TRABAJO FIN DE MÁSTER

MUFPES - Especialidad Matemáticas

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

“GEOMETRÍA ANALÍTICA EN 4° ESO“

IES EMÉRITA AUGUSTA

Departamento de Matemáticas

Alumno: José Ramón García Pérez
Tutor de prácticas: Sergio González Ballester
Director TFM: Pedro J. Rosa González

junio 2022

Índice general

Capítulo 1

Descripción del Centro

El Instituto de Enseñanza Secundaria Emérita Augusta está ubicado en lo que se conoce como la Zona Sur de la ciudad de Mérida, provincia de Badajoz. El centro se enmarca en torno a un sector de población muy heterogéneo tanto desde un punto de vista socioeconómico como cultural, pero con predominio de sectores de clase media.

Consta de 3 edificios: el principal, uno para bachillerato y ciclos formativos, y un tercero para el gimnasio. El Instituto cuenta con una Biblioteca, y con una emisora de Radio. Actualmente dispone de 158 ordenadores personales, 130 portátiles, 56 pizarras electrónicas, 26 tablets, 25 tabletas digitales y 20 libros electrónicos.

Figura 1.1: Entrada Principal

La mayor parte del alumnado proviene del Colegio Octavio Augusto, que está muy próximo al edificio del instituto. Es el principal aporte, aunque también hay alumnos escolarizados que proceden de zonas muy diversas de la localidad o, en pequeña proporción, de localidades próximas a Mérida que no poseen Centro de Enseñanza Secundaria. Lo conforman un total de 750 alumnos y 86 profesores, en el actual curso académico. Se imparten la siguientes enseñanzas:

- E.S.O. y Bachillerato, con las modalidades de: Ciencias y Tecnología, Humanidades y Ciencias Sociales.
- Ciclos Formativos de Electricidad y Electrónica: FP Básica "Electricidad y Electrónica", Ciclo formativo de grado medio de "Instalaciones de Telecomunicaciones", Ciclo formativo de grado superior de "Sistemas de Telecomunicaciones e Informáticos"
- Ciclos Formativos de Transporte y mantenimiento: Ciclo formativo de grado medio de "Electromecánica de Vehículos Automóviles", Ciclo formativo de grado medio de "Carrocería", Ciclo formativo de grado superior "Automoción"
- Ciclos Formativos de Energía y Agua: Ciclo formativo de grado superior "Eficiencia Energética y Energía Solar Térmica"

Es un Centro con bastante actividad, en cuanto a programas y proyectos se refiere. Entre los más importantes tenemos: programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR), sección bilingüe de inglés, tercera lengua extranjera (portugués), asociación de centros de Francia, Italia y Portugal, Cite Steam, Cite Colaborativo, Radio EDU, Scholarium, Librarium. Proyectos no oficiales: Kanguro matemático, Olimpiadas Matemáticas y Física, Skills (para FP), y Proyecto intergeneracional Hypatia, con residencias de la 3ª edad.

Capítulo 2

Análisis sobre la intervención docente

2.1. Introducción

El período de la intervención docente se ha desarrollado entre los días 14 de marzo y 10 de mayo, ambos inclusives. Durante dicho periodo se fue alimentando diariamente, en el siguiente “Web Site“, todo lo que se iba desarrollando durante la mañana en el centro educativo.

Mi tutor de prácticas, Sergio González, imparte enseñanza en los siguientes cursos: 1º ESO -E- Refuerzo, 2º ESO -A- (del que es tutor de los alumnos), dos grupos de 4º ESO -B- y -C- con Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas y 1º BACHILLERATO -B-, en la especialidad de Ciencias Sociales.

Tipos de actuaciones realizadas durante la intervención docente:

1. Observación en el aula.
2. Asistencia a reuniones: de departamento, de evaluación, de tutores y extraordinarias para abordar algún asunto específico.
3. Actividades extraescolares y complementarias
4. Docencia compartida con el tutor: 1º ESO Refuerzo y 2º ESO
5. Docencia directa, con un total de 55 horas, distribuidas de la siguiente manera:
    a) 21 horas: 4º ESO - Grupo B -
    b) 21 horas: 4º ESO - Grupo C -
    c) 12 horas: 1º BACHILLERATO - Grupo B -
    d) 1 hora: 2º ESO - Grupo A -

2.2. Identificación de la Unidad Didáctica

Durante la docencia directa, se han impartido dos unidades didácticas.

1. En los grupos B y C de 4º ESO, Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas: “Geometría Analítica“. Fecha de inicio: 21 de marzo. Fecha de fin: 10 de mayo
2. En 1º BACHILLERATO, Ciencias Sociales: “Estadística. Distribuciones Bidimensionales“. Fecha de inicio: 7 de abril. Fecha de fin: 10 de mayo.

De las dos unidades mencionadas, la que es objeto de este trabajo es la impartida en **Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas -4º ESO-**

"GEOMETRÍA ANALÍTICA". Grupo B y Grupo C

2.3. Justificación

Como primera, y más importante justificación de la necesidad de impartir esta Unidad en 4º de la ESO, es que aparece en el vigente *Decreto 98/2016, de 5 de julio, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato para la Comunidad Autónoma de Extremadura.* De aquí en adelante lo nombraremos como Decreto 98/2016, simplemente.

Por otro lado, está justificada por uno de los objetivos marcados en la Programación del Departamento de Matemáticas del centro educativo para 4º ESO: *Profundizar en el conocimiento de configuraciones geométricas sencillas a través de la geometría analítica plana.* Dentro de dicha programación, esta unidad está en el Bloque de Geometría, siendo la última, y aparece numerada como la 8 de un total de 12 que conforman el curso. La temporalización indica su inicio a principios del mes de marzo, desarrollándose durante tres semanas.

Dada la necesaria coordinación interdisciplinar de las materias que componen el curso, se hace coincidir el inicio de la unidad de Geometría Analítica con el estudio de la *Naturaleza vectorial de las fuerzas*, que forma parte de los contenidos de la asignatura de Física y Química.

Finalmente, la impartición de esta unidad tiene un carácter propedéutico de cara al Bachillerato de Ciencias, siendo importante conocer de manera introductoria los conceptos básicos de la Geometría analítica del plano para una posterior profundización de la misma en cursos venideros.

2.4. Grupos de alumnos. Características

En general, tanto en el Grupo B como en el C, se observan carencias en las destrezas básicas con operaciones algebraicas así como en la rigurosidad y el orden en el desarrollo de ejercicios y problemas matemáticos. Esta observación inicial se ha corroborado a lo largo del periodo de enseñanza de la unidad didáctica, a través de los ejercicios entregados y las revisiones de cuadernos. Los dos últimos cursos, impartidos bajo el periodo de pandemia de la COVID-19, han sido determinantes en esta situación provocando carencias en los conocimientos previos aprendidos tanto en 2º como en 3º ESO donde se aprecia falta de práctica en la ejecución de problemas y ejercicios de matemáticas.

2.4.1. Grupo B

Este grupo está formado por un total de 23 alumnos, de sección no bilingüe de inglés. El perfil general atiende a adolescentes con cierto interés por los estudios, con excepciones, y su comportamiento es el esperado en chicos y chicas de esta edad. Se tiene un alumno bajo un entorno social de convivencia diferente, más complejo de lo habitual, pues reside en un Centro de Menores porque no tiene tutores legales. Se trata de un chico con un perfil bastante normal, pero que se ha apreciado una gran falta de confianza en sí mismo.

No hay ningún caso con necesidad específica de apoyo educativo (ACNEAE) ni con necesidades educativas especiales (ACNEE).

Se tiene 1 alumno con las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO pendiente de recuperar. No hay ningún repetidor.

2.4.2. Grupo C

Este grupo está formado por un total de 22 alumnos, de sección no bilingüe de inglés. El perfil general es de chicos y chicas muy habladores, con no mucho interés por la asignatura y falta de madurez. No son capaces de estar bajo concentración más de 5 minutos. Provocan continuas interrupciones durante la ejecución de la clase, por lo que se complica mantener la concentración del docente. Cierto es que no son alumnos disruptivos, perfil más habitual en los primeros cursos de la ESO.

En este grupo se tiene un alumno ACNEAE, diagnosticado con TDAH (Transtorno por Déficit de Atención e Hiperactividad), que tiene un tratamiento bien controlado y que no presenta ningún tipo de dificultad añadida que a veces este trastorno ocasiona. Se observa en el día a día que tiene interés por el aprendizaje. Además, actualmente hay otro alumno en fase de estudio psicopedagógico, y probablemente tenga un desfase curricular, pero no hay informe todavía del Departamento de Orientación. No hay alumnos ACNEE.

Se tienen 4 alumnos con las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO pendientes de recuperar. No hay ningún repetidor de este curso, pero sí hay un alumno que repitió 1º ESO, y el alumno con TDAH que repitió 2º ESO.

2.5. Objetivos y contenidos. Contribución a la adquisición de Competencias Clave

2.5.1. Objetivos

Se toma como referencia la Programación Didáctica [6] de la asignatura, donde esta unidad aparece identificada como la **NÚMERO 8**. En ella, aparecen los objetivos generales del curso y, posteriormente, en cada unidad aparecen objetivos específicos de las mismas. Como síntesis, serán de aplicación los siguientes:

Objetivos generales de 4º ESO, aplicables a la unidad didáctica:

- Generar variaciones en los problemas ya resueltos con el fin de profundizar en ellos.
- Desarrollar la resiliencia en la resolución de situaciones nuevas.
- Profundizar en el conocimiento de configuraciones geométricas sencillas a través de la geometría analítica plana.

Objetivos específicos de la unidad de Geometría Analítica del plano:

- Introducirse en la geometría analítica con ayuda de los vectores. Resolver problemas de incidencia, paralelismo, perpendicularidad y obtener distancias.

2.5.2. Contenidos

A continuación, se describen tres cuadros: en el primero aparecen los Contenidos curriculares aplicados del Decreto 98/2016, Bloque 1; en el segundo los del Bloque 3, y por último los Contenidos que se establecieron de la propia unidad didáctica. Se le ha asociado un código a cada contenido de la Ley, enumerados según el orden en el que aparecen escritos en la misma. Estos códigos serán mencionados cuando se desarrolle el Apartado de Evaluación: 2.11

B1- PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS

B1-1. Planificación del proceso de resolución de problemas.

B1-2. Análisis y comprensión del enunciado.

B1-4. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.

B1-9. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para: c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.

B3- GEOMETRÍA

B3-4. Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo, perpendicularidad.

B3-6. Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.

CONTENIDOS UNIDAD 8: GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. CONCEPTO DE VECTOR. VECTORES EN EL PLANO. MÓDULO, DIRECCIÓN Y SENTIDO.
2. OPERACIONES CON VECTORES: PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN NÚMERO, SUMA, RESTA Y COMBINACIÓN LINEAL DE VECTORES.
3. VECTORES QUE REPRESENTAN PUNTOS. DIVIDIR UN SEGMENTO EN PARTES IGUALES.
4. PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO.
5. PUNTOS ALINEADOS.
6. ECUACIONES DE LA RECTA: VECTORIAL, PARAMÉTRICA, CONTINUA Y EXPLÍCITA
7. RECTAS. PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD: VECTOR PERPENDICULAR A OTRO, RECTA PERPENDICULAR A OTRA.
8. RECTAS PARALELAS A LOS EJES COORDENADOS.
9. POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS.
10. DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS
11. ECUACIÓN DE UNA CIRCUNFERENCIA

2.5.3. Contribución de la unidad didáctica a la adquisición de las Competencias Clave

Las competencias clave se definieron atendiendo a la Recomendación 2006/962/EC del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, quedando fijadas en *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato* [7], en su artículo 2.2. y que aparecen corroboradas en el artículo 4 del Decreto 98/2016.

COMPETENCIAS CLAVE (C.C.)

Código	**Descripción**
CCL	Comunicación lingüística
CMCT	Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología
CD	Competencia digital
CAA	Aprender a aprender
CSC	Competencias sociales y cívicas
SIEE	Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor
CEC	Conciencia y expresiones culturales

Cuadro 2.1: Contribución a la adquisición de las competencias clave

C.C.	ACTIVIDAD
CCL	1. Preguntas durante las explicaciones teóricas a los alumnos, proponiendo que describieran los conceptos vistos. 2. Resolución de ejercicios en la pizarra. Se pide argumentación a los alumnos de los pasos que siguen. **Actividades:** 2.10.4 y 2.10.5
CMCT	1. Los conceptos de la unidad se explican primero de forma geométrica y posteriormente en su forma algebraica. Se insiste en adquirir destreza en la visualización de elementos geométricos en el plano: vectores y posiciones relativas de dos rectas. 2. Durante toda la unidad didáctica se explica la necesidad de resolver los ejercicios de una forma rigurosa, desde un punto de vista matemático. 3. En cada ejercicio se insiste en el modelo integrado de resolución de problemas: análisis y comprensión del enunciado, ¿qué me piden?, ¿qué necesito para la resolución?, ¿qué datos me dan?, ¿qué datos me faltan y cómo puedo obtenerlos?, ¿qué estrategia puedo seguir para llegar a la solución? 4. Se realiza alguna demostración teórica paso a paso para comenzar a familiarizarse con ellas. **Actividades:** 2.10.1, 2.10.2, 2.10.3, 2.10.6 y 2.10.8
CD	1. Se realizan explicaciones de la unidad con Geogebra, dando a conocer la herramienta. Se preparan ejemplos para explicar conceptos con ellos: vectores, operaciones con vectores, división de segmentos en partes iguales,... 2. Se utilizan recursos de la web para conceptos y ejemplos de ecuaciones de la recta. Concretamente la Red Educativa Digital Descartes. [8] **Actividades:** 2.10.1, 2.10.2, 2.10.3
CAA	1. Se potencia esta competencia resolviendo ejercicios de diferentes formas, explicando distintos razonamientos. 2. Se ponen algunos ejercicios para aprender a identificar datos desde una figura geométrica, sin darlos de forma explícita. 3. Se dedica un tiempo importante a la resolución de los ejercicios evaluables enumerando los errores, buscando su causa y argumentado alternativas. Se hace lo mismo con la prueba escrita. 4. Se realiza una actividad durante una sesión de clase para, de forma autónoma, aprender un concepto nuevo y aplicarlo a un ejercicio. **Actividades:** 2.10.3, 2.10.6 y 2.10.8
CSC	1. Se realiza en grupo una actividad para la Semana Cultural del centro. 2. Se da una charla acerca de normas cívicas y de respeto, fundamentales en la convivencia dentro del aula. **Actividades:** 2.10.4, 2.10.5, 2.10.7 y 2.10.8
CEC	1. Durante la Semana Cultural se realiza la actividad: "Matemáticos y el cine" enlazando historia y cultura cinematográfica. 2. En la sesión de introducción a la unidad didáctica, se dedica una parte a la historia de la Geometría Analítica, y a sus creadores. **Actividades:** 2.10.4 y 2.10.7

2.6. Conocimientos previos y tratamiento de los contenidos transversales

2.6.1. Conocimientos previos

4º ESO es el curso donde se inicia el estudio de la Geometría Analítica. En cursos anteriores el bloque de Geometría se limita al estudio de figuras planas, traslaciones, simetrías, áreas y volúmenes, y algunos teoremas. Aunque es cierto que estos conceptos están encaminados a tener una buena comprensión de la geometría analítica, no se considera necesaria la realización de una evaluación inicial, pues vamos a partir desde cero. A posteriori se comprueba que hubiera sido más acertado la realización de una evaluación inicial. Lo veremos en el Capítulo 3.

