ou ce qui eſt le même, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Mais on me dira qu'un plus grand nombre de boulets poſés les uns ſur

* Fig. 11. † Fig. 10.

ſur les autres, pourront auſſi prendre un talu *AD* dont la coupe ſera repreſentée par le triangle *AID*, (*fig.* 11.) dont la hauteur *AI* eſt à ſa baſe *ID*, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2 ſuivant le Theoreme 1er où nous avons vû que $ID = \frac{2}{3}$ *AK* qui vaut 3 dans le tems que $AI = \sqrt{8}$.

Je réponds à cela, qu'il eſt vrai que l'on peut auſſi-bien prendre le talu *AD* que le talu *AK* pour le talu naturel des terres, quoique la baſe *ID* de l'un ſoit double de la baſe *KI* de l'autre.

Mais il eſt vrai auſſi que les terres qui ſeront ſur le talu *AD* ne pouſſeront pas davantage contre leur revêtement *OP*, que celles qui ſeront ſur le talu *AK* pouſſeront contre leur revêtement *MN*, quoiqu'il y ait une fois plus de terre à ſoûtenir ſur ledit talu *AD* que ſur le talu *AK*, puiſque la baſe *ID* de l'un eſt double de la baſe *IK* de l'autre.

Pour démontrer cette Propoſition qui pourroit paroître un paradoxe, & qui paroît revenir à la remarque du Theoreme III, il ſuffit de faire voir que chaque partie qui eſt ſur le talu *AD*, (*fig.* 11.) pouſſe une fois moins fort contre ſon revêtement *OP* que chaque partie ſoûtenue ſur le talu *AK*, (*fig.* 10.) ne pouſſe contre ſon revêtement *MN*. *Et c'eſt ce que je vais démontrer.*

DEMONSTRATION.

* Faites *AQ* parallele à *KI*, & *IQ* parallele à *KA*, vous aurez un parallelogramme *AKIQ* qui aura pour diagonale la verticale *AI*. Ainſi le

* Fig. 11.

le corps A, au lieu d'être pouſſé par ſa peſanteur ſuivant la verticale AI, peut être pouſſé par deux forces, l'une ſuivant AQ, & l'autre ſuivant AK, qui ſoient à la peſanteur dudit corps, comme AQ & AK ſont à AI. Mais la force qui ſuit AK étant dans le triangle ABC, qui joint les centres A, B, C des trois boulets A, B, C eſt entierement appuyée ſur les 2 boulets B & C. Ainſi il ne reſte que l'autre force ſuivant AQ pour pouſſer contre le revêtement OP. Et cette force qui eſt exprimée par AQ eſt à la peſanteur du boulet exprimée par AI, comme AQ eſt à AI, ou bien ſuivant le Theoreme 1er. comme 1 eſt à $\sqrt{8}$.

* Mais l'effort du même Boulet A contre ſon Revêtement MN du côté du petit talu AK, étant exprimé par $AG = ID = 2$, eſt à ſa peſanteur exprimée par ſa verticale $AI = \sqrt{8}$. dans le rapport de 2. à $\sqrt{8}$. comme il eſt démontré dans le Theoreme IV. Donc l'effort que fait contre le Revêtement OP un boulet ou grain de ſable pris du côté du grand talu AD, eſt à l'effort que fait contre le Revêtement MN un boulet pris ſur le petit talu AK, comme 1 eſt à 2, c'eſt-à-dire, qu'un boulet pris ſur le grand talu, pouſſe une fois moins qu'un boulet pris ſur le petit talu. Et comme il y a une fois plus de boulets ſur le grand talu que ſur le petit, il s'enſuit que tous les boulets pris enſemble qui ſont ſur le grand talu, ne pouſſeront ni plus ni moins que tous les boulets pris enſemble qui ſont ſur le petit talu. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Co-

* Fig. 10. & 11.

COROLLAIRE.

Donc, comme nous l'avons remarqué, il n'importe pas lequel on prenne, ou du talu *AK* ou du talu *AD*, pour déterminer la Pouſſée des Terres contre leur Revêtement, puiſque les Terres qui ſont ſur ces deux talus pouſſeront également; l'on pourroit même dire que les ſables prennent le talu *AD* ou le fruit *ID* préférablement au fruit *IK*, parce, que comme l'experience me l'a fait voir à moi-même, ils prennent un talu d'environ 50 degrés, ce qui eſt très approchant de celui que cette figure nous donne, car le talu *AD* ou l'angle *ADI* eſt de 54.° 44 minutes, comme nous allons le voir, ce qui ne diffère de noſdits 50.° que d'environ 4.° $\frac{3}{4}$, ce qui peut venir de l'inégalité des grains de ſable, & de la difficulté qu'il y a de meſurer & former aſſés préciſément ces talus ſabloneux, qui ſont très faciles à ébouler pour peu que les parties de ſable ſe choquent en les verſant.

DEMONSTRATION.

* Le côté $AK = 3$ eſt au côté $KI = 1$, comme le ſinus de l'angle *AIK* qui eſt droit, c'eſt-à-dire, comme le ſinus total 100000 eſt au ſinus de l'angle *IAK* qui ſe trouve d'environ 19.° 28', & par conſéquent ſon complément $AKI = 70.°$ 32 minutes. Maintenant, puiſque

* Fig. 5. 10. & 11.

que $AK = KD$, le triangle AKD eſt iſocele, enſorte que les angles à la baſe KDA, KAD, ſont égaux: c'eſt pourquoi, puiſque nous venons préſentement de trouver l'angle AKI de 70.° 32', nous aurons les deux angles égaux KDA, KAD pris enſemble, de 109. ° 28' qui eſt le ſupplément à deux droits de l'angle AKD; de laquelle ſomme, la moitié qui eſt 54. ° 44' environ, eſt la valeur de l'angle ADK formé ſur la baſe horizontale DK par le talu AD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

DEFINITION.

* Quand deux puiſſances ſont appliquées aux bras d'un levier, j'appelle *Energie* le produit de ces puiſſances par leurs bras de levier, enſorte que pour que ces deux puiſſances ſoient en équilibre, il faut que leurs énergies ſoient égales, quiſqu'il faut que ces puiſſances ſoient en raiſon réciproque de leurs bras de levier: car ſi deux puiſſances p & ϖ ont pour bras de levier b & β, elles donneront cette analogie, $p : \varpi :: \beta : b$, ce qui donne $pb = \varpi\beta$, c'eſt-à-dire, des énergies égales.

REMARQUE.

On peut conſidérer les Terres qui pouſſent contre le Revêtement, comme une infinité de lames égales au profil des terres: l'on peut auſſi conſidérer le Revêtement comme étant com-

* Fig. 12.

composé d'une infinité de lames égales au profil du Revêtement : cela posé, il suffira pour que les Terres fassent équilibre avec le Revêtement contre lequel elles poussent, que chaque lame de terre fasse équilibre avec la lame du Revêtement qui lui répond; c'est pourquoi nous considérerons d'abord quelle est l'énergie d'une lame de Terre pour renverser une lame du Revêtement, & nous considérerons ensuite qu'elle doit être la grandeur & la force d'une lame de Revêtement pour resister à l'énergie d'une lame de terre qui pousse contre elle: car puisque les lames de terre sont égales entr'elles comme le sont entr'elles les lames du Revêtement, il est évident que quand nous aurons déterminé qu'elle doit être la grandeur & la forme d'une lame de Revêtement, nous aurons déterminé la grandeur & la forme de toutes les autres lames qui composent le Revêtement.

* Nous comparerons dans la suite l'énergie d'une lame de terre avec l'énergie d'une lame de Revêtement; & pour cela nous considérerons (*fig.* 13.) dans le revêtement *BCQ*, un levier coudé *FQC*, dont le point d'appui est en *Q*, & nous remarquerons que l'effort de la lame de terre *ABC* réunie à son centre de gravité *D*, est appliqué au bras de levier *FQ*, pour faire tourner le Revêtement autour du point d'appui *Q*, & que la force ou pesanteur de la lame du Revêtement *BCQL* réunie à son centre de gravité *R*, est appliquée au bras de levier *SQ*, pour résister à l'effort des terres qui la veulent faire

* Fig. 13.

re tourner autour dudit point d'appui Q. Ainsi l'énergie de la lame de terre sera son effort horizontal, multiplié par le bras de levier FQ, & l'énergie de la lame $BCQL$ du revêtement sera sa pesanteur, multipliée par son bras de levier SQ.

Comme il s'agit de faire équilibre entre les lames de Terre & les lames de Revêtement, il faut que leurs énergies soient égales autour du point d'appui Q, c'est pourquoi nous chercherons premierement quelle est l'énergie d'une lame de Terre, ensuite nous déterminerons la grandeur & la forme des lames du Revêtement, pour qu'elles ayent une énergie égale à l'énergie des lames de Terre.

AVERTISSEMENT.

Dans la suite nous appellerons Revêtement, la lame du Revêtement que nous considérerons; & nous appellerons Terres, la lame de terre dont nous examinerons l'effort.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie ou le momentum des Terres pour renverser les Revêtemens.

SOLUTION.

Comme les mêmes Terres peuvent avoir deux différens talus, suivant ce que nous avons dit dans la remarque du Theoreme IV,

& qu'il est indifferent de prendre l'un ou l'autre de ces deux talus, je supposerai que la hauteur de leur talu naturel est à la base ou au fruit du même talu, comme $\sqrt{8}$ est à 1, suivant ce que nous avons démontré dans le Theoreme I.

Suivant ces principes, les Terres qui auront un talu, dont la hauteur sera à la base, comme $\sqrt{8}$ est à 1, se soutiendront d'elles-mêmes, sans revêtement. * Donc il ne faudra soutenir par le revêtement *BCQ* que les Terres dont la coupe est représentée par le triangle renversé *ABC*, dont la hauteur *BC* est à sa base *AB*, comme $\sqrt{8}$ est à 1. Il est encore évident que si l'on exprime la pesanteur des Terres par la surface de leur coupe, pour-lors la pesanteur entiere des Terres sera réunie au centre de gravité *D* du triangle renversé *ABC*, ensorte que les Terres dont ce triangle est la coupe, pousseront le revêtement *BCQ* par un point *E* qui sera aux deux tiers de sa hauteur *BC* pour le renverser, en le faisant tourner autour du point *Q*. Et comme l'énergie des Terres sera d'autant plus grande que le point *E* par lequel elles poussent le revêtement, sera plus élevé, ou que le bras de levier *EC* ou son égal *FQ* auquel est appliqué l'effort horizontal des Terres pour faire tourner le revêtement autour du point *Q* sera grand, il est absolument nécessaire de faire entrer ce levier *FQ* dans la composition de l'énergie des Terres contre le revêtement, c'est-à-dire, qu'il faut

* Fig. 13.

faut multiplier la pouſſée horizontale des Terres, dont le triangle *ABC* eſt la coupe, par ce bras de levier *EC* ou *FQ* qui eſt les deux tiers de la hauteur *BC* du triangle *ABC*; & c'eſt à quoi M. Bullet n'a fait aucune attention.

Cela poſé, il ne ſera pas difficile de déterminer l'énergie des Terres pour renverſer le Revêtement; car puiſque la hauteur eſt à la baſe, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1, ſi l'on appelle a la hauteur *AM* ou *BC* des Terres, on trouvera la baſe *MC* de leur talu par cette analogie, conformément au Corollaire I. du Theoreme $\sqrt{8} : 1 ::$ la hauteur a des Terres eſt à un quatrieme terme qui ſera leur baſe, & que l'on trouvera $= \frac{a}{\sqrt{8}}$.