Algunas editoriales incluyen en sus textos de 3º ESO el concepto de vector y operaciones básicas con ellos, pero no aparece explícitamente en el Decreto 98/2016. En los dos grupos de alumnos que nos conciernen, no se ha visto el concepto de vector durante el curso anterior.

2.6.2. Contenidos transversales

Los elementos transversales están incluidos en el Artículo 3 del Decreto 98/2016 según los términos del Decreto 1105/2014 [7].

Para abordarlos se han fomentado algunos valores que aparecen en el indicado Artículo 3, apartados 3.b) 3.d) y 3.g):

- La creatividad y el trabajo en equipo, a través de la actividad 2.10.8 "Construcción de una catapulta" donde los alumnos trabajaron en grupo y tuvieron que crear un dispositivo haciendo uso de herramientas y afrontando problemas durante su construcción. Han aprendido también a compartir recursos.
- La confianza y el sentido crítico, a través de una charla en la actividad 2.10.5, explicando cómo no se debe actuar para generar pérdida de confianza en los demás compañeros.
- La no discriminación por cualquier condición o circunstancia personal, social o cultural en la Actividad 2.10.7.
- La educación para la salud psicológica, a través de una mesa redonda tras la charla de un equipo de psicólogas de la Junta de Extremadura. Actividad 2.10.5
- La educación para la salud física, aprovechando las Actividades 2.10.1 y 2.10.2 de conceptos de vectores y división de segmentos, ejemplarizándolas a través de un deporte como el piragüismo, del que hay afición en la ciudad de Mérida.

2.7. Medidas de individualización del proceso de enseñanza-aprendizaje y la atención a la diversidad

En cuanto al grupo B, no se han tomados medidas de atención a la diversidad, dado que no tenemos perfiles con necesidades educativas especiales. Tampoco tenemos alumnos que sobresalgan especialmente por tener un nivel muy por encima de lo habitual. Sí que se le presta especial atención al alumno que tiene falta de autoconfianza (comentado en el perfil de los alumnos), dándole un refuerzo positivo en los momentos en que se consideraba oportuno.

En el grupo C tampoco se han tomado medidas de gran calado pero, dado que tenemos un alumno con TDAH, se ha tomado alguna medida:

- Se le ha ubicado en primera fila
- Cada día se le pregunta personalmente si iba siguiendo la explicación, dirigiéndome a él de manera más frecuente que al resto de la clase.
- Se le ha dejado 20 minutos más en la realización de la prueba escrita.

2.8. Metodología y recursos utilizados

2.8.1. Metodología

1. **Tipo:** Se ha impartido la unidad didáctica utilizando una metodología expositiva tradicional, aunque utilizando recursos digitales.
2. **Organización de las sesiones:**
   a) Resolución de ejercicios propuestos el día anterior.
   b) Dudas y repaso de los contenidos más importantes del día anterior.
   c) Explicación de nuevos contenidos.
3. **Aspectos metodológicos particulares:**
   - Uso de la **pizarra digital**, no para proyectar el libro, sino para las explicaciones geométricas de los contenidos a través de recursos digitales, los cuales eran complementados con las explicaciones algebraicas correspondientes escritas en la pizarra tradicional.
   - **Participación diaria**, en dos vías. Por un lado, diariamente tenían que salir los alumnos a resolver los ejercicios en la pizarra. Por otro, preguntando a algunos de ellos durante las explicaciones teóricas con el objeto de obligarles a pensar sobre lo que se estaba exponiendo.
   - Estimulando la **autoconfianza**, dando siempre mensajes positivos ante las dificultades de aprendizaje que se iban percibiendo.
   - Para captar la atención se ha utilizado mucho la **comunicación no verbal** y la gesticulación, a través de los movimientos corporales y el continuo desplazamiento dentro del aulas sin permanecer estático.

El tutor no ha intervenido en ningún momento durante el transcurso de las clases. Se me otorga el 100 % de autonomía en el control y ejecución de cualquier asunto dentro del aula, con el fin de aprender a enfrentarme a cada posible situación real. Cualquier tipo de comentario o rectificación, se hacía siempre fuera del aula, sea cual fuera el sentido del mismo.

2.8.2. Recursos utilizados

CUADRO DE RECURSOS

	TIPO	USO	ORIGEN
Libro	Papel	Ejercicios tarea diaria	Ed. ANAYA
Libro digital	Digital	Prueba escrita	Ed. ANAYA
Pizarra	Tradicional	Explicación diaria	Centro educativo
Ejercicios	Papel	Ejercicios evaluables	Mixta: Ed. ANAYA y Propio
Taller	Tradicional	Contenidos transversales: construcción catapulta	Centro educativo
Pizarra	Digital	Proyección de recursos digitales	Centro educativo
Classroom	Digital	Medio de comunicación diario	Google
Geogebra	Digital	Conceptos y ejemplos	Propio
Web	Digital	Conceptos y ejemplos	Proyecto Descartes
Web	Digital	Contenidos transversales: Matemáticos y el cine	Propio

2.9. Secuenciación y Temporalización de las actividades de enseñanza-aprendizaje

La unidad didáctica forma parte de la 3ª evaluación del curso académico. Inicialmente se programa en 16 sesiones para cada uno de los grupos, con fecha de inicio el 21 de marzo y fecha de fin el día 25 del mes de abril.

Finalmente, la unidad se imparte en 21 sesiones, aumentando en 5 más las inicialmente previstas. Dos de ellas debidas a la Semana Cultural, donde hicimos actividades para trabajar competencias transversales. El resto son debidas a una incorrecta planificación.

La secuenciación es válida tanto para el Grupo B como el Grupo C. Se nombran las sesiones por número, sin indicar fecha de impartición, por dos motivos. El primero, que los días en que ambos tienen Matemáticas no coinciden. El segundo, que había un desfase de dos días entre ambos grupos. Este desfase se compensó con el día 2 de mayo, que fue fiesta, y con el día 29 de abril, que estuve en una actividad extraescolar con 2º de la ESO, fuera del centro. El resultado final es el mismo número de sesiones en los dos grupos.

Cuadro 2.2: **Secuenciación y temporalización. Introducción: Sesión 1**

SESIÓN	ACTIVIDADES
1	1. Explicación de los criterios de evaluación 2. ¿Qué es la geometría analítica? Historia y aplicaciones en la vida cotidiana 3. Concepto de vector, utilidad. Módulo, dirección y sentido. Ejercicios. 4. Actividades propuestas para casa del libro: 2

Cuadro 2.3: **Secuenciación y temporalización. Desarrollo de la unidad: Sesiones 2 a 11**

SESIÓN	ACTIVIDADES
2	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Producto de un vector por un número. Vectores proporcionales. 3. Suma de vectores. 4. Actividades propuestas para casa del libro: 1
3	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Resta de vectores, concepto geométrico y resolución algebraica. 3. Cuándo dos vectores tienen la misma dirección. 4. Actividades propuestas para casa del libro: 2
4	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Entrega de la Hoja 1 de ejercicios evaluables.
5	1. Repaso 2. Vectores que representan puntos. 3. División de un segmento en partes iguales. 4. Punto medio de un segmento. Demostración teórica de la fórmula. 5. Actividades propuestas para casa del libro: 3
6	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Puntos alineados. Condición de proporcionalidad. 3. Actividades propuestas para casa del libro: 4
7	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Ecuaciones vectorial y paramétrica de la recta. 3. Actividades propuestas para casa: estudiar lo visto hoy
8	1. Repaso con recursos digitales. 2. Ecuación en forma continua y explícita de la recta. 3. Cómo hacer los ejercicios. 4. Actividades propuestas para casa del libro: 2. Repasar con los recursos digitales.
9	1. Actividad: "Matemáticos y el cine".
10	1. Actividad: mesa redonda "Ansiedad y los problemas de salud mental". 2. Ejercicios, de forma individual.
11	1. Corrección de la Hoja 1 de ejercicios evaluables. 2. Entrega de la Hoja 2. 3. Revisión de cuadernos.

Cuadro 2.4: **Secuenciación y temporalización. Desarrollo de la unidad: Sesiones 12 a 21**

SESIÓN	ACTIVIDADES
12	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Rectas. Paralelismo. Ecuación punto pendiente. 3. Actividades propuestas para casa del libro: 1.
13	1. Corrección de ejercicios propuestos en Semana Santa.
14	1. Corrección de ejercicios propuestos y repaso. 2. Cuándo dos rectas son paralelas. Calcular una recta paralela a otra. 3. Perpendicularidad: vectores perpendiculares. Calcular una recta perpendicular a otra. 4. Actividades propuestas para casa del libro: 4.
15	1. Realización de ejercicios. 2. Entrega de la Hoja 3 de ejercicios evaluables.
16	1. Corrección de la Hoja 2 de ejercicios evaluables. 2. Rectas paralelas a los ejes de coordenadas. 3. Actividades propuestas para casa del libro: 1.
17	1. Actividad:"aprende a aprender". Posiciones relativas de dos rectas.
18	1. Posiciones relativas de dos rectas. Repaso de la actividad de la sesión anterior. 2. Distancia entre 2 puntos. 3. Ecuación de una circunferencia. 4. Actividades propuestas para casa del libro: 1.
19	1. Corrección de la Hoja 3 de ejercicios. 2. Resolución de dudas de la unidad didáctica. Repaso de lo más importante.
20	1. Prueba escrita.
21	1. Corrección de la prueba escrita. Entrega de calificaciones.

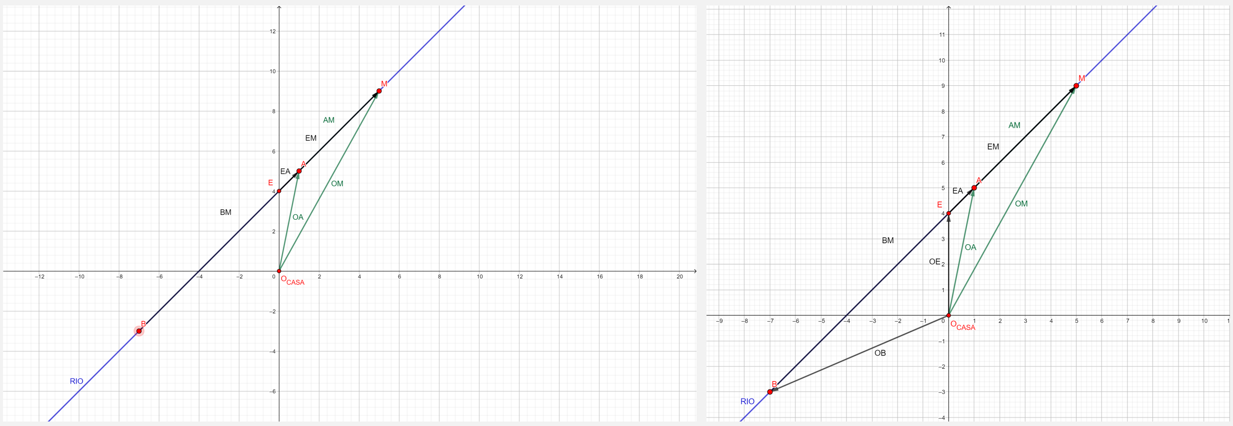
2.10. Actividades realizadas

A continuación, se enumeran las diferentes actividades realizas para esta unidad didáctica, atendiendo a su: descripción, sesión en la que fue impartida, material utilizado, objetivo, competencias trabajadas y análisis de la misma. Están ordenadas cronológicamente.

2.10.1. Actividad 1: Explicación del concepto de vector y su uso. Componentes: módulo, dirección y sentido.

- **SESIÓN:** Nº 1.
- **GRUPOS:** B y C
- **MATERIAL:** Software Geogebra (elaboración propia), ordenador y pizarra digital.
- **OBJETIVO:** Facilitar la comprensión geométrica del concepto de vector y preparar la visión geométrica de las operaciones con vectores.
- **DESCRIPCIÓN:** Para la explicación del concepto de vector se utiliza un símil, que se mencionará a los alumnos a lo largo de toda la unidad, en el que un día de excursión con amigos comienza partiendo de la casa de uno de ellos. Se decide visitar un pequeño bosque (M) situado al borde del río, que pueden hacerlo a través de 2 caminos. Lo hacen por el camino 1. Otro día, quieren volver al mismo lugar, pero esta vez prefieren ir en piragua a lo largo del río, por lo que se desplazan primero hasta él, donde están situadas las embarcaciones (E). Posteriormente avanzan, practicando así deporte y haciendo varias paradas en el río hasta llegar a su destino final, de nuevo el punto (M).