La ſuperficie du triangle *ABC* qui eſt la coupe des Terres, ſera donc la moitié de la hauteur a multipliée par $\frac{a}{\sqrt{8}}$, c'eſt-à-dire, $\frac{a}{2} \times \frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{aa}{2\sqrt{8}}$, puiſque la hauteur *BC* du triangle renverſé *ABC*, eſt exprimée par a, & que ſa baſe *MC* eſt exprimée par $\frac{a}{\sqrt{8}}$, telle que nous la venons de trouver par l'analogie précédente; & ſi l'on exprime la peſanteur des Terres par la ſurface de leur coupe, cette peſanteur ſera auſſi exprimée par $\frac{aa}{2\sqrt{8}}$. Mais ſuivant le Theoreme IV, où nous ſuppoſons, comme ici, la hauteur à la baſe, comme $\sqrt{8}$ eſt

est à 1, nous avons la pesanteur des Terres, est à l'effort horizontal qu'elles font contre leur revêtement, comme $\sqrt{8}$ est à 2. L'on aura donc l'effort horizontal des Terres par cette analogie, $\sqrt{8} : 2 :: \frac{aa}{2\sqrt{8}}$, qui est la pesanteur des Terres exprimées par leur coupe: est à un quatrieme terme, qui sera leur effort horizontal contre le revêtement, cet effort horizontal sera donc $\frac{aa}{8}$. Et comme cet effort horizontal des Terres contre le revêtement, est appliqué au bras de levier EC ou son égal FQ, pour renverser le revêtement, il faut multiplier cet effort que nous venons de trouver $= \frac{aa}{8}$, par le bras de levier FQ ou $\frac{2a}{3}$, ce qui est le même; & le produit qui est $\frac{2aaa}{24} = \frac{a^3}{12}$, sera l'énergie desdites Terres pour renverser le revêtement en le faisant tourner autour du point Q, c'est-à-dire, que l'énergie des Terres est toujours exprimée par la douzieme partie du cube de leur hauteur. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

Déterminer la construction des Revêtemens capables de résister à l'énergie des Terres.

Puisque l'énergie des Terres contre le revetément eſt toûjours exprimée par $\frac{aaa}{12}$, c'eſt-à-dire, par la douzieme partie du cube de leur hauteur, il faut néceſſairement que l'énergie du revêtement, ou l'effort qu'il fait contre les Terres pour leur réſiſter & n'être point renverſé, ſoit auſſi $= \frac{aaa}{12}$.

Comme la hauteur des Terres eſt toûjours donnée, la hauteur du revêtement l'eſt auſſi, parce que l'on fait ordinairement les revêtemens de la hauteur des Terres; c'eſt pourquoi il ne s'agit ſeulement que d'en trouver les épaiſſeurs & les baſes. Mais il peut arriver pluſieurs cas différens.

* 1°. Le revêtement peut être ſans fruit, & pour-lors ſes lames ou profils ſeront des parallélogrammes *AC*, dont on connoîtra la hauteur *AB*, & dont il ne faudra chercher que la baſe *BC*.

† 2°. Le profil ou chaque lame du revêtement peut être triangulaire, & pour-lors il ne s'agit que de trouver la baſe *BC* de ſon profil.

‡ 3°. Le revêtement peut avoir un fruit donné *CB* comme on fait ſouvent, puiſque l'uſage ordinaire eſt de donner pour fruit la ſixieme partie de la hauteur, & pour-lors il ne s'agit que de déterminer le reſte *BD* de la baſe.

§ 4°. L'épaiſſeur *AQ* du revêtement peut être déterminée dans ſa partie ſupérieure égale

* Fig. 14. † Fig. 15.
‡ Fig. 16. § Fig. 17.

le à la partie *BC* de la baſe, & pour-lors il ne s'agit que de déterminer le fruit *CD* du revêtement.

* 5°. Le revêtement peut avoir un talu qui n'aille pas juſqu'enhaut, & la hauteur de ce talu peut être donnée avec ſa baſe, pour lors il ne s'agit que de trouver le reſte de la baſe, ou ſi l'on veut la baſe entiere *DC* du même revêtement.

† 6°. L'épaiſſeur *AQ* d'un revêtement étant donnée dans la partie ſupérieure avec la hauteur *BG* de ſon talu, pour lors il faut trouver la baſe *BC* de ce talu.

⸸ 7°. La baſe entiere du revêtement peut être donnée, & pour-lors il s'agit de déterminer quel doit être ſon fruit qui fait une partie de ſa baſe.

‡ 8°. La ſurface du profil ou lame du revêtement peut être donnée, & pour-lors il s'agit de déterminer ſon fruit & ſa baſe.

§ 9°. Le revêtement peut être plus élevé que les Terres, & ſon talu peut être plus ou moins élevé que les mêmes Terres, & pour-lors il s'agit de trouver l'épaiſſeur ſupérieure, ſi le fruit eſt donné.

** 10°. Le revêtement peut être plus élevé que les Terres, & ſon talu peut être plus ou moins élevé que leſdites Terres, & pour-lors il s'agit de trouver le fruit, ſi l'épaiſſeur de la partie ſupérieure eſt donnée.

Je vais réſoudre tous ces cas par ordre.

PRE-

* Fig. 18. & 19. † 18. & 20. ⸸ Fig. 21. 22.
‡ Fig. 21. 23. § Fig. 18. 24. ** Fig. 18. 25.

PREMIER CAS.

Déterminer la base d'un Revêtement qui n'a point de fruit.

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du revêtement...... $= a$
Sa base BC que nous cherchons............ $= x$
La surface du parallélogramme AC,
fera.................. $= ax$.

Comme nous avons exprimé la pesanteur des lames de Terre par leur surface, il faudroit aussi exprimer la pesanteur des lames du revêtement par leur surface ax, si le revêtement étoit de Terre; mais comme il est de maçonnerie, dont je suppose que la pesanteur est à celle de la Terre, comme p est à q, il faut pour exprimer sa pesanteur, chercher une surface qui soit à ax, comme p est à q; ce que l'on fera par cette analogie, $q : p :: ax : \frac{pax}{p}$; & le quatrieme terme $\frac{pax}{b}$ exprimera la pesanteur du revêtement de pierre: mais cette pesanteur $\frac{pax}{q}$, étant réunie au centre de gravité P du parallélogramme AC, est appliquée au bras de levier $CQ = \frac{x}{2}$ pour résister à l'effort des Terres qui le veulent renverser en le faisant tourner autour du point C.

* Fig. 14.

C. Donc en multipliant cette pesanteur $\frac{pax}{q}$ dudit revêtement de maçonnerie par son bras de levier $\frac{x}{2}$, le produit $\frac{paxx}{2q}$ sera l'énergie du revêtement, laquelle énergie doit nécessairement être égale à l'énergie des Terres, afin de conserver l'équilibre; mais cette énergie des Terres a été trouvée dans le Probleme premier $= \frac{a^3}{12}$. Ainsi nous aurons cette Equation $\frac{paxx}{2q} = \frac{a^3}{12}$. D'où l'on tire $xx = \frac{2qaa}{12p} = \frac{qaa}{6p}$, & tirant la racine quarrée, l'on aura $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$; de laquelle Equation, le premier membre x est la base cherchée *BC* de notre revêtement *ABC* de maçonnerie, & le second membre $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ en est la valeur exprimée en grandeurs connues. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* De l'extremité *B* de la hauteur *AB* du revêtement, soit tirée une ligne *BM* qui fasse avec cette ligne *AB* un angle quelconque *ABM*; ensuite puisque le rapport qui est en-

* Fig. 14.

entre p & q nous eſt donné, on les exprimera en lignes, comme la figure nous le montre, en p & en q; & on portera de B en M ſur le côté BM, le diviſeur $6p$ de la fraction $\frac{qaa}{p9}$; & ſur ce même côté BM, l'on portera la ligne q de B en N; puis ayant mené la ligne MA, l'on tirera la ligne NE parallele à cette ligne MA, & cette parallele NE retranchera de la hauteur $BA = a$, la partie $BE = \frac{qa}{6p}$, car par la proprieté des triangles ſemblables BAM & BEN, l'on aura cette analogie $BM : BN :: BA : BE$, c'eſt-à-dire, que l'on aura $6p : q :: a : \frac{qa}{6p} = BE$; enſuite ſur la hauteur AB pour diametre, faites un cercle; & du point E tirés lui une perpendiculaire juſqu'à la rencontre dudit cercle en O, & de ce point O de rencontre menés la corde OB; cette corde ſera la baſe x cherchée du revêtement propoſé à conſtruire $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}} = x$.

Car OB étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{6p}$ comme nous le venons de trouver ci-deſſus, l'on aura $OB = \sqrt{\frac{qaa}{6p}} = x$. Donc il faudra faire la baſe BC

du

du revêtement égale à la corde OB. *Ce qu'il falloit trouver.*

SECOND CAS.

Déterminer la base d'un Revêtement dont le profil est triangulaire.

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du Revêtement.... $= a$
Sa base BC que l'on cherche .... $= x$
La surface de ce profil triangulaire
sera .... $= \frac{ax}{2}$

Si le revêtement étoit de Terre, j'exprimerois sa pesanteur par cette surface $\frac{ax}{2}$; mais comme il est de pierre dont la pesanteur est à celle de la Terre, dans le rapport de p à q, il faut pour exprimer la pesanteur de ce revêtement de maçonnerie, chercher une surface qui soit à $\frac{ax}{2}$, dans le rapport de p à q, ce que l'on aura par cette analogie, $q : p :: \frac{ax}{2} : \frac{pax}{2q}$. dont le quatrieme terme exprime la pesanteur de la maçonnerie dont le triangle ABC est la coupe; & si l'on multiplie cette pesanteur $\frac{pax}{2q}$ réunie à son centre de gravité R par son bras de levier $QC =$

* Fig. 15.

$\frac{2x}{3}$ auquel elle est appliquée, le produit $\frac{paxx}{3q}$ sera l'énergie du revêtement triangulaire qui doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement, soit tirée une ligne BM qui fasse avec cette hauteur AB un angle quelconque ABM, puis ayant fait $BM = 4p$, & $BN = q$, tirés la ligne MA, & menés-lui la parallele NE, cette parallele NE retranchera de la hauteur AB, la partie $BE = \frac{qa}{4p}$. Car à cause des paralleles MA, NE, l'on aura $BM : BN :: BA : BE$, c'est-à-dire, $4p : q :: a : \frac{qa}{4p} = BE$.

Ensuite du point E tirés la perpendiculaire EO sur AB jusqu'à ce qu'elle rencontre en O un cercle fait sur AB pour diametre; enfin du point de rencontre O tirés la corde OB, cette corde sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}} = x$.

Ainsi

* Fig. 15.

Ainsi il faudra faire la base *B C* du revêtement triangulaire, égale à cette corde *O B*. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

* Il est évident que le revêtement triangulaire est celui où l'on employe le moins de materiaux qu'il est possible pour résister à l'énergie des Terres ; car le revêtement où l'on employe le moins de materiaux qu'il est possible, doit être construit de telle maniere qu'une de ses parties quelconque *A D H*, soûtienne précisément l'effort des Terres qui poussent contre elle.

Or la portion quelconque *A D H* du revêtement triangulaire soûtient précisément l'effort des Terres qui poussent contre elle, car si l'on tire *D F* parallele au talu *B Z* que prendroient les Terres, il est évident qu'il n'y aura que la partie *A D F* des Terres qui poussera contre la partie *A D H* du revêtement, car la portion parallelogrammique *Z G D F* des Terres ayant un talu *F D* semblable au talu *Z B*, se soûtiendra d'elle-même, & ne poussera point contre la partie *A D H* du revêtement. Or la partie *A D H* du revêtement soûtiendra précisément la portion *ADF* des terres qui poussent contre elle; car puisque le revêtement entier *A B C* soûtient l'effort des Terres *A B Z* qui sont de même hauteur que lui, il est évident que le revêtement *A D H* étant semblable au revête-

* Fig. 15.

tement entier ABC, soûtiendra l'effort du triangle de terre ADF qui est de même hauteur que lui & qui est semblable au triangle ABZ, de la même maniere que le revêtement entier ABC, soûtient le triangle entier de Terre ABZ.

Donc une portion quelconque ADH du revêtement triangulaire soûtiendra précisément l'effort des Terres qui poussent contre lui, de même que le revêtement entier ABC soûtient l'effort de toutes les terres ABZ.

Donc un revêtement triangulaire ABC dont la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ est celui qui contient le moins de materiaux qu'il est possible pour resister à l'énergie des Terres.

COROLLAIRE II.

L'on voit par la solution du premier & du second Cas, que la base du revêtement triangulaire n'est pas double de la base du revêtement parallélogrammique, car nous avons trouvé la base x du revêtement triangulaire égale $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, & nous avons trouvé la base du revêtement parallélogrammique égale $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

Ainsi pour que la base du revêtement triangulaire fût double de la base du revêtement parallélogrammique, il faudroit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ fût fut égale $2\sqrt{\frac{qaa}{6p}} = \sqrt{\frac{4qaa}{6p}} = \sqrt{\frac{2qaa}{3p}}$. Or $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ eſt beaucoup plus petite que $\sqrt{\frac{2qaa}{3p}}$ dans le rapport de $\sqrt{\frac{1}{4}}$ à $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Donc la baſe du revêtement triangulaire n'eſt pas double de la baſe du revêtement parallélogrammique.

COROLLAIRE III.

Donc la baſe du revêtement triangulaire eſt à la baſe du revêtement parallélogrammique, comme $\sqrt{\frac{1}{4}}$ eſt à $\sqrt{\frac{1}{6}}$, puiſque la baſe du premier eſt $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ & que la baſe du ſecond eſt $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

COROLLAIRE IV.

Comme le revêtement triangulaire contient moins de materiaux qu'aucun autre revêtement, il s'enſuit que plus un revêtement approchera du triangulaire, c'eſt-à-dire, moins un revêtement aura d'épaiſſeur dans ſa partie ſupérieure, & moins il contiendra de materiaux.

COROLLAIRE V.

Comme le revêtement parallélogrammique eſt le plus épais de tous dans ſa partie ſuperieure, il s'enſuit que ce revêtement contient plus de materiaux qu'aucun autre.

COROLLAIRE VI.

Quand le profil d'un revêtement ſera composé d'un parallélogramme & d'un triangle, il eſt évident que la baſe du triangle qui eſt ſon fruit doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ qui eſt la baſe d'un revêtement triangulaire, & que la baſe du parallélogramme doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, qui eſt la baſe d'un revêtement parallélogrammique. Car ſi le triangle avoit une baſe $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, ou ſi le parallélogramme avoit ſa baſe $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, l'un des deux ſuffiroit pour ſoûtenir l'énergie des terres, ſuivant le 1er. & 2e. cas.

TROISIEME CAS.

Conſtruire un Revêtement ADC, *dont le fruit* BC *eſt donné.*

SOLUTION.

*Comme la hauteur *AB* & le fruit *BC* de ce revêtement ſont donnés, il évident qu'il ne s'agit que de déterminer le reſte *DB* de ſa baſe. Mais

* Fig. 19.

Mais il faut remarquer que le revêtement étant composé d'un parallélogramme & d'un triangle, son fruit donné BC qui est la base du triangle, doit être plus petit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, selon le Corrollaire VI. du second Cas. Soit donc donné le fruit BC plus petit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. Cela posé soit la hauteur donnée AB .... $=a$

Le fruit donné BC........................ $=b$

Et le reste inconnu DB de la base.... $=x$

La surface du parallélogramme AD sera .... $=ax$

Et la surface du triangle ABC sera.... $=\frac{ab}{2}$.

Si le revêtement étoit de terre, j'exprimerois sa pesanteur par sa surface; mais comme il est de maçonnerie dont la pesanteur est à celle de la Terre comme p est à q, il faut pour exprimer sa pesanteur chercher une surface qui soit à celle de sa coupe comme p est à q. C'est pourquoi nous aurons la pesanteur de sa partie parallélogrammique ax par cette analogie $q:p::ax:\frac{pax}{q}$ dont le quatrieme terme $\frac{pax}{q}$ exprime la pesanteur de la maçonnerie parallélogrammique AD. Nous aurons de même la pesanteur du triangle ABC, dont la surface est $\frac{ab}{2}$ par cette analogie $q:p::$

ab

$\frac{ab}{2} : \frac{pab}{2q}$, dont le quatrieme terme exprime la pesanteur de la maçonnerie triangulaire ABC.

Donc si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{q}$ de la maçonnerie parallélogrammique réunie à son centre de gravité P par son bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$ le produit $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{p}$ sera l'énergie de cette maçonnerie parallélogrammique. On aura de même l'énergie de la maçonnerie triangulaire ABC, en multipliant la pesanteur $\frac{pab}{2q}$ réunie à son centre de gravité R par son bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$ & le produit $\frac{2pabb}{6q} = \frac{pabb}{3q}$ sera l'énergie de cette maçonnerie triangulaire. Ajoûtant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q}$ sera l'énergie du revêtement entier, qui doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des terres, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CON-

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement, tirés une ligne BF qui fasse avec la hauteur AB un angle quelconque ABF; ensuite ayant fait $BF = 6p$, & $BG = q$, tirés la ligne FA, menés-lui la parallele GE, & cette parallele GE retranchera de la hauteur AB une portion $BE = \frac{qa}{6p}$, comme nous l'avons fait voir dans les Cas précédens; ensuite du point E tirés EM perpendiculaire sur AB jusqu'à ce qu'elle rencontre en M le cercle fait sur AB pour diametre, & de ce point M tirés la corde MB, & cette Corde sera $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, comme nous l'avons déja vû dans les cas précédens. Maintenant divisés le fruit donné BC, c'est-à-dire, la base du triangle en trois parties égales, & par la premiere division T la plus prochaine du point B tirés sur BC la perpendiculaire TN jusqu'à ce qu'elle rencontre en N un cercle fait sur BC pour diametre, & de ce point de rencontre N tirés la Corde NB, cette Corde NB étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BT = \frac{b}{3}$ sera $= \sqrt{\frac{bb}{3}}$.

Enfin mettés ces deux Cordes BM & BN à angle droit en les transportant sur les côtés du

* Fig. 16.

du triangle rectangle ABC, ſavoir BM en BS & BN en BL, & tirés l'hypothenuſe SL.

Cette hypothenuſe ſera $\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{bb}{3}}=x+b$; c'eſt-à-dire, égale à la baſe entiere du revêtement qu'il falloit conſtruire, ainſi il faut faire la baſe entiere CD du revêtement égale à cette hypothenuſe SL. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme dans la pratique l'on fait ordinairement le fruit égal à la ſixieme partie de la hauteur, c'eſt-à-dire $=\frac{a}{6}$, il eſt évident que cette conſtruction revient au troiſieme Cas que nous venons de réſoudre, & que pour avoir l'Equation qui exprime la valeur de cette baſe totale dont le fruit $=\frac{a}{6}$, il n'y a qu'à ſubſtituer dans l'équation qui donne la baſe de ce troiſieme Cas, qui eſt $x+b=\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{bb}{3}}$ le fruit $\frac{a}{6}$ & ſes puiſſances en la place du fruit b & de ſes puiſſances, ce qui changera l'Equation $x+b=\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{bb}{3}}$ en celle-ci $x+\frac{a}{6}=\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{aa}{108}}$.

Co-

COROLLAIRE II.

Si le Revêtement à construire est pour exemple de 18 pieds de hauteur, il est évident qu'il faudra mettre 18 & ses puissances en la place de a & de ses puissances. C'est-à-dire qu'il faudra mettre 18 en la place de a, & 324 en la place de aa, ce qui changera l'Equation $x + \frac{a}{6} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{aa}{108}}$ qui exprime la base dans le Corollaire précédent, en celle-ci $x + \frac{a}{6}$ ou bien $x + 3 = \sqrt{\frac{324q}{6p} + \frac{324}{108}} = \sqrt{\frac{54q}{p} + 3}$. Et si l'on détermine la valeur de p & de q, c'est-à-dire, le rapport qu'il y a entre le poids de la maçonnerie & le poids de la terre, par exemple de 2 à 1, l'Equation $x + 3 = \sqrt{\frac{54q}{p} + 3}$, se changera en celle-ci, $x + 3 = \sqrt{\frac{54}{2} + 3} = \sqrt{30}$. C'est-à-dire, la base entiere $x + 3 = 5$ pieds 5 pouces & près de 9 lignes. Si l'on veut trouver la base d'un revêtement dont la hauteur soit plus ou moins grande que 18 pieds, dont on veuille que le fruit soit égal à la sixieme partie de sa hauteur, il n'y a qu'à faire cette regle de proportion, Si 18 pieds de hauteur demandent 5 pieds 5 pouces 9 lignes de base entiere, combien demanderont par exemple

36

36 pieds de hauteur ? & le quatrieme terme 10 pieds 11 pouces 6 lignes sera la base entiere du revêtement de 36 pieds de hauteur, sur laquelle base on prendra d'abord $\frac{1}{6}$ de la hauteur pour le fruit.

REMARQUE.

Il faut remarquer que ces deux Corollaires ne peuvent servir que pour les Revêtemens qui ont leur fruit égal à $\frac{1}{6}$ de leur hauteur, & que si l'on vouloit un fruit différent, comme pour exemple de $\frac{1}{8}$ de la hauteur, il faudroit avoir recours à l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$, *& y mettre le fruit que l'on demande & ses puissances, en la place de* b *& de ses puissances; comme l'on a fait dans les deux Corollaires précédens.*

COROLLAIRE III.

Il est évident que l'Equation $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui donne la base du revêtement dans le premier Cas, revient à celle-ci, $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui donne la base du troisieme Cas; car le revêtement parallelogrammique n'est autre chose qu'un revêtement dont le fruit b est $= 0$. Ainsi substituant zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{}$

$\sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ le Resultat $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ sera l'Equation qui donne la base du revêtement parraléllogrammique, comme nous l'avons trouvé dans le premier Cas.

QUATRIEME CAS.

L'Epaisseur AQ *de la partie supérieure d'un Revêtement étant donnée, trouver sa base entiere* BD *ou son fruit* CD.

SOLUTION.

* Puisque le revêtement doit avoir un fruit que l'on cherche, l'épaisseur AQ de sa partie supérieure qui est la base de sa partie parallélogrammique, doit être, (*Corol. VI, Cas II,*) plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui est la base du revêtement parallélogrammique. Cela posé :

Soit la hauteur AB du Revêtement...... $= a$
L'épaisseur AQ de sa partie supérieure.... $= b$
Le fruit CD que l'on cherche .... $= x$
La surface du parallelogramme $ABCQ$ sera................. $= ab$
La surface du triangle rectangle QCD sera...................... $= \frac{ax}{2}$.

Si le Revêtement étoit de Terre, j'exprimerois sa pesanteur par sa surface $ab + \frac{ax}{2}$, mais comme il est de maçonnerie dont la pesanteur est à celle de la Terre, comme p est

à

à q, nous aurons la pesanteur de la partie parallélogrammique par cette analogie, $q : p :: ab : \frac{pab}{q}$, & ce quatrieme terme $\frac{pab}{q}$, sera la pesanteur du parallélogramme $ABCQ$.

L'on aura de même la pesanteur de la partie triangulaire QCD par cette analogie $q : p :: \frac{ax}{2} : \frac{pax}{2q}$, & ce quatrieme terme $\frac{pax}{2q}$, sera la pesanteur du triangle QCD.

Maintenant si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pab}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OD = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera son énergie.

De même si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{2q}$ du triangle par son bras de levier $ZD = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{paxx}{3q}$ sera son énergie.

Et si l'on ajoute ensemble l'énergie du parallélogramme & celle du triangle, leur somme $\frac{paxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$, sera l'énergie du revêtement entier.

Or si l'énergie du revêtement doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui nous donne cette Equation $\frac{paxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ =

$= \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire le fruit $x =$
$\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{3}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement tirés une ligne BF qui fasse avec cette hauteur AB un angle quelconque ABF; puis ayant fait cette ligne $BF = 4p$, & $BG = q$, tirés la ligne FA & lui menés du point G une parallele GE. Cette parallele retranchera de la hauteur AB une partie $BE = \frac{qa}{4p}$. Car à cause des paralleles FA, GE, l'on a $BF:BG::BA:BE$, ou ce qui est le même $4p:q::a:\frac{qa}{4p} = BE$: ensuite du point E tirés sur AB la perpendiculaire EM jusqu'à ce qu'elle rencontre en M un cercle fait sur ladite hauteur AB pour diametre, & tirés la Corde MB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{4p}$ sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. Puis ayant fait $BT = \frac{3}{4}$ de BC, c'est-à-dire $= \frac{3b}{4}$ tirés TN perpendiculaire sur BC jusqu'à la rencontre en N du cercle fait sur BC pour diametre

* Fig. 17.

metre, & menés la Corde NB. Cette Corde NB étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BT = \frac{3b}{4}$, sera $= \sqrt{\frac{3bb}{4p}}$. Enfin, mettés ces deux Cordes BM & BN à angle droit, en les transportant sur les côtés de l'angle droit ABD, savoir BM en BS & BN en BL, & l'hypothenuse SL sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} = \frac{3b}{2} + x$ suivant la solution; & retranchant de cette hypothenuse SL une partie $LV = \frac{BC}{2} = \frac{b}{2}$, le reste SV sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2} = x + b$ qui est la base entiere du revêtement : ainsi il faut faire la base entiere $BD = SV$. Et comme nous connoissons l'épaisseur donnée de la partie parallélogrammique en la retranchant de SV, le reste sera la valeur du fruit, dont l'Equation est $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{3b}{2}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Il est évident que le revêtement triangulaire peut revenir à ce quatrieme Cas, où l'épaisseur de la partie supérieure du revêtement est donnée; car le revêtement triangulaire n'est autre chose qu'un revêtement dont l'él'épaisseur de sa partie supérieure est zero. Ainsi en substituant zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{2bb}{4}} - \frac{b}{2}$ qui donne la base de ce quatrieme Cas, le resultat $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ sera l'Equation qui donne la base du revêtement triangulaire, comme nous l'avons trouvé dans le second Cas.