Figura 2.1 CONCEPTO DE VECTOR



Enlace a Geogebra

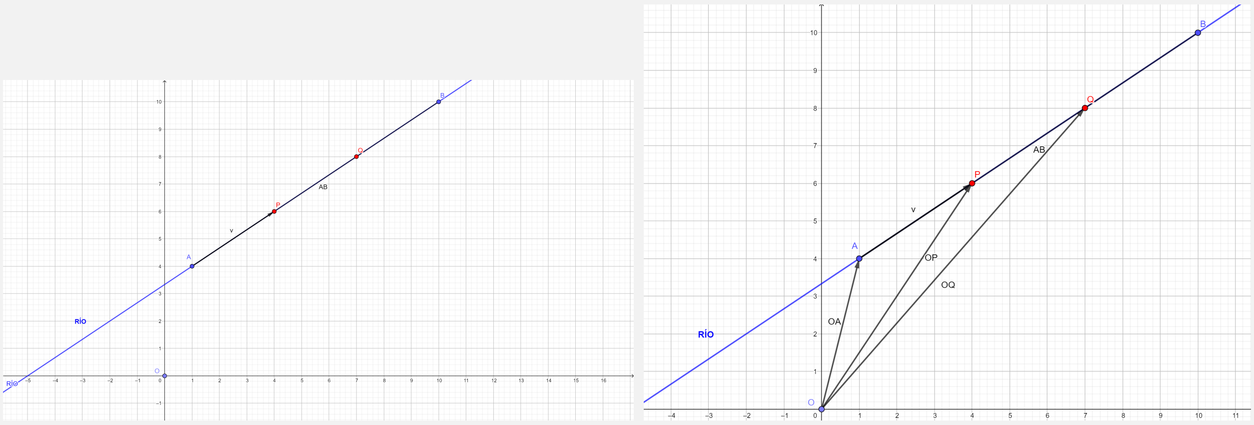
- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CMCT, CD
- **ANÁLISIS:** Esta fue la primera actividad que se llevó a cabo, y fue realizada durante el primer día de docencia directa de la unidad didáctica. Se capta la atención de los alumnos correctamente, entiendo que no sólo por el hecho de trabajar sobre la pizarra digital, sino porque estarían atentos a su nuevo profesor. La clase con el Grupo C se hizo con más soltura, pues previamente se había practicado con el Grupo B. La actividad fue contextualizada en un ambiente de naturaleza y deporte (piragüismo), trabajando así competencias transversales.

2.10.2. Actividad 2: Explicación de vectores que representan puntos. Dividir un segmento en partes iguales.

- **SESIÓN:** Nº 5.

- **GRUPOS:** B y C
- **MATERIAL:** Software Geogebra (elaboración propia), ordenador y pizarra digital.
- **OBJETIVO:** Facilitar la comprensión geométrica del procedimiento para dividir un segmento en partes iguales.
- **DESCRIPCIÓN:** Se dibuja nuevamente una recta, que representa el río, y sobre ella se explica cómo se puede dividir el punto desde donde partimos con la piragua hasta el punto de destino (el bosque) en 3 partes iguales, pues las embarcaciones son de tres y cada uno va a remar $\frac{1}{3}$ del recorrido.

Figura 2.2 DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN PARTES IGUALES



Enlace a Geogebra

- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CMCT, CD
- **ANÁLISIS:** Esta actividad se compagina con la pizarra tradicional, donde se explica la parte analítica. Además, se utilizan este día tizas de colores para completar lo expuesto con Geogebra. Se nota la diferencia del manejo de las herramientas en el aula en la actividad 2, tras la experiencia con la actividad 1, y más trabajando con dos grupos a la vez. La actividad sigue contextualizada en un entorno de naturaleza y deporte.

2.10.3. Actividad 3: Ecuaciones vectorial y paramétricas de la recta en la Red Educativa Digital Descartes

- **SESIÓN:** Nº 8.
- **GRUPOS:** B y C
- **MATERIAL:** Recurso web "Red Educativa Digital Descartes", ordenador y pizarra digital.
- **OBJETIVO:** Facilitar geométricamente la comprensión de cómo se obtienen las ecuaciones vectoriales y paramétricas de la recta.
- **DESCRIPCIÓN:** Se accede a la aplicación del Proyecto Descartes para explicar de donde sale la expresión genérica de la ecuación vectorial de la recta: podemos obtener el valor de un cualquier punto genérico (x, y) posicionándonos en un punto conocido P de

Figura 2.3 CONCEPTO ECUACIÓN VECTORIAL DE LA RECTA

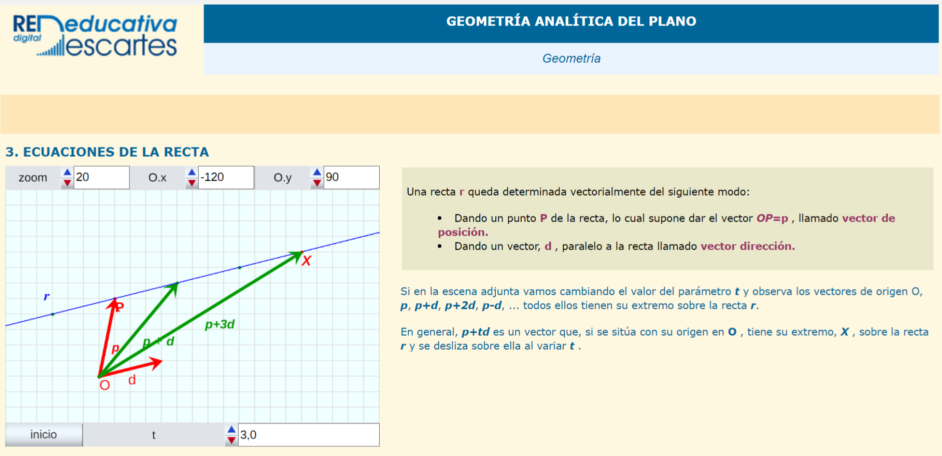
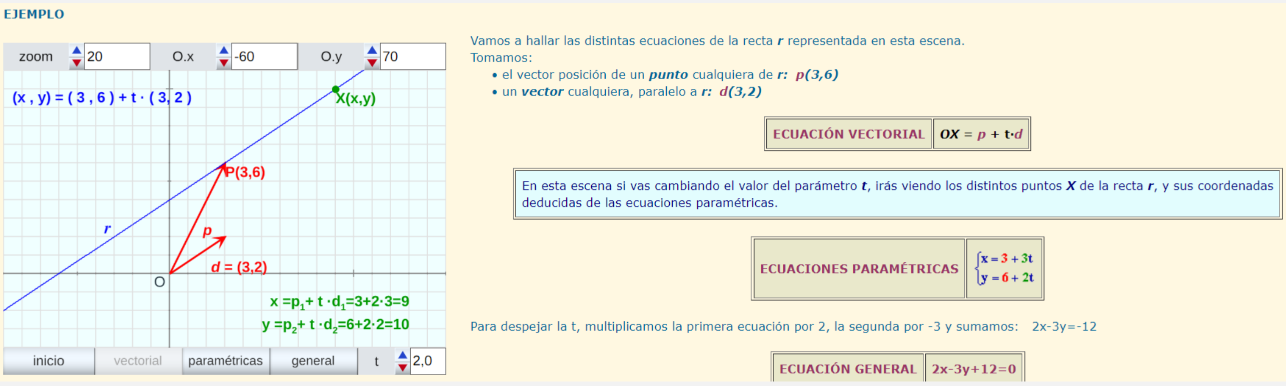


Figura 2.4 EJEMPLO ECUACIÓN VECTORIAL



la recta, y con la dirección $\vec{d}$ conocida. Nos desplazamos t veces por ella para llegar al punto genérico destino (x, y).

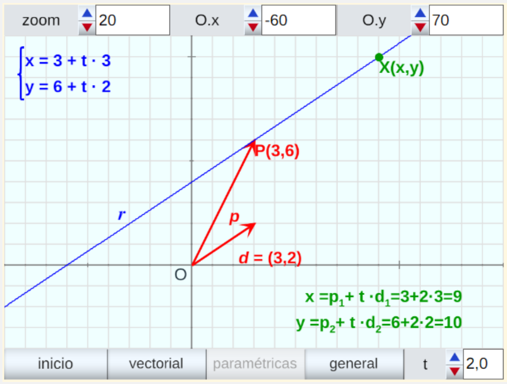
Enlace al recurso

- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CMCT, CD, CAA
- **ANÁLISIS:** Esta actividad complementa la explicación que se ha realizado en la pizarra tradicional, donde se procedió a ir escribiendo toda la parte analítica. Se vuelven a utilizar tizas de colores para la representación geométrica, pues son de gran ayuda. Se observa claramente que las actividades interactivas tienen un efecto positivo en la asimilación de conceptos a los alumnos. Además, pueden repetirla y trabajar con ella desde casa a través del enlace que se les envía por Classroom, facilitando así el aprendizaje de forma autónoma. Se concluye que se deberían utilizar con mayor frecuencia los recursos tecnológicos, pues la sensación es que los alumnos lo entienden mejor y la clase les resulta más atractiva y menos monótona.

2.10.4. Actividad 4: Matemáticos y el cine.

- **SESIÓN:** Nº 9.
- **GRUPOS:** B y C

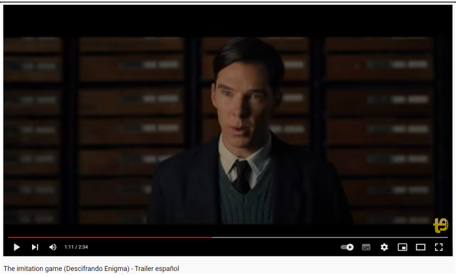
Figura 2.5 EJEMPLO ECUACIÓN PARAMÉTRICA



- **MATERIAL:** Recursos web, ordenador, pizarra digital y material elaborado para la ocasión.
- **OBJETIVO:** Dar a conocer figuras importantes de las matemáticas en la historia a través del arte cinematográfico.
- **DESCRIPCIÓN:** Esta actividad se preparó para impartirla durante la semana cultural del centro educativo. Consistía en dar a conocer a 4 matemáticos importantes, de diferentes entornos sociales y partes del mundo, sobre los que se hubiese rodado una película. Se contaba de viva voz una pequeña biografía y se preparó escrita alguna cuestión curiosa, con el fin de captar la atención de los alumnos. Posteriormente se les puso un trailer de la película en cuestión y se les incitaba a verla. Para terminar, se tenía un pequeño debate.

Imagen	Película - Personaje
 Trailer	MIDIENDO EL MUNDO - Carl Friedrich Gauss
 Trailer	EL HOMBRE QUE CONOCÍA EL INFINITO - Srinivasa Ramanujan

Cuadro 2.5: Matemáticos y el cine I

Imagen	Película - Personaje
 Trailer	DESCIFRANDO ENIGMA - Alan Turing
 Trailer	UNA MENTE MARAVILLOSA - John Forbes Nash

Cuadro 2.6: Matemáticos y el cine II

- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CCL, CSC y CEC
- **ANÁLISIS:** Se considera una actividad multidisciplinar donde se da a conocer a los alumnos no sólo figuras históricas, sino diferentes sociedades y épocas en las que vivían, tratando así temas como la discriminación. En el caso de Ramanujan por su raza y origen humilde. En el caso de Alan Turing, por su orientación sexual, y con John Nash la sensibilización ante los problemas de salud mental, tema sobre el que se está trabaja mucho actualmente con el objetivo de que sea normalizado en la sociedad. Además, se da a conocer en qué campo trabajaban, por lo que también se cultiva la cultura matemática en sus diferentes ramas. Esta actividad ha tenido una buena aceptación. Primero se estuvo preguntando si conocían a matemáticos famosos, para que dijeran algún nombre. Curiosamente, tanto en el Grupo B como en el C, dijeron Einstein. Hay gran carencia de cultura matemática. De las 4 películas nombradas habían oído hablar sólo de dos: “Una mente maravillosa“ y “Descifrando enigma“, pero sobre todo esta última.

2.10.5. Actividad 5: Coloquio tras charla sobre la ansiedad y los problemas de salud mental

- **SESIÓN:** Nº 10.
- **GRUPOS:** B
- **MATERIAL:** Aula.
- **OBJETIVO:** Promover la expresión oral y normalizar los problemas de salud mental.
- **DESCRIPCIÓN:** Durante la semana cultural del centro se organiza, por parte del Departamento de Orientación, una charla con dos psicólogas dirigida a los alumnos de 4º de la ESO para dar a conocer los problemas de salud mental más habituales entre

los adolescentes. Al día siguiente, en la hora de Matemáticas, se dedican 30 minutos a realizar un debate para comentar cada uno qué le había parecido la charla.

- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CCL y CSC
- **ANÁLISIS:** Durante estos 30 minutos se han expuesto diferentes opiniones acerca de la charla recibida. En el Grupo B comentan que las ponentes no les resultaron personas cercanas, sino todo lo contrario, que mantenían una seriedad y una distancia que no les hacía sentirse cómodos para participar; esto me ha llamado la atención. Pude estar unos minutos en la Sala de usos Múltiples y observé que los asientos estaban en fila, de una manera clásica y las ponentes subidas a la tarima tras la mesa larga de conferenciantes. Se entiende que esto influye de forma indirecta en los alumnos no generando un ambiente de cercanía, y más con personas que no habían conocido hasta ese momento. Por otro lado, la parte que más les ha interesado era la que trataba sobre cómo combatir la ansiedad. El Grupo C no quería comentar nada sobre la charla, por lo que organizo la Actividad 2.10.7 para ellos.