CINQUIEME CAS.

Le fruit BC *d'un Revêtement étant donné avec la hauteur* BG *de son talu, que je suppose plus petite que la hauteur* AB *du Revêtement, trouver la base entiere* DC *de ce Revêtement.*

SOLUTION.*

Soit la hauteur AB donnée du revêtement. $= a$
La hauteur BG du talu . . . . $= c$
La base BC du talu, c'est-à-dire, le fruit. $= b$
Le reste inconnu DB de la base . . . . . $= x$
La base entiere DC sera. . . . . $= b + x$

Comme le revêtement doit avoir un fruit, sa coupe sera composée d'un parallélogramme & d'un triangle.

La surface du parallélogramme sera. . . . . $= ax$.

Et la surface du triangle GBC sera. . . . $\frac{bc}{2}$.

Comme la pesanteur de la maçonnerie est

* Fig. 18.

à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons, comme dans les autres Cas, la pesanteur du parallélogramme par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$, dont le quatrieme terme $\frac{pax}{q}$ sera la pesanteur du parallélogramme.

On aura de même la pesanteur du triangle *GBC* par cette analogie $q : p :: \frac{bc}{2} : \frac{pbc}{2q}$, dont le quatrieme terme $\frac{pbc}{2q}$ est la pesanteur du triangle *GBC*.

Si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$, leur produit $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q}$ sera son énergie.

De même, si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pbc}{2q}$ du triangle, réunie à son centre de gravité *R* par son bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$, le produit $\frac{pbbc}{3q}$ sera l'énergie du triangle *GBC*, & ajoutant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ sera l'énergie entiere du revêtement.

Or cette énergie du revêtement doit être égale

égale à celle $\frac{aaa}{12}$ des Terres que nous supposons toûjours de même hauteur que le revêtement, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$

Ce qu'il falloit trouver.

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB tirés une ligne BM qui fasse avec cette hauteur AB un angle quelconque ABM; & ayant fait cette ligne $BM = 6p$, & $BN = q$, menés la ligne MA, & du point N tirés-lui la parallele NE, cette parallele déterminera sur la hauteur AB une partie $BE = \frac{qa}{6p}$.

Maintenant si du point E on éleve sur BA une perpendiculaire jusqu'à la rencontre O d'un cercle fait sur BA pour diametre, & que de ce point O on mene la Corde OB, cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$, & $BE = \frac{qa}{6p}$, sera $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

Ensuite ayant fait $BF = AB - \frac{2}{3} GB$, c'est-à-dire $= a - \frac{2c}{3}$, tirés la ligne AC, & du point F menés lui une parallele FH. Cette

I 2

* Fig. 19.

te parallele retranchera de BC une portion $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, car à cauſe des paralleles AC & FH l'on aura $AB : BF :: BC : BH$, ou ce qui eſt le même, l'on aura $a : a - \frac{2c}{3} :: b : BH$. Ce qui donne $aBH = ab - \frac{2bc}{3}$, laquelle Equation étant diviſée par a, donne $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, comme nous l'avons dit ci-deſſus.

Maintenant ſi du point H l'on tire HZ perpendiculaire ſur BC juſqu'à ce qu'elle rencontre en Z un cercle fait ſur BC pour diametre, & que du point de rencontre Z l'on mene la Corde BZ; cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, l'on aura cette analogie $BC : BZ :: BZ : BH$, ou ce qui eſt le même, $b : BZ :: BZ : b - \frac{2bc}{3a}$. Ce qui donne $BZ^2 = bb - \frac{2bbc}{3a}$, & partant $BZ = \sqrt{bb - \frac{2bbc}{3a}}$. Enfin mettant ces deux Cordes OB & BZ à angle droit en transportant OB en BS & BZ en BL, l'hypothenuſe SL ſera $= \sqrt{BS^2 + BL^2} = \sqrt{OB^2 + BZ^2} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$

$=$

$= x + b$ qui est la base entiere du revêtement, ainsi il faudra faire la base CD du revêtement égale à SL. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Il est évident que la Solution du premier Cas revient à celle de ce cinquieme Cas, qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

Car le revêtement du premier Cas étant parallélogrammique, c'est-à-dire, n'ayant point de fruit, on peut le regarder comme le revêtement de ce cinquieme Cas, dont le fruit est devenu égal zero, ainsi en substituant zero en la place du fruit b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, le resultat qui est $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, sera l'Equation qui donne la base du premier Cas.

COROLLAIRE II.

On voit aussi clairement que l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui donne la base du troisieme Cas, revient à l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb = \frac{2bbc}{3a}}$, qui donne la base de ce cinquieme Cas. Car le revêtement du troisieme Cas n'étant different de celui de ce cinquieme Cas, qu'en ce que le talu du revêtement va jusques en haut dans le troisieme Cas, & a par conséquent sa hauteur $= a$, au lieu que dans ce cinquieme Cas le talu ne va pas jusqu'en haut du revêtement, & n'a pas par conséquent sa hauteur c égale à la hauteur a. Il est évident qu'en rendant la hauteur c du talu de ce cinquieme Cas égale à la hauteur a du revêtement, l'on aura le revêtement du troisieme Cas.

Ainsi si l'on substitue a en la place de c dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, il en resultera $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bba}{3a}} =$

$$= \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bb}{3}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$$

qui est l'Equation qui donne la base du troisieme Cas.

SIXIEME CAS.

L'Epaisseur AQ *d'un Revêtement étant donnée dans sa partie supérieure, avec la hauteur* BG *de son talu, trouver la base* BC *de ce talu.*

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du revêtement..... $= a$
La hauteur BG du talu.................. $= c$
L'épaisseur AQ de la partie supérieure du revêtement ou son égal DB............ $= b$
La base inconnue BC du talu........... $= x$

* Fig. 18.

Com-

Comme le revêtement doit selon l'hypothese avoir un talu, son profil sera composé d'un parallélogramme & d'un triangle, & par conséquent la base DB du parallélogramme doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ (suivant le Corollaire VI. du second Cas.)

La surface du parallélogramme sera.... $= ab$.

La surface du triangle sera.............. $= \frac{cx}{2}$

Comme nous supposons toûjours la pesanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons comme dans les autres Cas la pesanteur du parallélogramme par cette analogie, $q : p :: ab : \frac{pab}{q}$, dont le quatrieme terme est la pesanteur du parallélogramme.

Nous aurons de même la pesanteur du triangle GBC par cette analogie, $q : p :: \frac{cx}{2} : \frac{pcx}{2q}$, dont le quatrieme terme est la pesanteur du triangle.

Si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pab}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera l'énergie du parallélogramme.

De même si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pcx}{2q}$ du triangle par son bras de levier $TC =$

$\frac{2x}{3}$, le produit $\frac{2pcxx}{6q} = \frac{pcxx}{3q}$ sera l'énergie du triangle.

Et ajoutant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera l'énergie du revêtement entier, & comme cette énergie du revêtement doit être égale à l'énergie $\frac{a^3}{12}$ des Terres que nous supposons toûjours de même hauteur que lui, nous aurons cette Equation $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q} = \frac{a^3}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qa^3}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$ qui sera la base BC du talu. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant fait $BK = q$ du sommet G du talu donné, tirés GK & menés-lui par le sommet A du revêtement, une parallele AI, vous aurez $BI = \frac{qa}{c}$. Car à cause des paralleles GK, AI, l'on a $BG : BA :: BK : BI$.

C'est-à-dire...... $c : a :: q : \frac{qa}{c} = BI$.

Ensuite ayant fait $BE = 4p$ tirés EI & menés-lui par le point A une parallele AL, vous au-

* Fig. 20.

aurés $BL = \frac{qaa}{4pc}$. Car à cauſe des paralleles EI, AL, l'on a

$$BE : BA :: BI : BL.$$

C'eſt-à-dire..... $4p : a :: \frac{qa}{c} : \frac{qaa}{4pc} = BL$.

Puis ayant tranſporté BL en BX ſur le prolongement de la hauteur AB, décrivés un cercle ſur AX pour diametre, & vous aurés ſon Ordonnée $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$. Car BV étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BX = BL = \frac{qaa}{4pc}$ l'on aura

$$BA : BV :: BV : BX.$$

C'eſt-à-dire...... $a : BV :: BV : \frac{qaa}{4pc} = BX = BL$. D'où l'on tire $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Maintenant ayant fait $BO = \frac{3b}{2}$ tirés GO & menés-lui la parallele AM, vous aurés $BM = \frac{3ab}{2c}$.

Car à cauſe des paralleles GO, AM, l'on a

$$BG : BA :: BO : BM.$$

C'eſt-à-dire..... $c : a :: \frac{3b}{2} : \frac{3ab}{2c} = BM$.

Puis ayant fait un cercle ſur BM, pour diametre prolongés le côté vertical QD du revêtement juſqu'à la rencontre de la circonference de ce cercle, & du point de rencontre N tirez la corde NM. Cette corde sera $= \sqrt{\frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$.

Car puisque $DB = b$ par la supposition, & que nous avons trouvé $BM = \frac{3ab}{2c}$, nous aurons $MD = BM - BD = \frac{3ab}{2c} - b$, & par conséquent MN étant moyenne proportionnelle entre BM & MD, nous aurons

$$BM : MN :: MN : MD.$$

C'est-à-dire.... $\frac{3ab}{2c} : MN :: MN : \frac{3ab}{2c} - b$.

D'où l'on tire $MN = \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}$ comme nous avons dit.

Maintenant transportés cette Corde MN de B en R & tirés la ligne RV. Cette ligne RV sera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$. Car à cause de l'angle droit RBV, l'on a $RV = \sqrt{BV^2 + BR^2} = \sqrt{BV^2 + MN^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$, & retranchant de cette ligne RT une partie $RT = BM = \frac{3ab}{2c}$, nous aurons le reste $TV = RV - RT =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c} = x$, qui est le fruit

fruit cherché du revêtement, ainsi il faut faire le fruit BC demandé du revêtement $= TV$: *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Il est évident que le second & quatrieme Cas reviennent à ce sixieme Cas-ci.

Car 1°. dans le second Cas l'on cherche un revêtement triangulaire, c'est-à-dire, dont la partie supérieure soit zero, & dont le talu aille jusqu'en haut, c'est-à-dire, ait sa hauteur c égale à la hauteur a du revêtement.

Ainsi en substituant zero en la place de l'épaisseur b de la partie supérieure du revêtement, & a en la place de la hauteur c du talu, dans l'Equation de ce sixieme Cas, qui est $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$, le resultat $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, sera l'Equation qui donne la base du revêtement dans le second Cas.

2°. Dans le quatrieme Cas l'on cherche le fruit x d'un revêtement dont le talu va jusqu'en haut, au lieu que dans ce sixieme Cas le talu ne va pas jusqu'en haut, ainsi si l'on faisoit aller le talu du sixieme Cas jusqu'en haut, c'est-à-dire, si l'on faisoit la hauteur c de ce talu égale à la hauteur a du revêtement, ce sixieme Cas deviendroit le quatrieme, & mettant a en la place de c dans l'Equation qui nous donne son fruit, elle deviendroit

$$x = \sqrt{\frac{9aaa}{4pa} + \frac{9aabb}{4aa}} - \frac{3abb}{2a} - \frac{3ab}{2a} =$$

$$\sqrt{\frac{9aa}{4p} + \frac{9bb}{4} - \frac{3bb}{2}} - \frac{3b}{2} = \sqrt{\frac{aa}{4p} + \frac{3bb}{4}}$$

$- \frac{3b}{2}$ qui est l'Equation qui donne le fruit du revêtement dans le quatrieme Cas.

SEPTIEME CAS.

La base entiere du Revêtement étant donnée, déterminer quel sera son fruit, & quelle sera l'épaisseur de sa partie supérieure, c'est à dire son épaisseur au Cordon.

SOLUTION.