2.10.6. Actividad 6: Aprende las posiciones relativas de dos rectas

- **SESIÓN:** Nº 17.
- **GRUPOS:** B. Esta actividad sólo se preparó para este grupo aprovechando mi ausencia con una actividad extraescolar de 2º de la ESO. Sirvió también para compensar un desfase del número de sesiones que llevaba impartidas en cada grupo.
- **MATERIAL:** Libro de ANAYA [2] y hoja de instrucciones.
- **OBJETIVO:** Promover el aprendizaje autónomo y la comprensión matemática.
- **DESCRIPCIÓN:** Leer despacio la página del libro de ANAYA donde se explica las posiciones relativas de dos rectas y el esquema que se les ha entregado para la ocasión. Posteriormente, observar y comprender el ejercicio resuelto del libro. Y, finalmente, resolver el ejercicio propuesto del propio libro, según la Figura 2.6, donde se pide la posición relativa de distintos pares de rectas. En algunos de ellos había que calcular antes sus ecuaciones, con el fin de practicar también este ejercicio.

Piensa y practica

1. Di la posición relativa de estos pares de rectas:

a) r: $8x + 2y - 14 = 0$, s: $5x - y - 20 = 0$

b) r: $3x - 2y - 14 = 0$

s: pasa por $(1, -2)$ y por $(10, 1)$.

c) r: pasa por $(-1, 4)$ y $(7, -2)$.

s: $3x + 4y = 0$

d) r: pasa por $(2, -1)$ y $(8, 2)$.

s: su pendiente es $1/2$ y pasa por $(0, -2)$.

Figura 2.6: Ejercicio libro de ANAYA

- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CMCT y CAA
- **ANÁLISIS:** Se observa que muchos de los alumnos se han limitado a la resolución del sistema de ecuaciones que forman las dos rectas, sin más. No responden a la pregunta real del ejercicio. Se ha transmitido a lo largo de la unidad a los alumnos que es necesario resolver los ejercicios y problemas de matemáticas con rigor, redactando qué se va haciendo

en cada paso y que, al final, se ha de llegar a un resultado final claro, conciso y que sea marcado. En la Figura 2.7 se observa un ejemplo incompleto.

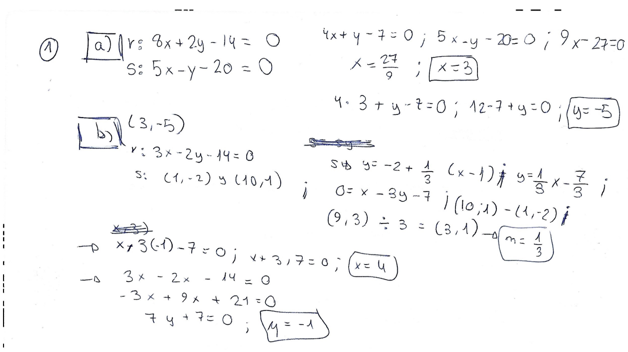


Figura 2.7: Ejercicio incompleto

También se observan casos en la falta de comprensión: leen sin pensar sobre lo que están leyendo. Se tiene un ejemplo en el que un alumno mezcla los apartados a) y b) del ejercicio e intenta buscar las posiciones relativas de 3 rectas: las dos primeras del apartado a) y la tercera es una de las dos rectas del apartado b). Aparece en la Figura 2.8.

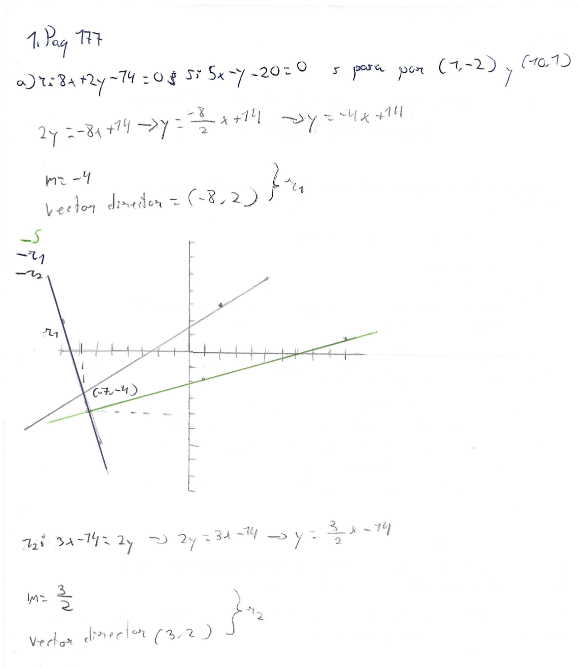
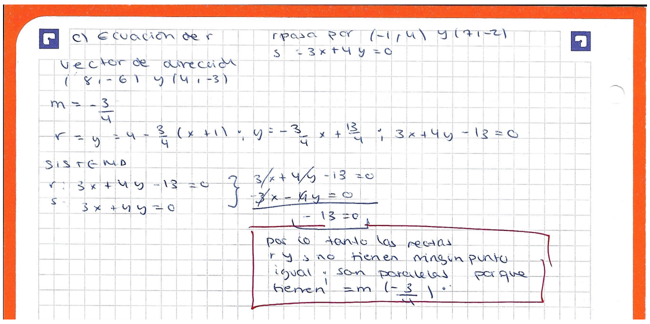


Figura 2.8: Ejercicio incorrecto por falta de comprensión lectora

Finalmente, se pone un ejemplo de una correcta ejecución y un resultado final bien indicado, en la Figura 2.9



c) Ecuación de r   r pasa por (-1, 4) y (7, -2)
s: 3x + 4y = 0
vector de dirección
(8, -6) y (4, -3)
$m = -\frac{3}{4}$
$r = y = 4 - \frac{3}{4}(x+1)$; $y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$; $3x + 4y - 13 = 0$
Sistema
$r: 3x + 4y - 13 = 0$
$s: 3x + 4y = 0$
$\cancel{3x} + \cancel{4y} - 13 = 0$
$-\cancel{3x} - \cancel{4y} = 0$
$-13 = 0$
por lo tanto las rectas r y s no tienen ningún punto igual; son paralelas porque tienen = m $(-\frac{3}{4})$.

Figura 2.9: Ejercicio con resultado final bien indicado

2.10.7. Actividad 7: Exposición sobre el Holocausto

- **SESIÓN:** Nº 8.
- **GRUPOS:** C. Esta actividad sólo se llevó a cabo con este grupo, durante la semana cultural. Por incompatibilidad de horarios no se pudo hacer con el Grupo B.
- **MATERIAL:** Fotografías recopiladas por el Departamento de Historia del IES Emérita Augusta y expuestas en el centro.
- **OBJETIVO:** Sensibilizar al alumnado del trato respetuoso y a la no discriminación por cualquier condición.
- **DESCRIPCIÓN:** La exposición estuvo toda la semana en el Instituto, y fue organizada por el Departamento de Historia con alumnos de 2º de la ESO. Se coordinó el horario para que pudiéramos ir con una de las profesoras y sus alumnos de 2º. Tras una explicación de la docente, se iban realizando preguntas a los alumnos para que participasen.

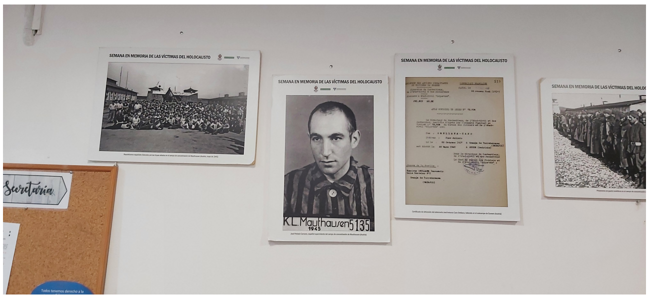


Figura 2.10: Algunas fotografías exposición Holocausto (I)

Figura 2.11: Algunas fotografías exposición Holocausto (II)

- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CSC y CEC
- **ANÁLISIS:** Es de destacar que algunos alumnos no tenían conciencia real de lo que fue el Holocausto. Otros conocían algo, pero no en profundidad. Cierto es que está en el currículum de 4º ESO, aunque en el último bloque de conocimientos, por lo que se entiende que en esa fecha todavía no lo habían estudiado.

2.10.8. Actividad 8: Construcción de una catapulta de cartón

Esta actividad se ha compartido con el tutor de prácticas, pues coordinarla un docente sólo no se veía viable. Hubo momentos en los que tuvimos que solicitar ayuda a más compañeros del Departamento de Matemáticas para atender a los diferentes equipos. Dirigida a los alumnos de 4º ESO, de cualquiera de los 4 grupos que hay en el centro educativo. Esta actividad era voluntaria.

- **SESIONES:** Los segundos recreos, de 11:55 a 12:25, de lunes a viernes son dedicados a esta actividad que se presenta el Día del Centro. Fecha de inicio: martes 22 de marzo. Fecha de finalización: jueves 7 de abril.
- **GRUPOS:** Todos los grupos de 4º ESO
- **MATERIAL:** Recurso web y Aula taller.
- **OBJETIVO:** Promover el trabajo en equipo, la creatividad, el trabajo manual y la comprensión. Aprender las características principales del tiro parabólico.
- **DESCRIPCIÓN:** Se trata de construir una catapulta en miniatura a partir de cartón, utilizando diferentes materiales y herramientas habitualmente disponibles en el aula taller y en el de tecnología. Se forman equipos de 3 alumnos. Tras finalizar el periodo de construcción se exponen el Día del Centro para todos los alumnos del Instituto, a los que se les va explicando el tiro parabólico y se realiza un pequeño concurso de lanzamientos en un ambiente lúdico.

  Vídeo explicativo de cómo realizar la construcción, facilitado a los alumnos junto con un manual de instrucciones disponible en el Anexo B.2
- **COMPETENCIAS TRABAJADAS:** CMCT, CAA, CSC
- **ANÁLISIS:** Una de las actividades más completas y entretenidas para los alumnos. Se ha trabajado por equipos, aprendiendo a distribuirse las tareas entre ellos para ser más efectivos. Algunas herramientas y materiales se debían de compartir entre los grupos, teniendo por tanto que coordinarse entre ellos en algunas fases. Durante el proceso de construcción surgen problemas, que se han tenido que ir solventando con imaginación. Tras la construcción se explica el tiro parabólico, y finalmente se comparten los artilugios construidos con todos los alumnos del centro en una exposición el Día del Centro. Fue una de las actividades con más éxito ese día, y hubo gran afluencia de alumnos interesados en concursar y en saber cómo se había construido. La experiencia se ha considerado muy interesante.

2.11. Evaluación

Como ya se comentó en el apartado 2.6.1, no se contempló realizar una prueba inicial. En cuanto al tipo de evaluación del curso, es continua, realizándose de forma paralela al proceso

Figura 2.12 Proceso de construcción de la catapulta

de enseñanza-aprendizaje y tomando registro del trabajo del alumno a través de las actividades evaluables.

2.11.1. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables. Contribución a la adquisición de competencias clave

A continuación se describen dos cuadros que contienen la siguiente información:

- El cuadro 2.7 relaciona los contenidos del Decreto 98/2016 que ya fueron descritos en el apartado 2.5.2 con los criterios de evaluación. El número asociado a cada criterio se hace coincidir con el del mencionado Decreto.
- El cuadro 2.8 relaciona los criterios de evaluación con los estándares de aprendizaje, y su contribución a la adquisición de las competencias clave.

Cuadro 2.7: **Criterios de evaluación Decreto 98/2016**

BLOQUE-CONTENIDO	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
B1-1 B1-2 B1-4 B1-9	C.01. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema. C.02. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. C.04. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc. C.11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, **recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones** o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.
B3-4 B3-6	C.03. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.

Cuadro 2.8: **Estándares de aprendizaje evaluables Decreto 98/2016 y Competencias Clave (C.C.)**

CRITERIO EVALUACIÓN	ESTÁNDAR DE APRENDIZAJE EVALUABLE	C.C.
B1-1.C.01	EE.1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.	**CCL**
B1-2.C.02	EE.2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).	**CMCT**
B1-4.C.04	EE.4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.	**CMCT** **CAA**
B1-9.C.11	EE.11.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.	**CMCT** **CD**
B3-4.C.03	EE.3.1. Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores. EE.3.2. Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector. EE.3.3. Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla. EE.3.4. Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos. EE.3.5. Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad.	**CMCT**

2.11.2. Instrumentos de evaluación y criterios de calificación. Hojas de registro

Instrumentos de evaluación y criterios de calificación

Respecto a los instrumentos de evaluación que vienen establecidos en la Programación Didáctica de la asignatura (pág. 598 a 600) [6], indican lo siguiente:

- *Los conocimientos y los procedimientos serán evaluados en las pruebas escritas...*
- *La actitud y el trabajo diario se evaluarán a través de la observación directa en el aula, la presentación de fichas y trabajos que pida el profesor, y de la revisión del cuaderno personal del alumno, tantas veces como estime el profesor.*

En cuanto a los criterios de evaluación indica:

- *Presentación clara y ordenada de las actividades realizadas en el cuaderno personal del alumno*
- *Utilización correcta de la terminología. Uso correcto de las unidades de medida*
- *Para la obtención de una calificación positiva, es decir, un cinco o más será condición necesaria superar las pruebas escritas*
- *Se considerará una actitud positiva el trabajo diario del alumno y la participación en clase. Una vez superadas las pruebas escritas, una calificación positiva en la actitud del alumno podrá incrementar la calificación de las pruebas escritas hasta 0,5 puntos*

Estos criterios no estaban dentro de la idea que se tenía, a mi modo de ver, de evaluar atendiendo a una manera más diversificada y sin tanto peso a la prueba escrita. El hecho de considerar imprescindible superar el examen para poder sumar a posteriori 0,5 puntos con otras valoraciones no se consideraba adecuado. Por otro lado, no poder sumar a la nota mas que 0,5 parecía poco motivador para los alumnos. Se consultó con el Jefe de Departamento y no puso ninguna objeción a la modificación de estos criterios. Se confirmó que realmente son orientativos, dejando a los docentes libertad para modificarlos.

Atendiendo al Artículo 18 del Decreto 98/2016 que nos dice en su punto 5, segundo párrafo, *Por lo que se refiere a la valoración de los aprendizajes del alumnado, los procedimientos e instrumentos de evaluación empleados deben ser variados y adecuarse tanto a las características de los alumnos como a la naturaleza de las materias*, se establecen los siguientes criterios de evaluación:

- 70 % Prueba escrita
- 20 % Hojas de ejercicios evaluables. Se entregan un total de 3 hojas, que llamaremos Hoja 1, Hoja 2 y Hoja 3.
- 10 % Cuaderno de trabajo.