* Comme le revêtement doit être composé d'un parallélogramme & d'un triangle, il faut que sa base soit donnée plus petite que celle du revêtement triangulaire, & plus grande que celle d'un revêtement parallélogrammique.

Cela posé soit la hauteur *AB* du revêtement........................... $= a$.
Sa base entiere *B D*................ $= b$.
La partie *CB* de la base ou l'épaisseur *AQ* de la partie supérieure... $= x$.
Son fruit *C D* sera...................... $= b - x$.
La surface du parallélogramme sera.. $= ax$.
La surface du triangle sera...... $= \frac{ab - ax}{2}$.

Com-

* Fig. 21.

Comme nous supposons toûjours la pesanteur de la maçonnerie à celle de la terre, comme p est à q, nous aurons la pesanteur du parallélogramme par cette analogie $q : p :: ax \frac{pax}{q}$, dont le quatrieme terme $\frac{pax}{q}$ exprime la pesanteur du parallélogramme. On aura de même la pesanteur du triangle par cette analogie $q : p :: \frac{ab - ax}{2} : \frac{pab - pax}{2q}$, dont le quatrieme terme sera la pesanteur du triangle.

Maintenant si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OD = b - \frac{x}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} - \frac{paxx}{2q}$ sera l'énergie du parallélogramme.

De même en multipliant la pesanteur $\frac{pab - pax}{2q}$ du triangle par son bras de levier $TD = \frac{2b - 2x}{3}$ le produit $\frac{pabb - 2pabx + paax}{3q}$ sera l'énergie du triangle QCD.

Et si l'on ajoûte ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{pabx}{q} - \frac{paxx}{2q} + \frac{pabb - 2pabx + paxx}{3q}$ sera l'énergie du revêtement entier, laquelle étant abregée, devient $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q}$.

Or cette énergie doit être égale à l'énergie

$\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire $x = -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb} + b$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant fait $BM = 2p$ & $BN = q$, tirés la ligne MA, & menés-lui par le point N une parallele NE, cette parallele donnera $BE = -\frac{qa}{2p}$.

Ensuite du point E tirés EL perpendiculaire sur AB jusqu'à la rencontre L d'un cercle fait sur AB pour diametre, & de ce point L menés la corde LB, cette corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = -\frac{qa}{2p}$ sera $= \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$.

Maintenant faites $BR = 2b$ & ayant décrit sur cette ligne pour diametre un cercle BPR faites la corde $PR = b$ & tirés la corde BP, cette corde BP sera $= \sqrt{3bb}$. Car à cause de l'angle droit BPR l'on aura $BP = \sqrt{BR^2 - PR^2} = \sqrt{4bb - bb} = \sqrt{3bb}$.

Ensuite sur la corde BP, pour diametre faites

* Fig. 22.

faites un demi-cercle BSP, & faites la corde $PS = BL = \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$ & tirés la corde BS. Cette corde BS sera $= \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$, car $BS = \sqrt{BP^2 - PS^2} = \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$. Enfin faites $CD = BS = \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$ sur la base $BD = b$; & le reste BC sera $= BD - BS = b - \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$, ou ce qui est le même $= -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb}, + b = x$. Ainsi il faut faire l'épaisseur x ou AQ qui est l'épaisseur de la partie supérieure du revêtement $= BC$, & faire son fruit $CD = BS$. *Ce qu'il falloit trouver.*

HUITIEME CAS.

La surface du profil du Revêtement étant donnée, trouver sa base & son fruit.

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du Revêtement .... $= a$.
La surface de son profil .... $= ab$.

L'é-

* Fig. 21.

L'épaiſſeur inconnue de ſa partie ſupérieure.................. $= x$

Son fruit inconnu ou la baſe de ſon talu.................. ..... $= z$

La baſe entiere inconnue ſera.................................. $= x + z$

La partie parallélogrammique du profil ſera................ $= ax$

La partie triangulaire. ...... $= \frac{az}{2}$

La ſurface entiere du profil... $= ax + \frac{az}{2} = ab$.

Et par conſéquent le triangle $\frac{az}{2} = ab - ax$, & diviſant par a & multipliant par 2, l'on aura $z = 2b - 2x$.

Comme la peſanteur de la maçonnerie eſt à celle de la terre dans le rapport de p à q, l'on aura la peſanteur de la partie parallélogrammique du profil par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$ dont le quatrieme terme en eſt la peſanteur.

L'on aura de même la peſanteur de la partie triangulaire par cette analogie $q : p :: \frac{az}{2}$ ou $:: ab - ax : \frac{pab - pax}{q}$, dont le quatrieme terme en eſt la peſanteur.

Et multipliant la peſanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $= z + \frac{x}{2} = 2b - 2x + \frac{x}{2} = 2b - \frac{3x}{2}$, le produit

duit $\frac{2pabx}{q} - \frac{3paxx}{2q}$ sera l'énergie du parallélogramme.

De même en multipliant la pesanteur $\frac{pab - pax}{q}$ du triangle par son bras de levier $\frac{2z}{3} = \frac{4b - 4x}{q}$ le produit $\frac{4pabb - 4pabx - 4pabx + 4paxx}{3q} = \frac{4pabb - 8pabx + 4paxx}{3q}$ sera son énergie, ajoûtant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{2pabx}{q} - \frac{3paxx}{2q} + \frac{4pabb - 8pabx + 4paxx}{3q} = \frac{-2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q}$ sera l'énergie du revêtement entier qui doit être égale $\frac{aaa}{12}$, ce qui donne cette Equation $-\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Sur l'horizontale *PG* prenés $BP = 3b$ & $BR = b$, l'on aura $PR = 4b$; sur cette ligne *PR* comme diametre décrivés un cercle *PSR*, & du point *S* où le cercle rencontre la hauteur *AB*, tirés la corde *PS*. Cette Corde

* Fig. 23.

de étant moyenne proportionnelle entre $PR = 4b$ & $BP = 3b$ sera $= \sqrt{12bb}$.

Maintenant ayant fait $BM = 2p$ & $BN = q$, tirés MA, & lui menés par le point N une parallele NE, vous aurés $BE = \frac{qa}{2p}$. Car à cause des paralleles MA, NE, l'on a

$$BM : BN :: BA : BE.$$

C'est-à-dire..... $2p : q :: a : \frac{qa}{2p} = BE$.

Ensuite du point E tirés EO perpendiculaire sur AB jusqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait sur AB pour diametre, & du point O de rencontre tirés la Corde OB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{2p}$ sera $= \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$.

Puis faites un cercle sur PS pour diametre, & inscrivés-lui une Corde $SL = BO = \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$ & tirés la Corde PL. Cette Corde sera $= \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

Car à cause de l'angle droit PLS l'on a $PL = \sqrt{PS^2 - SL^2} = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

Enfin de cette Corde PL retranchés une portion $PV = 2b$, le reste VL sera $=$

$\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b = x$. Ainsi il faut faire la base x de la partie parallélogrammique du profil, ou ce qui est le même, l'épaisseur de la partie superieure du revêtement $= VL$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme dans la solution nous avons trouvé le fruit $z = 2b - 2x$. Si l'on met en la place de x la valeur $\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2b}} - 2b$ (telle que nous l'avons trouvée,) l'on aura le fruit $z = 2b - 2\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} + 4b = 6b - 2\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

COROLLAIRE II.

Puisque dans la solution nous avons trouvé $z = 2b - 2x$, & que dans la construction nous avons trouvé $VL = x$, & que nous avons fait $PV = 2b$. Si de $PV = 2b$ l'on retranche $TP = 2VL = 2x$, l'on aura le reste $TV = 2b - 2x = z$. Ainsi il faut faire le fruit z du revêtement $= TV$.

NEU-

NEUVIEME CAS.

Etant donnée une hauteur AB *quelconque de Revêtement, avec la hauteur* BG *quelconque de son talu, & la grandeur* BC *de son fruit, trouver l'épaisseur* AQ *de la partie supérieure, ou le reste* DB *de la base.*

SOLUTION.

Soit la hauteur *AB* du revêtement... $= d$
La hauteur *BG* de son talu.......... $= c$
Son fruit donné *BC*.................... $= b$
Le reste *DB* de la base ou l'épaisseur *AQ* de la partie supérieure.............. $= x$
La base entiere sera.................... $= x + b$
La surface de la partie parallélogrammique du profil...................... $= dx$

La surface de la partie triangulaire.... $= \frac{bc}{2}$.

Comme nous supposons toûjours la pesanteur des materiaux à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons la pesanteur du parallélogramme *AD* par cette analogie, $q : p :: dx : \frac{pdx}{q}$, dont le quatrieme terme en sera la pesanteur.

L'on aura de même la pesanteur du triangle *GBC* par cette analogie $q : p :: \frac{bc}{2} : \frac{pbc}{2q}$ dont le quatrieme terme en sera la pesanteur.

Mul-

* Fig. 18.

Multipliant la pesanteur $\frac{pdx}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$ le produit $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q}$ en sera l'énergie.

De même multipliant la pesanteur $\frac{pbc}{2q}$ du triangle par son bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$ le produit $\frac{2pbbc}{6q} = \frac{pbbc}{3q}$ en sera l'énergie.

Et ajoûtant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbbx}{3q} + \frac{pbbc}{3q}$ sera l'énergie du revêtement entier, laquelle doit être égale à l'énergie des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q} + \frac{pbbc}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant pris sur la hauteur donnée $AB = d$ du revêtement, la grandeur $BF =$ à la hauteur a des Terres, & ayant fait $BP = q$ tirés

* Fig. 24.

rés la ligne PA & menés-lui par le point F la parallele FN. Cette parallele donnera $BN = \frac{qq}{d}$.

Car à cauſe des paralleles AP, FN, l'on a

$$BA : BF :: BP : BN.$$

C'eſt-à-dire..... $d : a :: q : \frac{qa}{d} = BN.$

Enſuite ayant fait $BM = 6p$, tirés la ligne MF & menés-lui par le point N une parallele NE. Cette parallele donnera $BE = \frac{qaa}{6pd}$.

Car à cauſe des paralleles MF, NE, l'on aura

$$BM : BN :: BF : BE.$$

C'eſt-à-dire..... $6p : \frac{qa}{d} :: a : \frac{qaa}{6pd} = BE.$

Maintenant tirés EO perpendiculaire à la hauteur AB juſqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait ſur BF pour diametre, & du point de rencontre O tirés la Corde OB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BF = a$ & $BE = \frac{qaa}{6pd}$ ſera $= \sqrt{\frac{qaaa}{6pd}}$.

Enſuite ayant fait $BH = d - \frac{2c}{3}$, tirés la ligne AC du haut du revêtement à l'extremité du fruit, & menés-lui par le point H une parallele HR, vous aurés $BR = \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d}$.

Car à cauſe des paralleles AC, HR, l'on a cette analogie $BA : BH :: BC : BR.$

C'eſt-à-dire..... $d : d - \frac{2c}{3} :: b : \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d} = BR.$

Main-

Maintenant du point R tirés sur BC la perpendiculaire RS jusqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait sur BC pour diametre, & du point de rencontre S tirés la Corde SB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BR = \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d}$ sera $=$

$$\sqrt{bb - \frac{2bbc}{3d}}.$$

Enfin ayant mis les Cordes OB & SB à angle droit, en mettant OB en LB & SB en ZB, tirés l'hypothenuse LZ. Cette hypothenuse sera la base entiere du revêtement.

Car $LZ = \sqrt{LB^2 + BZ^2} = \sqrt{OB^2 + ZB^2} =$

$\sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bbc}{3d}} = x + b$. Ainsi il faut faire la base entiere DC ou $x + b$ du revêtement égale à l'hypothenuse LZ.

Comme le fruit BC qui est une partie de la base est donné, & que la base entiere est $= LZ$, l'autre partie de la base qui est l'épaisseur demandée de la partie supérieure, sera aussi donnée $= LZ - BC$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on vouloit que le revêtement que l'on suppose plus élevé que les terres fût parallélogrammique, il faudroit que son fruit $BC = b$ devînt égal zero, ainsi il faudroit substituer zero en la place de b dans l'Equation $x + b =$

$\sqrt{}$

$\sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bbc}{3d}}$ & le résultat $x = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd}}$ donneroit la base du revêtement parallélogrammique.

COROLLAIRE II.