Hojas de registro

Para el registro de los diferentes elementos evaluables se ha elaborado una hoja de cálculo. Esta ha servido también como medio de análisis de los instrumentos de evaluación, y se puede ver con detalle en el siguiente enlace: Registro de la evaluación

2.11.3. Actividades de evaluación

Hojas de ejercicios

Estas hojas se puntuaban en un rango entre 0 y 100, considerándose 50 puntos como el aprobado. A continuación se esquematizan los contenidos de la unidad didáctica que se han trabajado en caja una de las 3 hojas de ejercicios que se entregaron.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD POR HOJA DE EJERCICIOS	
Hoja	**Contenido según Apartado 2.5.2**
1	CONCEPTO DE VECTOR. MÓDULO, DIRECCIÓN Y SENTIDO. OPERACIONES CON VECTORES. VECTORES QUE REPRESENTAN PUNTOS. PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO.
2	PUNTOS ALINEADOS. ECUACIONES DE LA RECTA: VECTORIAL, PARAMÉTRICA, CONTINUA Y EXPLÍCITA. RECTAS PARALELAS A LOS EJES COORDENADOS.
3	RECTAS. PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD. POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS.

El siguiente cuadro contiene los estándares de aprendizaje evaluables que se trabajaron en cada una de las Hojas.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJES POR HOJA DE EJERCICIOS	
Hoja	**Estándar de aprendizaje evaluable según Cuadro 2.8**
1	EE.1.1. EE.2.1. EE.3.1. EE.3.2.
2	EE.1.1. EE.2.1. EE.3.1. EE.3.4.
3	EE.1.1. EE.2.1. EE.3.3. EE.3.4. EE.3.5.

Para el envío de cada una de estas hojas se creó una tarea a través de Classroom, donde se añadió el archivo con los ejercicios y se creó una rúbrica en la propia plataforma. Vencido el plazo de entrega se dedica una sesión a las correcciones y posteriormente se sube el archivo con las mismas a la plataforma.

Las Hojas completas, con el detalle de los ejercicios y sus correcciones explicadas con el mayor detalle posible, se pueden consultar en los Anexos A.1 A.2 y A.3, así como la rúbrica correspondiente. Se ha tratado de que este archivo les sirviera como herramienta de estudio, y así se les hizo saber.

Algunos ejercicios se han corregido de dos maneras posibles, para que se vieran diferentes posibilidades. Estas versiones surgían, o bien directamente porque las tenía preparadas, o bien al ver la forma de plantearlo a algún alumno y se procedía a ponerlo en común con el resto de la clase.

En la Figura 2.13 podemos observar dónde están los mejores y los peores resultados, clasificados por número de pregunta y según el Grupo: B o C. El detalle completo por alumnos se puede consultar en el Anexo A.4. Si analizamos los resultados de las hojas de ejercicios obtenemos las siguientes conclusiones:

HOJA 1 DE EJERCICIOS:

- Los peores resultados se obtienen en las operaciones con vectores, para el Grupo B, y en el concepto de vector (cálculo de coordenadas, representación y cuándo dos vectores son iguales) para el Grupo C.
- El mejor resultado en ambos grupos es en la pregunta 5, sobre el cálculo del punto medio de un segmento.

- En cuanto a un análisis más en detalle se observa que los errores más comunes son los siguientes:

  1. En la representación gráfica de vectores muchos alumnos dibujan segmentos, y no vectores. No les ponen el sentido.
  2. En el cálculo del módulo o coordenadas de vectores ponen el resultado final, sin explicación alguna de cómo se obtiene el resultado. Se insiste mucho en este punto, al detectar que en general no están acostumbrados al rigor matemático.
  3. Las operaciones con vectores fallan porque suman y restan mal, hay falta de destreza con las operaciones básicas de números enteros.
  4. Al verificar si dos vectores son iguales, algunos realizan la comprobación de si son proporcionales, verifican sólo la dirección de los mismos.
  5. En la pregunta para comprobar si dos pares de vectores tienen la misma dirección, muchos responden simplemente con un SÍ o un NO. Se sigue insistiendo en que hay que explicar con rigurosidad cómo se llega a la conclusión.

	HOJA 1						HOJA 2						HOJA 3			
ALUMNOS. GRUPO B	Pr. 1	Pr. 2	Pr. 3	Pr. 4	Pr. 5	TOTAL	Pr. 1	Pr. 2	Pr. 3	Pr. 4	Pr. 5	TOTAL	Pr. 1	Pr. 2	Pr. 3	TOTAL
Nº DE APROBADOS	18						16						18			
PUNTUACIÓN MEDIA	14	12	14	14	16	70	16	17	17	13	8	69	30	24	12	65
PUNTUACIÓN MÁXIMA RÚBRICA	20	20	20	20	20	100	19	19	21	21	20	100	33	33	34	100
ALUMNOS. GRUPO C																
Nº DE APROBADOS	11						15						15			
PUNTUACIÓN MEDIA	8	12	12	12	14	58	14	14	18	9	13	70	31	29	23	83
PUNTUACIÓN MÁXIMA RÚBRICA	20	20	20	20	20	100	19	19	21	21	20	100	33	33	34	100

Figura 2.13: Puntuaciones medias por pregunta y por Grupo

En cuanto a la media de puntuación obtenida y al número de aprobados el Grupo B es bastante mejor que el C. En el B aprobaron el 78 %, mientras que en el C el 50 %. Este resultado era de esperar, pues como se describió en el Apartado 2.4, son alumnos que se distraen mucho y no tienen el mismo interés por la materia.

HOJA 2 DE EJERCICIOS:

- Los peores resultados en el Grupo B se obtienen en la pregunta en la que, dada unas ecuaciones paramétricas de la recta, había que identificar el vector de dirección y un punto. En cambio, en el Grupo C, el mayor problema ha sido sacar las ecuaciones de la recta a partir de una recta dibujada en unos ejes de coordenas. Del propio dibujo debían sacar los datos necesarios para resolverlo. Aquí, el Grupo B no tuvo excesivos problemas.

- Lo que les ha resultado más fácil, a ambos grupos, ha sido escribir directamente las diferentes ecuaciones de la recta partiendo de un punto y un vector facilitado en el enunciado. Esto parece debido a que el ejercicio es muy mecánico.

- Detalle del análisis de las correcciones:

  1. Se observa que en ocasiones la ecuación de la recta, en su forma explícita, no la dejan lo más reducida posible, y algunos incluso trabajan con coeficientes en su forma decimal, no dejando la fracción. Otros, en lugar de despejar la y, despejan la x.

2. Tienen problemas cuando en el vector de dirección aparece alguna coordenada con 0. Al llegar a la forma continua de la ecuación de la recta no saben cómo actuar. En esta cuestión se vuelve a insistir el día de la correción de la hoja.
3. En la ecuación vectorial de la recta algunos ponen expresiones como: $(4, -3) + t(2, -1)$, sin mencionar el punto genérico (x, y). Se insiste aquí nuevamente en el rigor matemático y en la forma de poner la expresión final como resultado de un ejercicio.
4. En el ejercicio para identificar un punto y un vector desde las ecuaciones paramétricas dadas, una expresión como $x = t$ la asocian como $x = 1 + t$) pues al identificar el punto ponen que su componente en la abscisa es 1 en lugar de 0.
5. Se detecta que algunos alumnos se copian de otros, pues los errores son los mismos y en los mismos sitios.

En esta ocasión, los Grupos B y C obtienen unos resultados similares, tanto en número de aprobados como en promedio de nota: un 70 % para el B y un 68 % para el C.

HOJA 3 DE EJERCICIOS:

- En esta hoja de ejercicios coinciden los peores y los mejores resultados en ambos grupos. La pregunta de estudio de la posición relativa de dos rectas ha sido la de peor resultado, siendo el Grupo B peor que el C en este ejercicio.
- La que mejor han resuelto ha sido el cálculo de una ecuación de la recta paralela a otra.
- Detalle del análisis de las correcciones:
  1. Se vuelve a apreciar una falta de rigurosidad en la resolución de los ejercicios. Siguen faltando explicaciones de los datos que se obtienen, no suelen poner de donde salen.
  2. Se detecta que el concepto de perpendicularidad no lo tienen claro. Aunque algunos lo resuelven de forma mecánica según el procedimiento visto en clase, el día de las correcciones se observa que realmente no saben bien qué están haciendo.
  3. En el estudio de posiciones relativas de dos rectas no se pone el resultado final concreto en muchas ocasiones: qué posición relativa tienen las dos rectas. Se insiste mucho en esto. En este ejercicio también se detectan casos en los que, viendo que dos rectas tienen la misma pendiente, directamente indican que son paralelas, obviando la situación de que pueden ser iguales. Se explica esto el día de las correcciones en clase.

Los resultados que se obtienen en el Grupo B, con un 78 % de aprobados, son mejores que los del Grupo C, con un 68 %.

Cuaderno

Para la evaluación del cuaderno se realizan tres revisiones a lo largo de la unidad didáctica, en la que se toma nota de un valor entre 0 (mínima puntuación) y 1 (máxima puntuación) evaluándose:

- Si los ejercicios están hechos o no.
- Presentación y limpieza del cuaderno
- Uso de la libreta en clase, si tiene anotaciones o no.

Prueba escrita

La realización de la prueba escrita se lleva a cabo con 7 preguntas, en un formato autorrellenable en el que las preguntas se completan en los huecos destinados para ello, con un total de 2 folios y 3 caras. Se ha preferido realizar en un formato así para facilitar al alumno la tarea, escribiendo directamente en los huecos para cada pregunta. Adicionalmente, se entrega un folio en blanco para uso como borrador. Tanto la prueba, en el formato en el que fue entregada, como la prueba resuelta y la rúbrica que se creó para ella, se encuentran en el Anexo A.5. Se puntúa sobre 10, siendo el 5 el umbral de un aprobado pero no considerándose un mínimo para poder realizar la media ponderada con el resto de criterios de evaluación. A continuación se refleja el cuadro que contiene los estándares de aprendizaje evaluables que se trabajaron en la prueba escrita.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJES PRUEBA ESCRITA

Pregunta	Estándar de aprendizaje evaluable según Cuadro 2.8
1	EE.3.1. EE.3.2.
2	EE.2.1. EE.3.1.
3	EE.2.1.
4	EE.2.1.
5	EE.1.1. EE.3.4.
6	EE.2.1. EE.3.3. EE.3.5.
7	EE.1.1. EE.3.4. EE.3.5.

En cuanto al número de aprobados se refiere, en el Grupo B han pasado la prueba 12 alumnos de un total de 23, lo que supone el 52 %. En cambio, en el Grupo C el resultado ha sido muy deficiente. Han pasado la prueba tan solo 4 alumnos de 22, lo que supone el 18 %. Se han utilizado en ambos grupos las mismas actividades didácticas, y se ha trabajado con ellos de igual forma, pero la actitud en el aula de ambos grupos es muy diferente, como ya se ha comentado en alguna otra ocasión.

En la Figura 2.14 podemos observar dónde están los mejores y los peores resultados, clasificados por número de pregunta y según el Grupo: B o C.[1] El detalle completo por alumnos se puede consultar en el Anexo A.4. Si analizamos los resultados obtenemos las siguientes conclusiones:

	EXAMEN							
ALUMNOS. GRUPO B	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**Pr. 6**	**Pr. 7**	**TOTAL**
Nº DE APROBADOS	**12**							
PUNTUACIÓN MEDIA	0,65	0,73	0,79	0,73	1,26	0,57	0,46	**5,16**
PUNTUACIÓN MÁXIMA RÚBRICA	1	1	1,5	1,5	2	1,5	1,5	**10**
ALUMNOS. GRUPO C								
Nº DE APROBADOS	**4**							
PUNTUACIÓN MEDIA	0,43	0,39	0,27	0,52	0,83	0,26	0,31	**3,02**
PUNTUACIÓN MÁXIMA RÚBRICA	1	1	1,5	1,5	2	1,5	1,5	**10**

Figura 2.14: Puntuaciones medias por pregunta y por Grupo

GRUPO B

[1]Para comparar la nota de una pregunta con otra hay que tener en cuenta que no todas tenían la misma valoración

Los mayores problemas se detectan, por este orden, en:

1. Determinar la posición relativa entre dos rectas.
2. Cálculo de la ecuación de una recta perpendicular a otra.
3. Hallar el valor x de la abscisa de un punto para que esté alineado con otros dos conocidos.

Los mejores resultados se obtienen, por este orden, en:

1. Calcular coordenadas de vectores a raíz de su representación gráfica y posteriormente operar con ellos.
2. Calcular analíticamente las coordenadas de un vector, representarlo gráficamente y calcular su módulo.
3. Calcular las diferentes formas de ecuaciones de una recta a partir de dos puntos conocidos.

GRUPO C

Los mayores problemas se detectan, por este orden, en:

1. Cálculo de la ecuación de una recta perpendicular a otra.
2. Dado un punto hallar las coordenadas de su simétrico respecto de otro conocido.
3. Determinar la posición relativa entre dos rectas.

Los mejores resultados se obtienen, por este orden, en:

1. Calcular analíticamente las coordenadas de un vector, representarlo gráficamente y calcular su módulo.
2. Calcular las diferentes formas de ecuaciones de una recta a raíz de dos puntos conocidos.
3. Calcular coordenadas de vectores a raíz de su representación gráfica y posteriormente operar con ellos.

A continuación se describen con detalle las **dificultades encontradas**. Todas ellas se explicaron en clase con detalle el día de la última sesión de cada Grupo, y se les subió el archivo corregido a la plataforma Classroom.

Los mayores problemas se han tenido en la determinación de la posición relativa de dos rectas. Lo más frecuente ha sido dejar la pregunta en blanco. El fallo principal de los que la tienen incompleta ha sido simplemente que no resuelven bien el sistema de ecuaciones, por lo que el resultado final de la posición de las rectas no es el correcto. También hay casos en que el cálculo de una de las ecuaciones de la recta (que no te venía dada, sino que que había que calcularla) tenía algún fallo. A partir de ahí, el resultado final al que se llega no es correcto. Aun habiendo insistido en que, tras la resolución del sistema, hay que llegar a una conclusión clara de qué ocurre con las rectas, algunos alumnos no llegan a poner el resultado final.

Otra pregunta con complicaciones se ha detectado en el cálculo de una ecuación de la recta perpendicular a otra. Aquí se observa que no relacionan correctamente la pendiente de dos rectas que son perpendiculares y, aunque se explicó y se dibujó paso a paso a raíz de dos vectores perpendiculares cómo se relacionaban entre ellos, se observa que no fue suficiente. Podemos ver un ejemplo en la Figura 2.15.

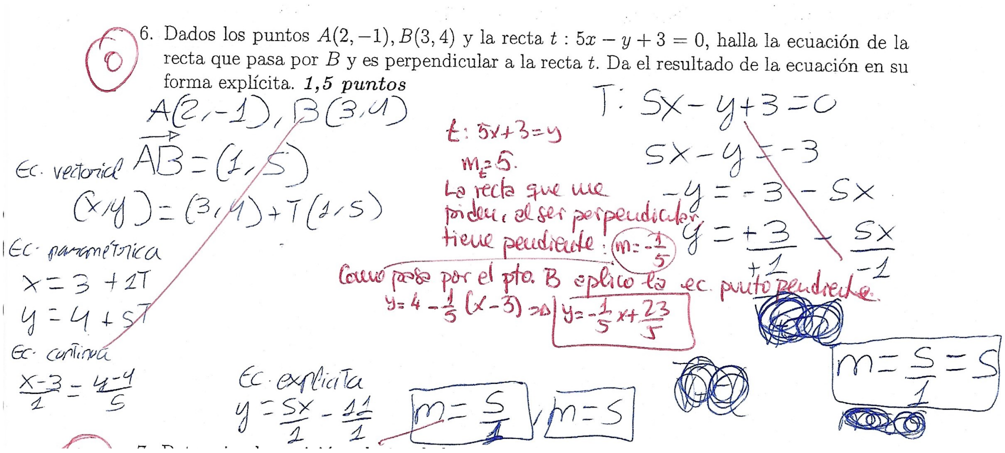


Figura 2.15

Les cuesta entender cuándo tres puntos están alineados. Si se les da tres puntos conocidos, aprenden mecánicamente a calcular los vectores que forman y a determinar si son o no proporcionales. En nuestro caso, al tener desconocida la abscisa de uno de los puntos y tener que operar con una incógnita se bloquean. No obstante, se había corregido un ejercicio igual en clase, de los que se envían del libro como tarea diaria.

En el cálculo de la ecuación vectorial a partir de dos puntos dados, hay casos que, en lugar de poner el vector, utilizan uno de los puntos. A partir de ahí, el resto de ecuaciones de la recta son incorrectos. Se puede ver un ejemplo en la Figura 2.16.

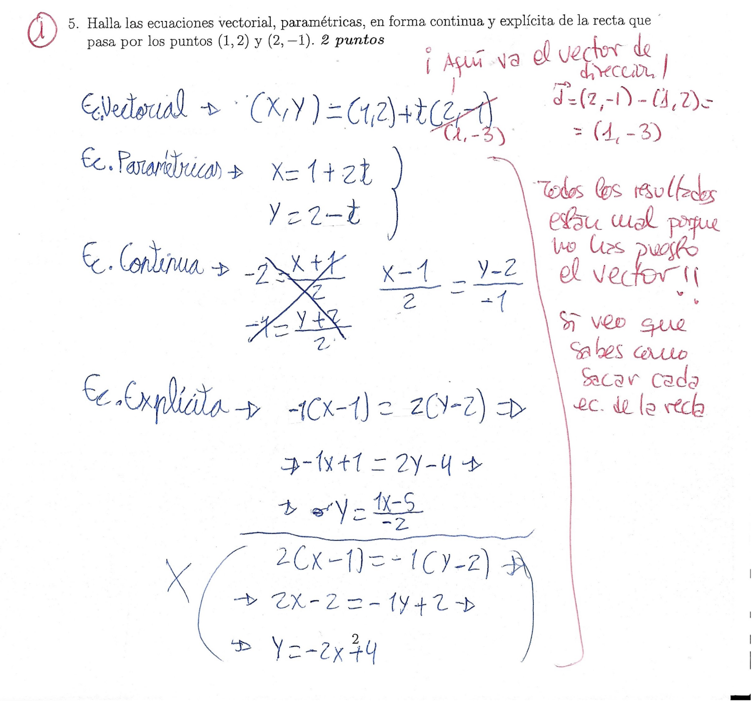


Figura 2.16

También existe cierta dificultad en dibujar un vector, siendo una de las cuestiones que más se han trabajado en clase. Dejan dibujados el punto de origen y el punto de llegada, sin unirlos y sin ponerles el sentido.

Existen excesivos errores en operaciones básicas para alumnos de 4º ESO: restar números al calcular las coordenadas de un vector a partir de dos puntos, o no resolver bien ecuaciones de primer grado porque no despejan correctamente.

Otra cuestión también con cierta dificultad es sacar las coordenadas de un vector desde su representación gráfica. El gráfico era el de la Figura 2.17

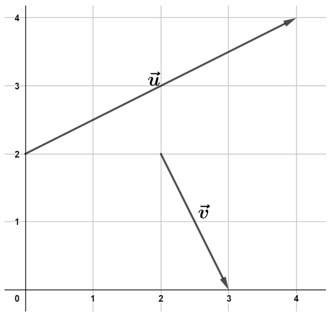


Figura 2.17

Hay una reflexión que se considera interesante. Existen diferencias entre los resultados que se obtienen en las hojas de ejercicios, donde los alumnos han trabajado bien, con respecto al resultado de la prueba escrita, siendo los ejercicios similares o incluso más fáciles. Se detecta, tanto por este dato como por conversaciones con los alumnos, que las hojas de ejercicios se las hacen los profesores particulares, pero da la sensación de que literalmente "se las hacen". Es decir, no se aprecia que se les enseñe a realizar los ejercicios, o que se les solventen las dudas teóricas.

Se puede consultar un ejemplo de examen corregido, con buenos resultados, en el Anexo A.5, apartado 4.

Resultado final de la evaluación

Los resultados por alumno desglosado por criterios de evaluación, teniendo en cuenta la ponderación de cada uno de ellos, se puede consultar en el Anexo A.6.

GRUPO B

El total de alumnos que han superado la unidad didáctica ha sido de 15 que, sobre un total de matriculados de 23, supone el 65 %. Hay dos alumnos con una nota global de 4,46 y 4,90 que se les da como aprobado gracias a la actitud positiva en clase y frente a la asignatura.

GRUPO C

En este grupo, el resultado ha sido bastante peor, superando la unidad tan solo 8 alumnos de 22, lo que supone un 36 %. También tenemos dos alumnos con una nota global cercana al 5

(4,49 y 4,91) que se les da aprobado por su actitud.

En ambos grupos, se observa que hay alumnos que consiguen superar la unidad gracias al trabajo de los ejercicios y al buen hacer de su cuaderno, lo cual era uno de los objetivos fijados al establecerse tres criterios de evaluación.

2.11.4. Evaluación de la labor docente desempeñada

Existen una serie de aspectos de mejora que considero que sería necesario aplicar. Tras las siete semanas de prácticas docentes, no puse el esfuerzo suficiente en aprenderme los nombres de los alumnos. El hecho de llevar mascarillas no lo ha facilitado nada, pero se debió poner mayor empeño. Esto se ha notado especialmente cuando, a lo largo de una explicación, quería dirigirme a un alumno concreto para preguntarle alguna cuestión sobre lo que estaba hablando. El no conocer todos los nombres lleva a veces a evitar preguntas, y eso ha de mejorarse porque afecta a la labor de enseñanza.

En los primeros días la forma de dirigirme a los alumnos era como la de un adulto. La costumbre por mi pasado profesional, de hablar en público y realizar exposiciones y formación con personas mayores llevaba a esto. No obstante, fue una cuestión de tan solo 2 o 3 días, pues rápidamente caes en la cuenta de que estás frente a otro tipo de colectivo.

Se detecta falta de planificación en la revisión de los cuadernos, debiendo realizarse con más frecuencia, y se debe conseguir intercalarlo correctamente con el resto de la actividad docente para poder hacerlo una vez por semana.

Hay cuestiones un tanto positivas, como por ejemplo la propia comunicación dentro del aula a la hora de dar las explicaciones. El tono de voz es alto y claro, gesticulando bastante y utilizando la comunicación no verbal.

Asimismo, la disposición para trabajar con los alumnos, no sólo los conocimientos en matemáticas, sino la labor propia de un educador en otros ámbitos, es algo que se consideraba claramente como un objetivo a practicar durante el periodo de docencia.

El proceso de evolución de la labor docente a medida que las semanas transcurrían se ha ido hacia una tendencia positiva, de manera que a partir de las dos semanas, el hecho de entrar en el aula cada mañana, era una rutina calmada, sin los nervios de los primeros días.

Por otro lado, la integración con el colectivo docente del centro educativo ha sido magnífica, es el mejor adjetivo que lo describe. Gran parte de esto se debe a mi tutor de prácticas, Sergio González, que en todo momento ha aportado lo necesario para ayudarme a la integración como un miembro más del equipo docente. El apoyo por parte de los demás compañeros del Departamento de Matemáticas también ha sido excelente, compartiendo experiencias que pudieran ser enriquecedoras o enseñar sobre la labor docente.

Capítulo 3

Propuestas de mejora

3.1. Metodología

Existen aspectos de la metodología que se deberían mejorar y que a continuación se detallan.

3.1.1. Conocimientos previos

Respecto a los conocimientos previos de los alumnos, aun siendo su primer contacto con la geometría analítica, hubiera sido de valor realizar una pequeña prueba de conceptos básicos a modo de evaluación inicial, pues a lo largo del periodo de docencia se observaron carencias que en un principio no se podían imaginar. Se trataría de comprobar si tienen los siguientes conceptos claros:

1. Representación de puntos en los ejes de coordenadas.
2. Aplicaciones del Teorema de Tales.
3. Congruencia de triángulos. Su aplicación para el punto medio.
4. Teorema de Pitágoras. Su aplicación en la distancia entre dos puntos.
5. Simetría axial.
6. Paralelismo y Perpendicularidad.
7. Traslación [a]

[a] Aunque en el currículum de 3º de la ESO, según Decreto 98/2016, no aparece explícitamente el concepto de vector, se trabaja con él en el estudio de las traslaciones

Para ello, se ha elaborado una propuesta de prueba de evaluación inicial con 7 preguntas. Se puede consultar en el Anexo A.7.

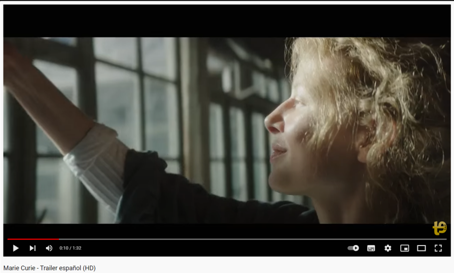
3.1.2. Recursos

Se debería haber solicitado autorización para usar el aula de informática y trabajar alguna sesión desde allí. Posteriormente se detalla una actividad que se debió haber realizado.

3.1.3. Actividades de enseñanza-aprendizaje

Se analizan cuestiones mejorables en las actividades realizadas, así como nuevas propuestas que completan algunas carencias observadas.

En cuanto a la **Actividad 4: Matemáticos y el cine 2.10.4**, se debió incorporar una figura femenina, con el fin de transmitir a las alumnas que ha habido grandes mujeres científicas y que ellas pueden dedicarse a este mundo de igual modo que sus compañeros. Concretamente se ha preparado la actividad ampliada con Marie Curie que, aun siendo Física y Química, se considera una figura imprescindible en el ámbito científico. Se ha ampliado el documento de apoyo, y se puede consultar en el Anexo B.3

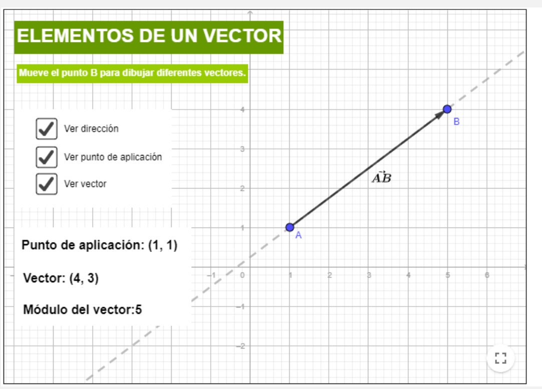
Imagen	Película - Personaje
 Trailer	MARIE CURIE - Marie Curie

Cuadro 3.1: Científicos y el cine

Por otro lado, no se trabajó **de forma individual** el estándar de aprendizaje evaluable EE.3.6 *Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características* (Ver 2.8). Para ello, se debió crear una **actividad para realizar en el Aula de Informática**. El objetivo sería la iniciación en el uso de forma individual de Geogebra creando una lección con este recurso. Se hubiera realizado entre las sesiones 6 y 7, y constaría de la realización de los siguientes ejercicios, a trabajar desde el enlace: Lección Geogebra Classroom, y que se han seleccionado de la base de datos de applets de Geogebra.