Si l'on vouloit que la hauteur du revêtement parallélogrammique fût égale à celle des terres, il faudroit faire non seulement $b =$ zero, mais il faudroit encore faire la hauteur d du revêtement proposé $=$ à la hauteur a des terres, c'est-à-dire, qu'il faudroit substituer zero en la place de b, & a en la place de d, ce qui changeroit l'Équation de ce neuvieme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui est précisément celle qui nous donnoit la base du revêtement parallélogrammique dans le premier Cas.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que le revêtement eût un talu, & que la hauteur de ce talu aussi-bien que celle du revêtement, fût égale à la hauteur a des Terres comme dans le troisieme Cas, il faudroit dans la formule qui donne la base du neuvieme Cas, substituer a en la place

place de d & de c, & le résultat $x + b =$

$$\sqrt{\frac{qaaa}{6pa} + bb - \frac{2bba}{3a}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$$

seroit la formule qui donneroit la base de ce revêtement, comme dans le troisieme Cas.

COROLLAIRE IV.

Si l'on vouloit que le revêtement ne fût pas plus élevé que les Terres, & que son talu n'allât pas jusqu'en haut, ce revêtement seroit précisément celui du cinquieme Cas, & pour-lors il faudroit seulement substituer a en la place de d dans la formule qui donne la base du neuvieme Cas, ce qui la changeroit en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$

$$= \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$$ qui est la formule qui donne la base du cinquieme Cas.

Ainsi l'on voit que ce neuvieme Cas renferme le premier, le troisieme & le cinquieme Cas, comme nous l'avons fait voir dans les Corollaires 2, 3 & 4. de ce neuvieme Cas.

COROLLAIRE V.

Si dans ce neuvieme Cas l'on vouloit établir la hauteur c du talu égale à la hauteur a des Terres, il n'y auroit qu'à substituer a en la place de c. Ce qui changeroit la formule du neuvieme Cas en celle-ci $x + b =$

$$\sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bba}{3d}}.$$

DIXIEME CAS.

Etant donnée une hauteur quelconque AB *de revêtement, & la hauteur quelconque* BG *de son talu, avec l'épaisseur* AQ *de sa partie supérieure, trouver son fruit* BC.

SOLUTION.

* Soit la hauteur donnée du revêment
QD.. $= d$
La hauteur BG de son talu.......... $= c$
L'épaisseur AQ de sa partie supérieure ou DB.. $= b$
Le fruit inconnu BC.................... $= x$
La surface du parallélogramme AD sera.. $= db$

La surface du triangle GBC sera.... $= \frac{cx}{2}$.

Comme la pesanteur de la maçonnerie est à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons la pesanteur du parallélogramme AD par cette analogie $q : p :: db : \frac{pdb}{q}$, dont le quatrieme terme sera la pesanteur cherchée.

L'on aura de même la pesanteur du triangle GBC par cette analogie $q : p :: \frac{cx}{2} : \frac{pcx}{2q}$ dont le quatrieme terme sera la pesanteur cherchée.

Mul-

* Fig. 18.

Multipliant la pesanteur $\frac{pdb}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q}$ sera son énergie.

De même en multipliant la pesanteur $\frac{pcx}{2q}$ du triangle par son bras de levier $TC = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{2pcxx}{6q} = \frac{pcxx}{3q}$ sera son énergie.

Ajoutant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q} + \frac{pcxx}{3q}$ sera l'énergie du revêtement entier, laquelle doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui nous donne cette équation $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q} = \frac{aaa}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9ddbb}{4cc} - \frac{3dbb}{2c}} - \frac{3db}{2c}$ qui exprimera la valeur du fruit $BC = x$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant fait $BK = q$ & $BF =$ à la hauteur a des terres, du sommet G du talu tirés la ligne GK

* Fig. 25.

GK & menés-lui par le point F une parallele FI, vous aurés $BI = \frac{qa}{c}$.

Car à cauſe des paralleles GK, FI, l'on a

$$BG : BF :: BK : BI.$$

C'eſt-à-dire..... $c \; : a :: q \; : \frac{qa}{c}$.

Enſuite ayant fait $BE = 4p$, tirés EI & menés-lui par le point F une parallele FL, vous aurés $BL = \frac{qaa}{4pc}$.

Car à cauſe des paralleles EI, FL, l'on a

$$BE : BF :: BI : BL.$$

C'eſt-à-dire..... $4p : a :: \frac{qa}{c} : \frac{qaa}{4pc} = BL$.

Puis ayant tranſporté BL de B en X ſur le prolongement de la hauteur AB, décrivés un cercle ſur FX pour diametre, & la partie BV de l'horizontal ſera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Car BV étant moyenne proportionnelle entre $BF = a$ & $BX = BL = \frac{qaa}{4pc}$, l'on a

$$BF : BV :: BV : BX.$$

C'eſt-à-dire..... $a \; : BV :: BV : \frac{qaa}{4pc}$.

D'où l'on tire $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Maintenant ayant fait $BO = \frac{3b}{2}$, tirés la ligne GO & menés-lui par le ſommet A du re-

revêtement la parallele AM, vous aurés $BM = \frac{3bd}{2c}$.

Car à cause des paralleles GO, AM l'on a $BG : BA :: BO : BM$.

C'est-à-dire..... $c : d :: \frac{3b}{2} : \frac{3bd}{2c} = BM$.

Ensuite prolongés le côté QD du revêtement jusqu'à ce qu'il rencontre en N un cercle fait sur BM pour diametre, & tirés la Corde NB. Cette Corde sera $= \sqrt{\frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Car puisque $BD = b$ par l'hypothese, & que nous avons trouvé $BM = \frac{3bd}{2c}$, nous aurons $MD = BM - BD = \frac{3bd}{2c} - b$.

Or la Corde MN est moyenne proportionnelle entre BM & MD.

Ce qui donne cette analogie $BM : MN :: MN : MD$

C'est-à-dire..... $\frac{3bd}{2c} : MN :: MN : \frac{3bd}{2c} - b$.

Donc $MN = \sqrt{\frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Maintenant transportés cette Corde MN de B en R, & tirés RV. Cette ligne RV sera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Car à cause de l'angle droit RBV, l'on a

$$RV - \sqrt{BV^2 + BR^2} = \sqrt{BV^2 + MN^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c}.$$

Enfin si l'on retranche de cette ligne RV une partie $RT = BM = \frac{3bd}{2c}$, l'on aura le reste TV

$$= RV - RT = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c} = x$$

qui est le fruit cherché BC du revêtement proposé. Ainsi il faut faire le fruit $BC = TV$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on fixe la hauteur c du talu égale à la hauteur a des Terres, il faudra substituer a en la place de c, ce qui changera la formule de ce dixieme Cas en celle-ci

$$\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bbdd}{4aa}} - \frac{3bbd}{2a} - \frac{3bb}{2a} = x.$$

COROLLAIRE II.

Si l'on fixe la hauteur du revêtement & celle de son talu toutes deux égales à la hauteur a des Terres, il est évident que ce dixieme Cas deviendra le quatrieme, & qu'il faudra substituer a en la place de la hauteur d du revêtement & de la hauteur c des Terres, ce qui changera la formule qui donne le fruit dans le dixieme Cas en celle-ci $x =$

$\surd$

$$\sqrt{\frac{qaaa}{4pa} + \frac{9bbaa}{4aa} - \frac{3bba}{2a}} - \frac{3ba}{2a} =$$

$$\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bb}{4} - \frac{3bb}{2}} - \frac{3b}{2} = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{3b}{2}$$

qui est la formule du quatrieme Cas.

COROLLAIRE III.

Si l'on fixe la hauteur d du revêtement à la hauteur a des Terres, sans fixer son talu de la même hauteur, ce dixieme Cas deviendra le sixieme, & il faudra substituer a en la place de la hauteur d du revêtement, ce qui changera la formule de ce dixieme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbaa}{4cc} - \frac{3bba}{2c}} - \frac{3ba}{2c}$ qui est la formule du sixieme Cas.

COROLLAIRE IV.

Si l'on veut que le revêtement soit triangulaire, sans fixer sa hauteur, il est évident 1o. que le revêtement n'aura point d'épaisseur à sa partie supérieure, ce qui donnera $b =$ zero. Ainsi il faudra substituer zero en la place de b dans la formule de ce dixieme Cas, ce qui la changera en celle-ci, $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

COROLLAIRE V.

Si l'on veut que le revêtement soit triangugulaire, c'est-à-dire, qu'il n'ait point d'épaisseur à sa partie supérieure, & qu'on fixe sa hauteur égale à la hauteur a des Terres, il est évident que la hauteur c du talu sera la même que celle du revêtement, & comme l'on a fixé la hauteur du revêtement $= a$ & son épaisseur par le haut $=$ zero, il faut substituer a en la place de c & zero en la place de b. Ce qui changera la formule de ce dixieme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ qui est la formule du second Cas.

Ainsi l'on voit que ce dixieme Cas comprend le second, le quatrieme & le sixieme; & comme le neuvieme Cas comprend le premier, le troisieme & le cinquieme, nous aurions pû nous contenter de ces deux Cas, puisqu'ils renferment tous les Cas dont on peut avoir besoin dans la pratique.

REMARQUE.

Je n'ai déterminé jusqu'ici que les bases des revêtemens dont l'énergie est la plus petite qu'il est possible, étant seulement capable de faire équilibre avec l'énergie des terres dont ils doivent soûtenir la poussée.

Cependant il ne convient point dans la pratique de se contenter de cet équilibre, & il est absolument nécessaire de donner aux revêtemens une force beaucoup plus grande que celle qui leur suffit pour faire équilibre avec l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des terres; c'est ce que l'on fait dans la pratique, au moyen des renforts

ou

ou contreforts, qui ſont des éperons rentrans en dedans du terreplein des Terraſſes ou remparts, ou bien en augmentant ſeulement le profil du revêtement, enſorte que l'énergie du revêtement ſurpaſſe celle des Terres, ou ſoit à celle des Terres dans un rapport quelconque, comme de 3 à 2 ou de 4 à 3, ou plus generalement dans le rapport de m à n. Ce qui changera les formules des dix cas précédens en d'autres qui ſeront beaucoup plus generales, puiſqu'elles contiendront le rapport qui eſt entre l'énergie du revêtement & l'énergie des Terres.

Soit donc ſuppoſé l'énergie du revêtement que j'appelle z à l'énergie des Terres $\frac{aaa}{12}$ dans le rapport de m à n, c'eſt-à-dire, $z : \frac{aaa}{12} :: m : n$, nous aurons l'énergie z du revêtement $= \frac{maaa}{12a}$, au lieu que dans les dix Cas précédens, nous avons toûjours fait l'énergie du revêtement $= \frac{aaa}{12}$. Cela poſé, les dix formules précédentes qui nous donnent les baſes ou les parties x inconnues des baſes des revêtemens, ſe changeront dans les dix ſuivantes.

SAVOIR.

1o. Celle du premier Cas qui donne la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ en celle-ci $x = \sqrt{\frac{maaa}{6np}}$.

2°. Celle du second Cas qui donne la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ en celle-ci $x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np}}$.

3°. Celle du troisieme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$.

4°. Celle du quatrieme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$ en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$.

5°. Celle du cinquieme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

6°. Celle du sixieme Cas qui donne le fruit $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$ en celle-ci $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c}$.

7°. Celle du septieme Cas qui donne la base moins le fruit, c'est-à-dire, l'épaisseur de la partie supérieure du revêtement $x = -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb} + b$ en celle-ci $x = -$

$\sqrt{}$

$\sqrt{-\frac{mqaa}{2np}+3bb}+b.$

8°. Celle du huitieme Cas qui donne l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement $x=\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2p}}-2b$ en celle-ci $x=\sqrt{12bb-\frac{mqaa}{2np}}-2b.$

9°. Celle du neuvieme Cas qui donne la baſe entiere du revêtement $x+b=\sqrt{\frac{qaaa}{6pd}-\frac{2bbc}{3d}+bb}$ en celle-ci $x+b=\sqrt{\frac{mqaaa}{6npd}-\frac{2bbc}{3d}+bb}.$

10. Celle du dixieme Cas qui donne le fruit x du revêtement $x=\sqrt{\frac{qaaa}{4pc}+\frac{9bbdd}{4cc}}-\frac{3bbd}{2c}-\frac{3bd}{2c}$ en celle-ci $x=\sqrt{\frac{mqaaa}{4npc}+\frac{9bbdd}{4cc}}-\frac{3bbd}{2c}-\frac{3bd}{2c}.$

DEMONSTRATION.