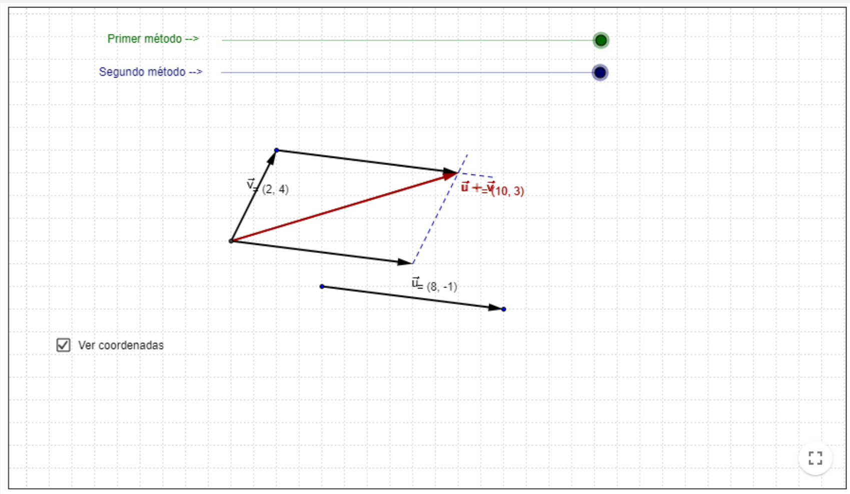
- **Elementos de un vector:**
  Mueve el punto B y dibuja distintos vectores. Observa como se van modificando las nuevas coordenadas, el módulo y la dirección del vector.

Figura 3.1 ELEMENTOS DE UN VECTOR



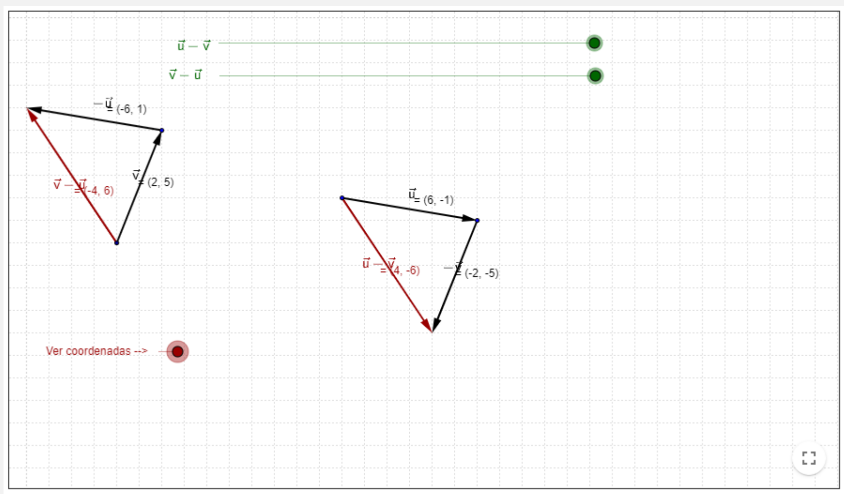
- **Suma de vectores:**
  Mueve el punto de la barra deslizadora y observa cómo se obtiene la suma de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Hazlo con ambas barras, el resultado es el mismo. Mueve ahora el punto final de cada uno de los vectores para obtener una nueva combinación. Observa los resultados.

Figura 3.2 SUMA DE VECTORES



- **Resta de vectores:**
  Mueve el punto de la barra deslizadora, igual que en el ejercicio anterior, y observa cómo se obtiene la resta de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Hazlo con ambas barras, el resultado es el mismo. Mueve ahora el punto final de cada uno de los vectores para obtener una nueva combinación. Observa los resultados.

Figura 3.3 RESTA DE VECTORES



- **Ecuación vectorial de la recta:**
  Calcula la ecuación vectorial de una recta situando el punto A donde quieras. Elige la dirección del vector $\vec{v}$ moviéndolo. Da un valor al parámetro λ a través de la barra deslizadora, que nos permitirá definir el punto genérico (x, y) de la recta. Pincha el botón MUESTRA RECTA.

Ahora tienes que calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto $A = (1, 2)$ siendo su vector de dirección $\vec{v} = (3, 2)$. Dale a λ un valor de 1,2. Repite el ejercicio con el punto $A = (-1, 2)$ y el vector $\vec{v} = (2, -1)$. Dale a λ un valor de 3.

Figura 3.4 ECUACION VECTORIAL DE LA RECTA 1

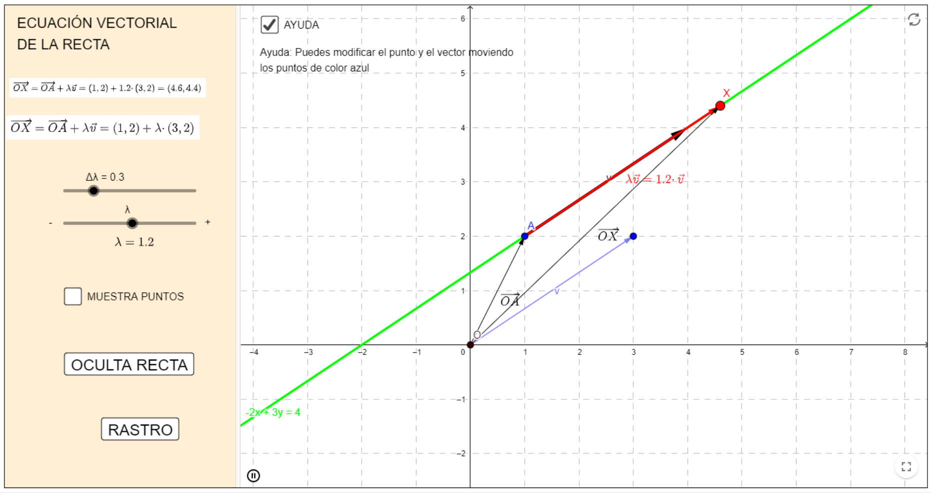
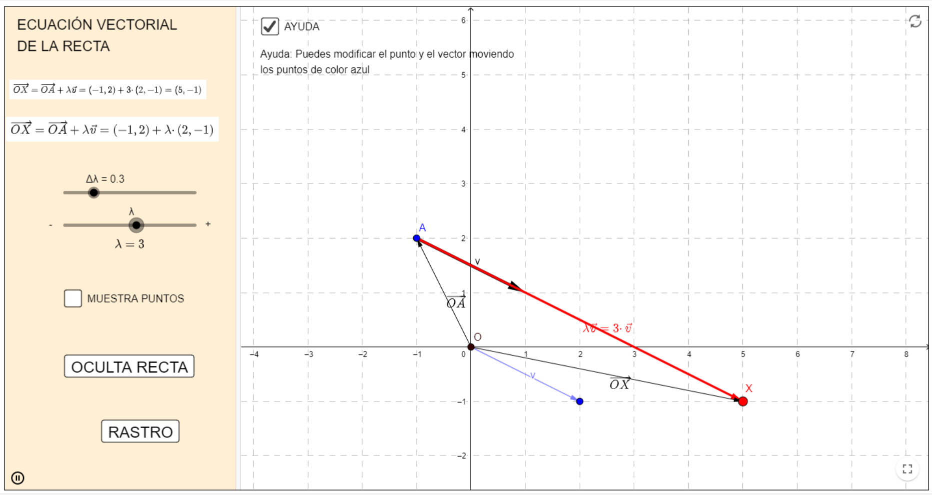


Figura 3.5 ECUACION VECTORIAL DE LA RECTA 2



Una vez los alumnos hayan tenido la sesión con la actividad que acabamos de describir, se consideran preparados para poder hacer un ejercicio individual desde casa con Geogebra-Classroom. En ese aspecto, si pasamos a comentar la **Actividad 6: Aprende las posiciones relativas de dos rectas 2.10.6**, se tenía que haber realizado no sólo con el Grupo B, sino también con el C, y trabajándolo con ambos en casa pero a través de un ejercicio Geogebra-Classroom. Se considera necesario un refuerzo en estos conceptos vista la dificultad de asimilación a la luz de los malos resultados obtenidos de este ejercicio en la prueba escrita. Se ubicaría tras la sesión 18, y el detalle de la actividad se encuentra en el enlace: Posiciones relativas de 2 rectas

Consta de un dibujo esquema con las posibles posiciones de las rectas así como un recordatorio de la relación que tienen sus pendientes. Se añaden también dos preguntas múltiples para responder. Se observa en las Figuras 3.6 y 3.7

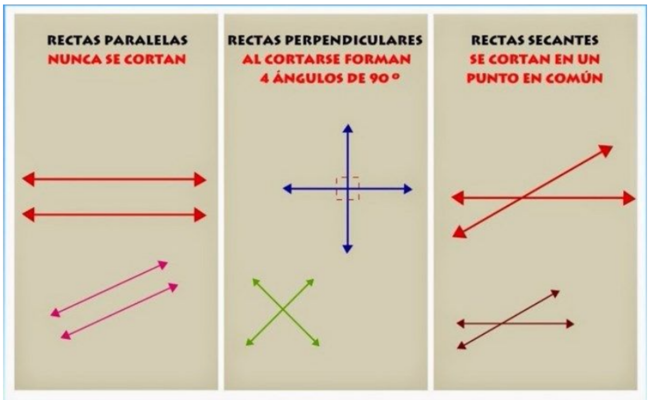
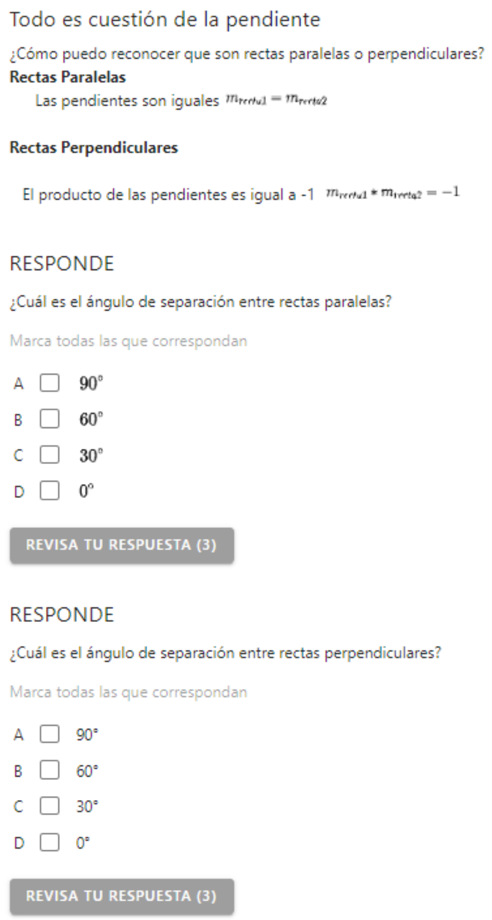


Figura 3.6



Todo es cuestión de la pendiente

¿Cómo puedo reconocer que son rectas paralelas o perpendiculares?

Rectas Paralelas

Las pendientes son iguales $m_{recta1} = m_{recta2}$

Rectas Perpendiculares

El producto de las pendientes es igual a -1 $m_{recta1} * m_{recta2} = -1$

RESPONDE

¿Cuál es el ángulo de separación entre rectas paralelas?

Marca todas las que correspondan

A ☐ 90°
B ☐ 60°
C ☐ 30°
D ☐ 0°

REVISA TU RESPUESTA (3)

RESPONDE

¿Cuál es el ángulo de separación entre rectas perpendiculares?

Marca todas las que correspondan

A ☐ 90°
B ☐ 60°
C ☐ 30°
D ☐ 0°

REVISA TU RESPUESTA (3)

Figura 3.7

Finalmente, se trata de representar de forma interactiva las ecuaciones de 4 rectas, conocidos sus puntos. Podemos ver el primero de ellos resuelto en la Figura 3.8

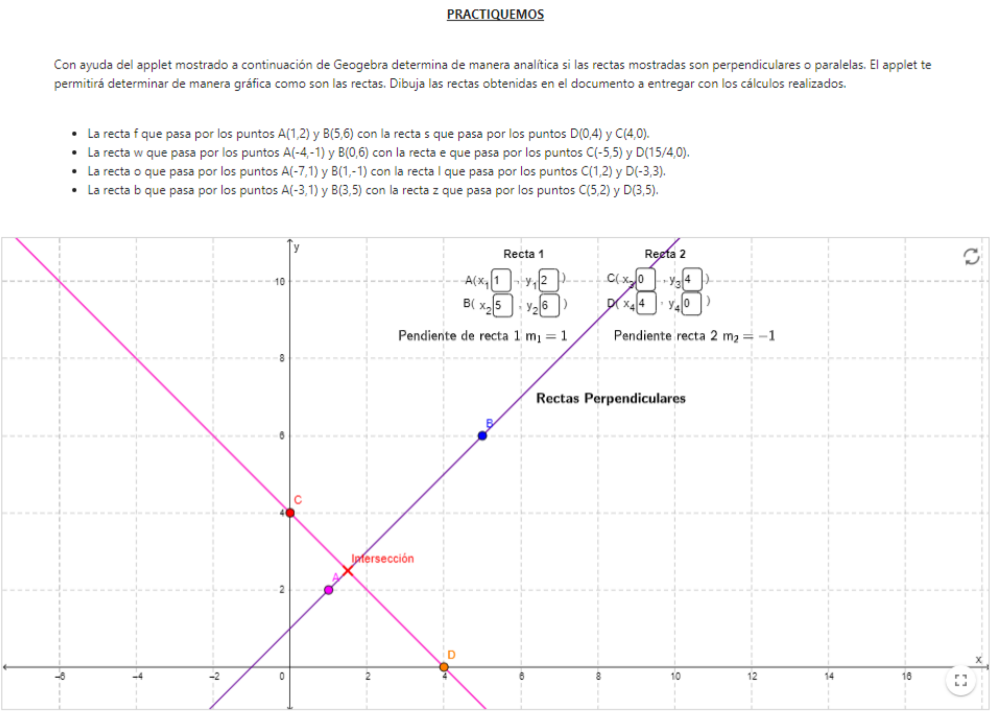


Figura 3.8

3.2. Temporalización y Secuenciación

La temporalización se considera mejorable, pues existe un desfase entre lo planificado y lo que finalmente fue. De las 5 sesiones de desfase se consideran 3 mal planificadas, que a continuación se detallan:

1. En lo que se refiere a los contenidos sobre las operaciones con vectores y combinación lineal, se estableció todo en una única sesión, cuando se debió de realizar en 2, pues trabajar los conceptos a nivel geométrico, que no analítico, lleva más tiempo de lo que inicialmente se consideró.