Comme nous avons ſuppoſé l'énergie du revêtement à l'énergie des terres dans le rapport de m à n. En appellant pour un moment z l'énergie du revêtement, nous aurons cette analogie $z:\frac{aaa}{12}::m:n$. Et par conſéquent $z=\frac{maaa}{12n}.$

Ainsi si l'on veut que l'énergie du revêtement soit à l'énergie des terres dans le rapport quelconque de m à n, il faudra faire l'énergie du revêtement $= \frac{maaa}{12n}$, & non pas $= \frac{aaa}{12}$, comme nous avons fait dans les dix Cas du Probleme II. Cela posé :

PREMIEREMENT.

La formule du premier Cas qui donne la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ se changera en $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$ car l'énergie du revêtement du premier Cas est $\frac{paxx}{2q}$, & cette énergie doit être égale $\frac{maaa}{12n}$, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} = \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SECONDEMENT.

La formule du second Cas qui donne la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np}}$.

Car l'énergie du revêtement du second Cas étant $\frac{paxx}{3q}$ l'on aura cette Equation $\frac{paxx}{3} =$

$mqae$

$\frac{mqaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qmaa}{4np}}$.

Comme nous l'avons énoncé.

TROISIEMEMENT.

La formule du troisieme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$.

Car l'énergie du revêtement étant dans le troisieme Cas égale $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

QUATRIEMEMENT.

La formule du quatrieme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$.

Car l'énergie du revêtement dans le quatrieme Cas étant égale $\frac{pabb}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{paxx}{3q}$

doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire la base $b + x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

CINQUIEMEMENT.

La formule du cinquieme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

Car l'énergie du revêtement étant dans le cinquieme Cas égale $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire la base $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SIXIEMEMENT.

La formule du sixieme Cas qui donne le fruit du revêtement égal $x =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$ deviendra

$$x = \sqrt{\frac{mqa^3}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}.$$

Car

Car l'énergie du revêtement étant dans le siixime Cas égale $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire le fruit $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SEPTIEMEMENT.

La formule du septieme Cas qui donne la base moins le fruit, c'est-à-dire, l'épaisseur x de la partie supérieure du revêtement $= -\sqrt{\frac{-qaa}{2p} + 3bb} + b$ deviendra $x = -\sqrt{-\frac{mqaa}{2np} + 3bb} + b$.

Car l'énergie du revêtement étant dans le septieme Cas égale $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire le fruit $x = -\sqrt{-\frac{mqaa}{2np} + 3bb} + b$. *Comme nous l'avons énoncé.*

HUITIEMEMENT.

La formule du huitieme Cas qui donne l'épaisseur de la partie supérieure du revêtement

ment, savoir $x = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b$ deviendra $x = \sqrt{12bb - \frac{mqaa}{2np}} - 2b$.

Car l'énergie du revêtement dans le huitieme Cas est $-\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{12bb - \frac{qmaa}{2np}} - 2b$ qui est l'épaisseur de la partie supérieure du revêtement, *Comme nous l'avons énoncé.*

NEUVIEMEMENT.

La formule du neuvieme Cas qui donne la base du revêtement $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaaa}{6npd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$.

Car l'énergie du revêtement dans le neuvieme Cas est $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x + b = \sqrt{\frac{qmaaa}{6npd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$. *Comme nous l'avens énoncé.*

DIXIE-

DIXIEMEMENT.

La formule du dixieme Cas qui donne le fruit x du revêtement $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c}$.

Car dans le dixieme Cas l'énergie du revêtement est $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pdbx}{q} + \frac{pbbd}{2q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qmaaa}{4npc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c}$ qui donne la valeur du fruit demandé. *Comme nous l'avons énoncé.*

Voici, je crois, tout ce que l'on peut dire touchant les terres qui pouſſent contre des revêtemens parfaitement polis, & touchant les épaiſſeurs de ces revêtemens polis qu'on leur doit oppoſer.

Il me reſte maintenant à examiner quelle eſt la pouſſée des terres contre les revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales, & quelles doivent être les épaiſſeurs & les talus de ces revêtemes graveleux pour leur réſiſter. Mais comme l'examen de la pouſſée des terres contre les revêtemens polis compoſe un Mémoire aſſés long, je reſerve pour un ſecond Mémoire la pouſſée des terres contre les revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales.

SUITE

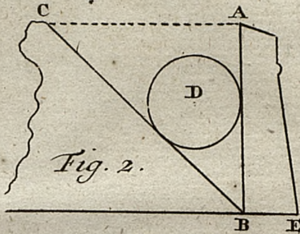


Fig. 2.

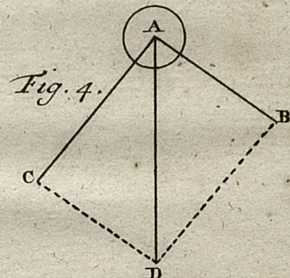


Fig. 4.

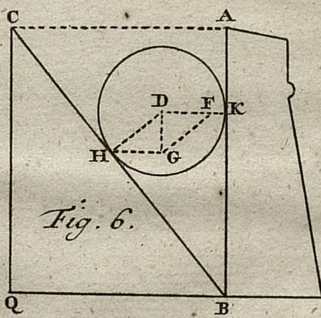


Fig. 6.

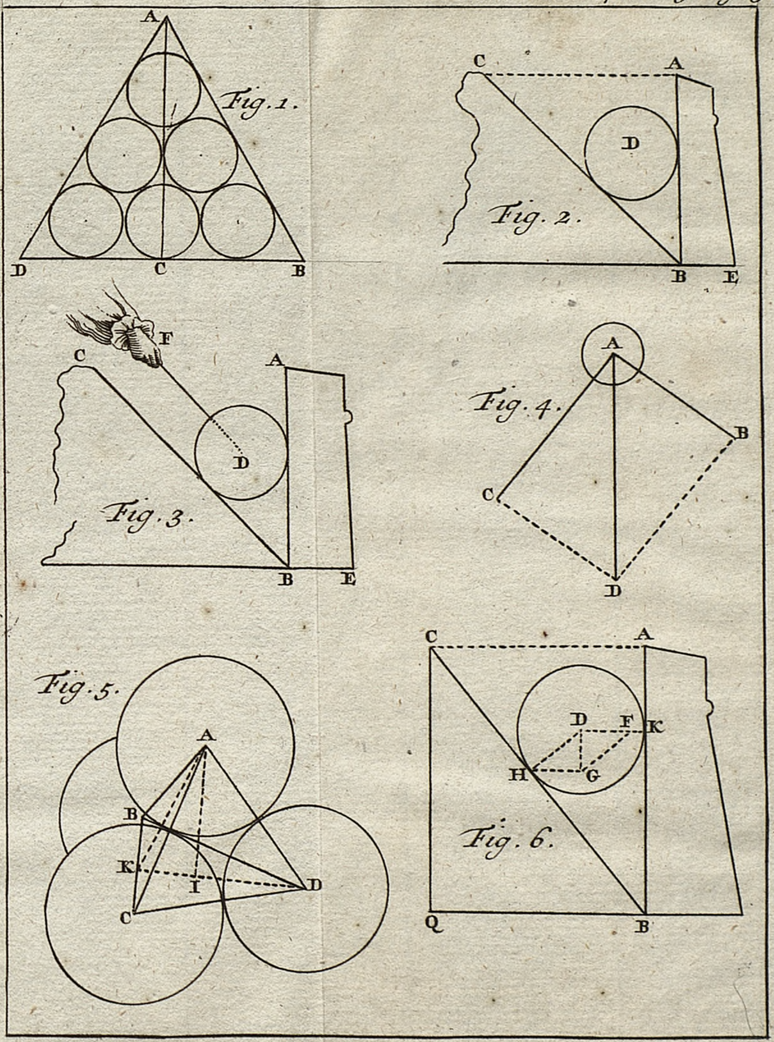


Fig. 1.
A
D
C
B
Fig. 2.
C
A
D
B
E
Fig. 3.
F
C
A
D
B
E
Fig. 4.
A
B
C
D
Fig. 5.
A
B
K
I
D
C
Fig. 6.
C
A
D
F
K
H
G
Q
B

Fig. 8.

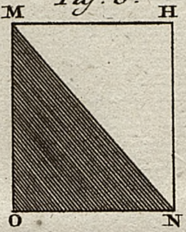


Fig. 9.

10.

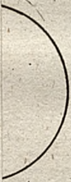


Fig. 11.

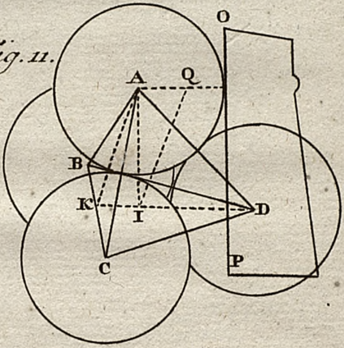
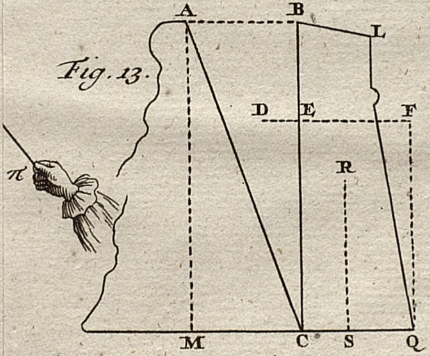


Fig. 13.



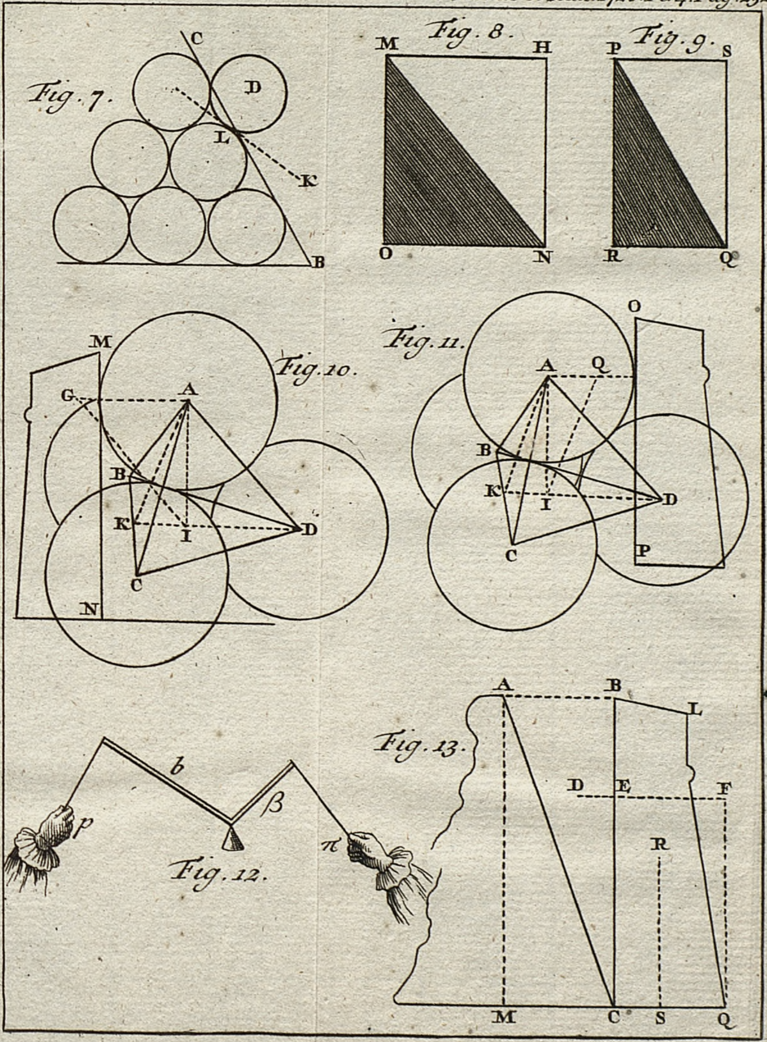


Fig. 7.
C
D
L
K
B
Fig. 8.
M
H
O
N
Fig. 9.
P
S
R
Q
Fig. 10.
M
G
A
B
K
I
D
C
N
Fig. 11.
O
A
Q
B
K
I
D
C
P
Fig. 12.
b
β
p
π
Fig. 13.
A
B
L
D
E
F
R
M
C
S
Q

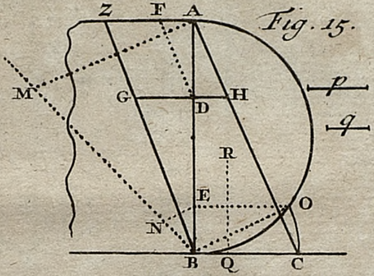


Fig. 15.

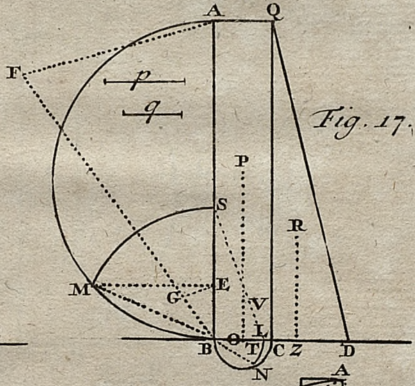


Fig. 17.

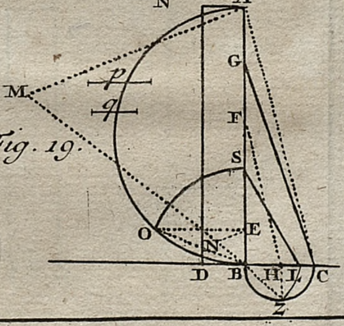


Fig. 19.

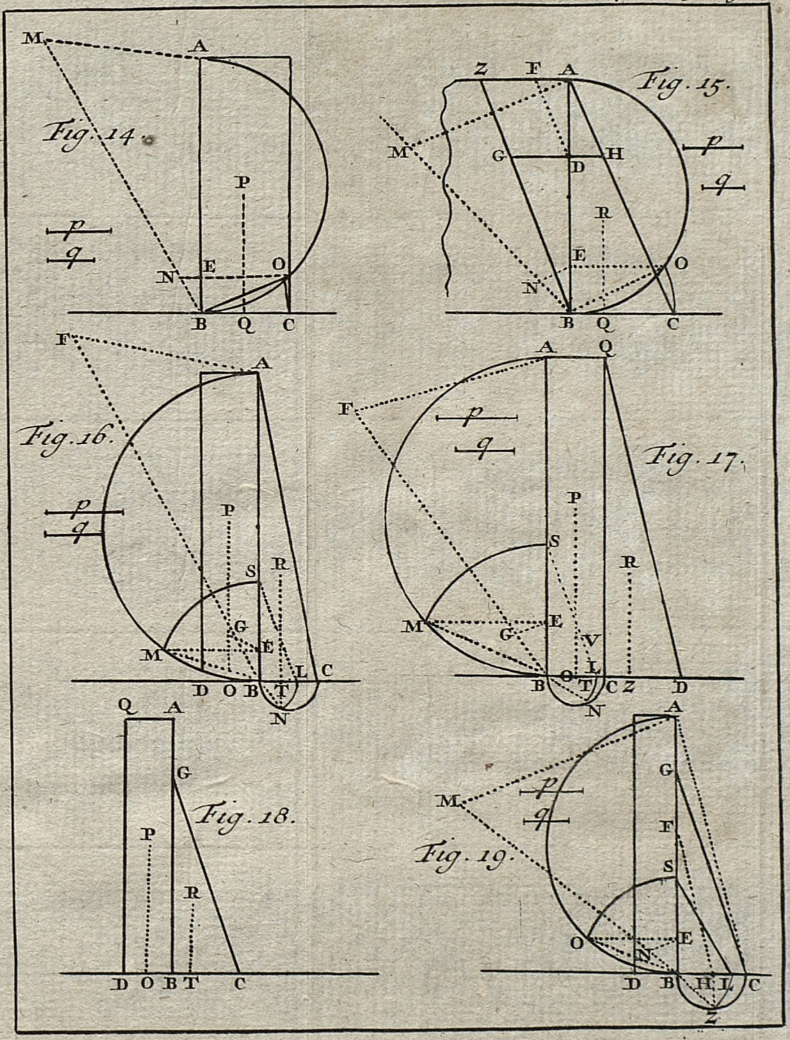


Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.

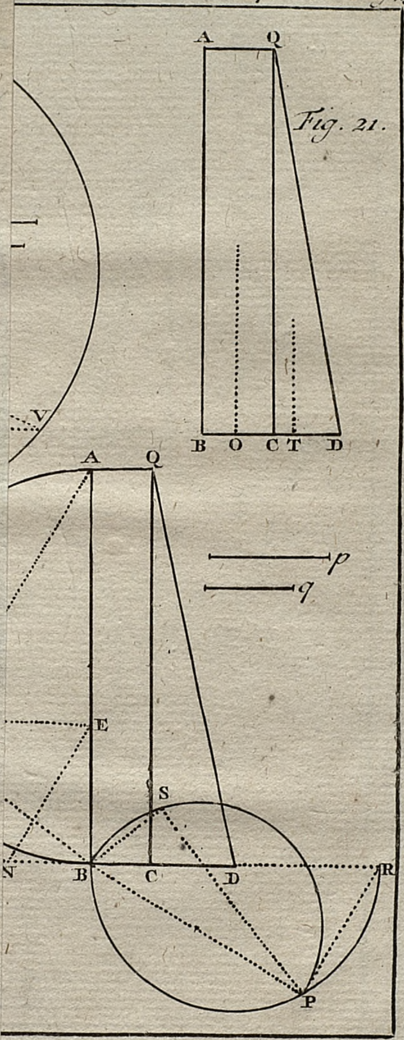


Fig. 21.

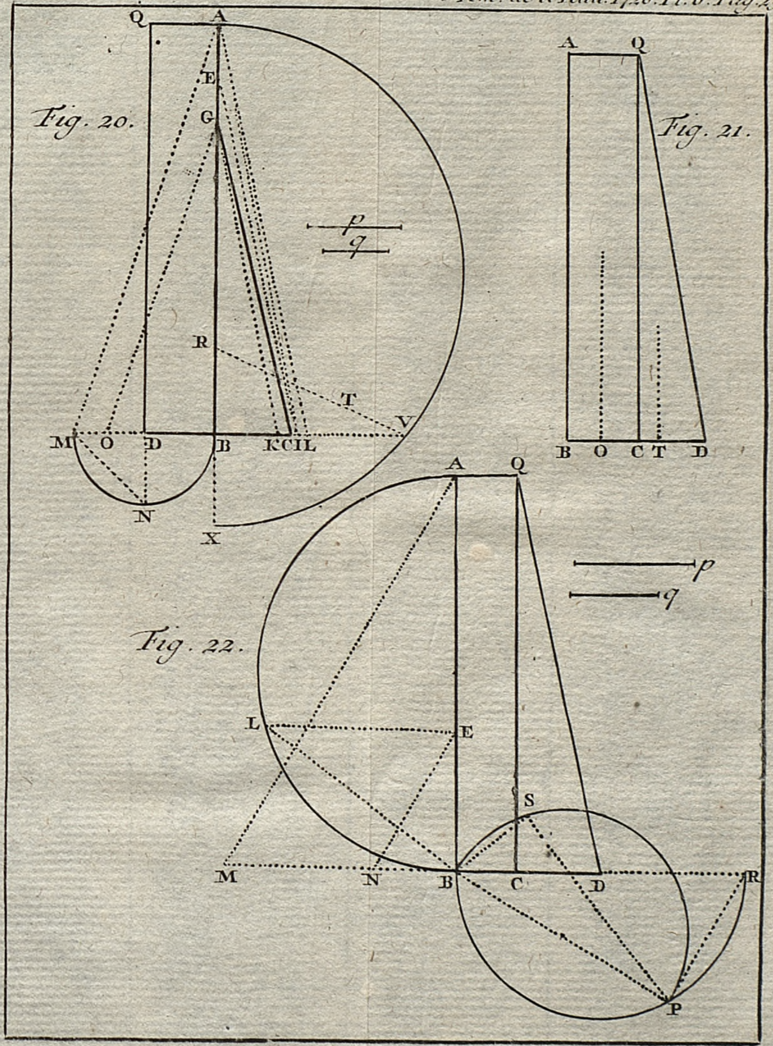
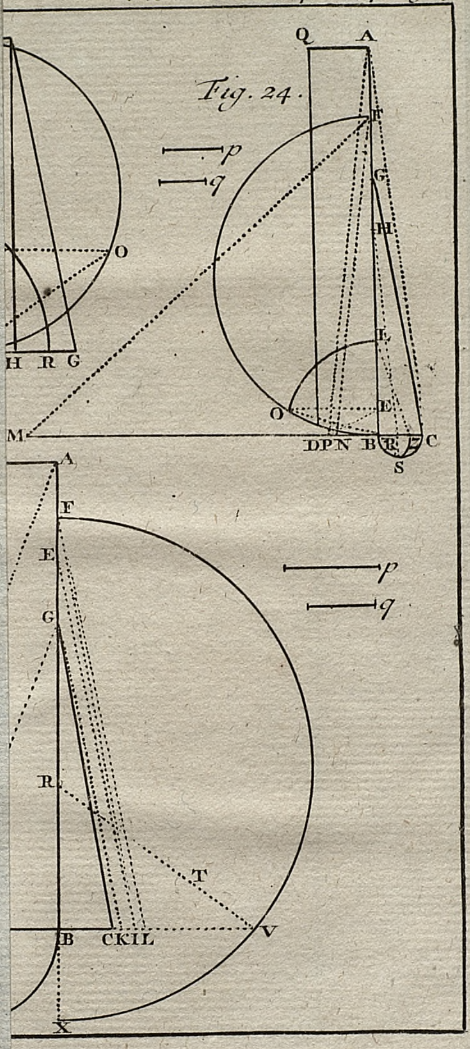


Fig. 20.
Q
A
E
G
p
q
R
T
V
M
O
D
B
K
C
I
L
N
X
Fig. 21.
A
Q
B
O
C
T
D
Fig. 22.
A
Q
p
q
L
E
S
M
N
B
C
D
R
P

Fig. 24.



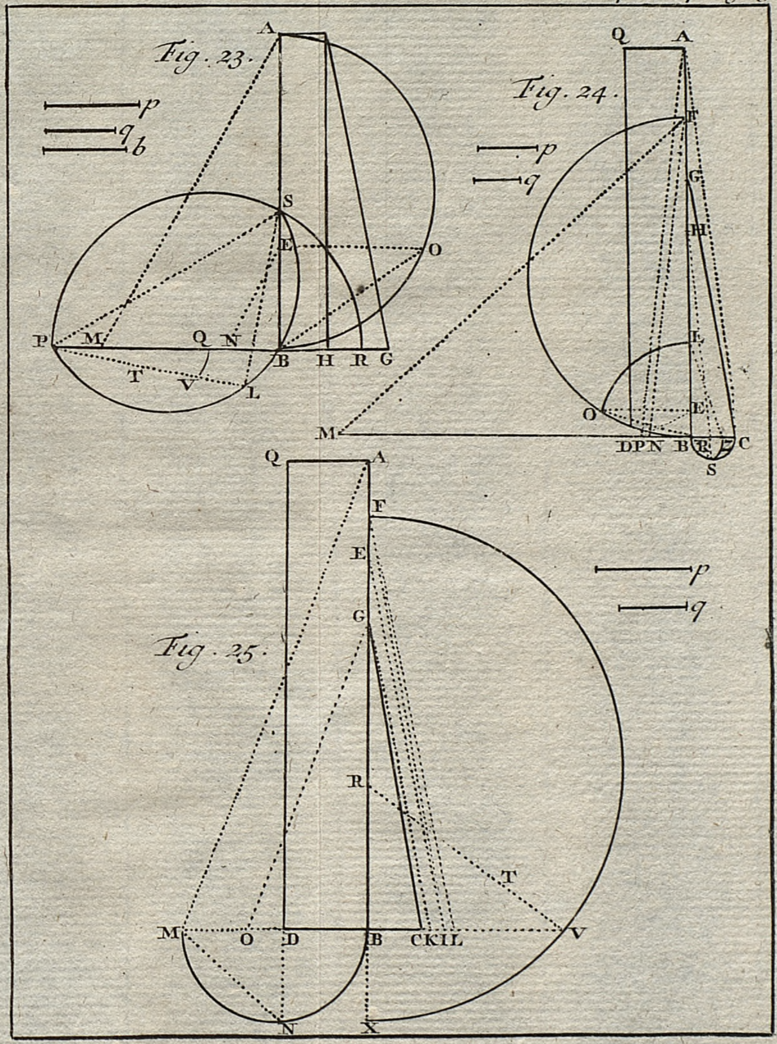


Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.