2. En cuanto a los contenidos de las ecuaciones de la recta, donde se contempló una sola sesión para la vectorial, paramétrica, continua y explícita, se debieron de contemplar 2. Además, para estos contenidos se planificó la Actividad 2.10.3, que llevaba un tiempo en la ejecución, y que inicialmente no se consideró.

3. Finalmente, la última sesión mal planificada fue la que abarcaba los contenidos de paralelismo y perpendicularidad: vector perpendicular a otro, recta perpendicular a otra. Aquí también se debieron contemplar 2 sesiones, pues no es posible hacerlo en una.

La causa de estos errores se debe sobre todo a una falta de experiencia. Por otro lado, se tiene una idea inicial de los conocimientos previos que poseen los alumnos, que luego resulta no ser cierta y provoca ralentización en la explicación de contenidos básicos que inicialmente se consideraban superados.

3.3. Evaluación

Algunos aspectos son susceptibles de mejora. Respecto a los **criterios de calificación**, se estima una propuesta de mejora que se establecería como sigue:

- 70 % Prueba escrita
- 15 % Hojas de ejercicios evaluables. Se entregan un total de 3 hojas, que llamaremos Hoja 1, Hoja 2 y Hoja 3.
- 10 % Cuaderno de trabajo.
- 5 % Actitud en clase y frente a la asignatura

Se trata de disminuir de un 20 % a un 15 % el peso dado a las Hojas de ejercicios evaluables, en favor de establecer un nuevo criterio: "Actitud en clase y frente a la asignatura", con un peso de un 5 %. El motivo se explica a continuación. Al realizar la evaluación final de los alumnos, han habido 4 (2 del Grupo B y 2 del C) que se quedaron ligeramente por debajo del 5. A estos alumnos, que tenían una buena actitud, se les ha considerado como aprobados. Es decir, se ha utilizado este criterio, pero sin haber sido formalizado a priori. Adicionalmente, se asignan pesos a cada uno de los estándares de aprendizajes evaluables y se definen cuales se trabajan dependiendo del instrumento de evaluación. Se clasifican los estándares por su grado de importancia en el alcance: básicos, intermedios y avanzados. El cuadro siguiente define los porcentajes resultantes en cada caso y calcula el ejemplo con las notas de un alumno. Esta hoja de cálculo se puede consultar de forma interactiva en el siguiente enlace: Acceso a la hoja de cálculo. En ella, si se modifican las puntuaciones de la hoja "Alumnos", se calcula automáticamente la calificación por estándar de aprendizaje evaluable.

			INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN / PESO				ALUMNO 1				
ESTÁNDAR APRENDIZAJE EVALUABLE	TIPO	PESO SEGÚN TIPO	HOJAS EJERCICIOS	PRUEBA ESCRITA	CUADERNO	ACTITUD	HOJAS EJERCICIOS	PRUEBA ESCRITA	CUADERNO	ACTITUD	CALIFICACIÓN ESTÁNDAR
EE 1.1	Básico	13%		10,0%	1,0%	2,0%	0,00	0,70	0,08	0,16	0,94
EE 2.1	Básico	13%		10,0%	1,0%	2,0%	0,00	0,70	0,08	0,16	0,94
EE 4.2	Intermedio	8,3%			8,3%		0,00	0,00	0,67	0,00	0,67
EE 11.4	Avanzado	5%	4,0%			1,0%	0,27	0,00	0,00	0,08	0,35
EE 3.1	Básico	13%	1,0%	12,0%			0,07	0,84	0,00	0,00	0,91
EE 3.2	Básico	13%	1,0%	12,0%			0,07	0,84	0,00	0,00	0,91
EE 3.3	Básico	13%	1,0%	12,0%			0,07	0,84	0,00	0,00	0,91
EE 3.4	Intermedio	8,3%	1,3%	7,0%			0,09	0,49	0,00	0,00	0,58
EE 3.5	Intermedio	8,3%	1,3%	7,0%			0,09	0,49	0,00	0,00	0,58
EE 3.6	Avanzado	5%	5,0%				0,33	0,00	0,00	0,00	0,33
10 estándares		100%	15%	70%	10%	5%	1,0	4,9	0,8	0,4	7,10
											NOTA FINAL
			%	Nº estándares evaluables							
Pesos estándar según tipo:		Básico	65%	5							
		Intermedio	25%	3							
		Avanzado	10%	2							
				10							

Figura 3.9: Calificación por estándar de aprendizaje e instrumento de evaluación

En cuanto a la **prueba escrita**, se consideran dos por los siguientes motivos:

1. Por una parte la extensión de la propia unidad didáctica, que es amplia y con muchos nuevos conceptos para los alumnos.
2. Por otro lado, se aprecia en bastantes alumnos que han tenido buenos resultados en las Hojas de ejercicios evaluables, que su resultado en la prueba escrita ha sido bastante malo. Esto se debe a que hacen los ejercicios en las clases particulares, pero los resuelven sin comprender bien lo que están haciendo, de forma mecánica. Este hecho no se esperaba que pudiese ocurrir, de ahí que también se considere bajar la ponderación de las Hojas

de un 20 % a un 15 %. Se estima que es preferible por tanto hacer dos pruebas, obligando de alguna manera a que los estudiantes se esfuercen en el estudio de una manera más constante.

Otro aspecto de la prueba escrita está en la pregunta número 6:

Dados los puntos $A(2,-1), B(3,4)$ y la recta $t : 5x - y + 3 = 0$, halla la ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a la recta t. Da el resultado de la ecuación en su forma explícita. ***1,5 puntos***

En esta pregunta se da como dato el punto $A(2,-1)$, que no es necesario utilizar para resolver el ejercicio. Se hizo para obligarles a pensar detenidamente los datos que tienen y los que necesitan. El resultado no fue el deseado, habiendo muchos errores al realizar los alumnos el cálculo del vector de dirección con los puntos A y B, en lugar de tener en cuenta la perpendicularidad a la recta $t : 5x - y + 3 = 0$. El ejercicio quedaría exactamente igual pero eliminando el dato $A(2,-1)$.

Capítulo 4

Otras actividades docentes

4.1. Unidad didáctica: "Estadística bidimensional" 1º BACHILLERATO Ciencias Sociales

Se impartió en 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales la unidad de Estadística bidimensional. Este grupo es un tanto especial, con un comportamiento bastante infantil y sin interés alguno por lo que están haciendo. Esta apreciación coincide con la del resto de docentes. Se elaboran unos apuntes a medida, previo consenso con el tutor y Jefe de Departamento, que se pueden consultar en el Anexo C.1. Respecto a los conocimientos previos, tan solo 3 alumnos habían visto estadística en 3º y 4º ESO. El resto no habían visto nada desde 2º. Por tanto, había que comenzar con los conocimientos básicos. Se dedicó a esta iniciación 3 sesiones. Cada día se les subía a Classroom los apuntes ampliados con lo que hasta ese momento se había explicado en clase.

En cuanto a criterios de evaluación, se establece un 80 % a la prueba escrita y un 20 % a un proyecto de estadística, a trabajar en equipo.

El proyecto de estadística se consideró interesante por varios motivos:

1. Los datos para la realización del mismo son reales, y se obtienen del propio centro educativo. Se pretendía determinar si existe o no relación lineal entre las notas de distintas asignaturas.
2. Se pretende que los alumnos aprendan a trabajar en equipo, a distribuirse tareas y a coordinarse entre ellos. Como curiosidad, era tal la carencia que no consiguieron ponerse de acuerdo, los equipos se tuvieron que establecer según el listado de alumnos.
3. La elaboración del proyecto de estadística (su presentación, cálculos y representaciones gráficas) se realiza con medios electrónicos: procesador de textos y hoja de cálculo.
4. Se trabaja la comunicación lingüística, siendo obligado realizar la exposición pública del trabajo participando todos los componentes.

Se puede consultar la hoja de instrucciones del proyecto, su rúbrica, así como uno de los trabajos presentados por los alumnos en el Anexo C.2.

La prueba escrita corregida, que se trabajó en la última sesión y se les subió a la plataforma Classroom, se puede consultar en el Anexo C.3, junto con la rúbrica elaborada y ejemplo de un buen examen de una alumna que no había visto nada de estadística; sólo probabilidad en

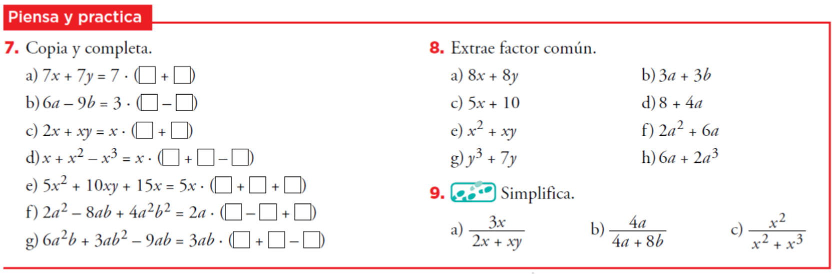
2º de la ESO.

En cuanto a los resultados finales, se consideran bastante mediocres. Tan solo superaron el mínimo en la calificación del proyecto 7 alumnos de 19, y en la prueba escrita sólo 3. No se consideran estos datos una sorpresa, se intuía por la trayectoria observada de los alumnos en el aula. Se puede consultar el detalle de las calificaciones en el Anexo C.4.

4.2. Actividad docente en 2º de la ESO - Grupo A

Se impartió una clase a este grupo correspondiente a la Unidad 6 "Álgebra", en la que se trataba de resolver los ejercicios propuestos el día anterior del libro, y de realizar una hoja de ejercicios extras preparatorios para el examen de la semana siguiente.

En la corrección de los ejercicios según la Figura 4.1, observo dificultades en la simplificación de polinomios aplicando el factor común. Se refuerza este contenido repitiendo el procedimiento para hacerlo.



Piensa y practica

7. Copia y completa.

a) $7x + 7y = 7 \cdot (\square + \square)$

b) $6a - 9b = 3 \cdot (\square - \square)$

c) $2x + xy = x \cdot (\square + \square)$

d) $x + x^2 - x^3 = x \cdot (\square + \square - \square)$

e) $5x^2 + 10xy + 15x = 5x \cdot (\square + \square + \square)$

f) $2a^2 - 8ab + 4a^2b^2 = 2a \cdot (\square - \square + \square)$

g) $6a^2b + 3ab^2 - 9ab = 3ab \cdot (\square + \square - \square)$

8. Extrae factor común.

a) $8x + 8y$ b) $3a + 3b$

c) $5x + 10$ d) $8 + 4a$

e) $x^2 + xy$ f) $2a^2 + 6a$

g) $y^3 + 7y$ h) $6a + 2a^3$

9. Simplifica.

a) $\frac{3x}{2x + xy}$ b) $\frac{4a}{4a + 8b}$ c) $\frac{x^2}{x^2 + x^3}$

Figura 4.1

Se comienza a trabajar en la hoja de ejercicios extra practicando:

- Grado de polinomios
- Operaciones con polinomios: suma, resta y multiplicación
- Extracción de factor común
- Simplificación de expresiones con polinomios
- Valor numérico de un polinomio

Los ejercicios que no dio tiempo a resolver se dejan como trabajo para terminar en casa. La hoja completa se encuentra en el Anexo C.5

4.3. Actividad docente compartida

Se han realizado sesiones en co-docencia con el profesor titular de la clase, casi todas con el tutor de prácticas del centro educativo.

En 2º ESO-A, se trabajaron varias sesiones en co-docencia con el tutor y con la profesora del proyecto Contecta2. Se llegó a conseguir una buena dinámica de trabajo por grupos los lunes y miércoles de cada semana, donde se colocaban las mesas en otra disposición, para trabajar de forma conjunta. Se usa metodología de gamificación, resultando bastante positiva. Los grupos de alumnos se repartían entre los 3 docentes para ofrecer atención individualizada. Hay que tener en cuenta que este grupo de alumnos se le considera el más problemático de todo el centro educativo, donde se tenían perfiles con graves problemas sociales y personales.

A modo de ejemplo, se expone un juego competición para resolver ecuaciones. Se hacen 5 grupos de 3 alumnos y se trata de ir haciendo la resolución de la hoja propuesta en la que se da un tiempo para cada ejercicio. Tras ese tiempo se pregunta a un grupo el resultado, si acierta sale a la pizarra a explicarlo y gana un punto, si no está bien rebota a otro de los grupos. En el Anexo C.6 se puede consultar la hoja con el contenido, elaborada por la profesora Belén C. Hermosa Calvo, del equipo de Conecta2.

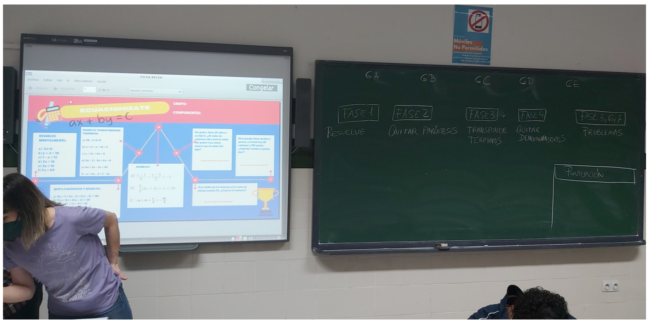


Figura 4.2

Destaca una sesión compartida en 2º ESO-C, que se lleva a cabo con una compañera del Departamento. El grupo es radicalmente opuesto al -A- buscándose el objetivo de observar las diferencias. Se trata de un grupo numeroso, de sección bilingüe, y con un buen nivel. Tocaba realizar ejercicios de reducción de cocientes de polinomios aplicando las identidades notables y la última parte, explicar el factor común. Se ha podido contrastar la heterogeneidad entre grupos del mismo curso (tanto en conducta como en nivel académico). Ha sido gratificante esta hora, pues el grupo es muy bueno.

4.4. Actividades de observación

La observación se ha realizado en los siguientes cursos:

- En la clase de refuerzo de Matemáticas de **1º ESO**, con pocos alumnos, más que una observación se trabajaron muchas sesiones como clases individualizadas, pues con dos docentes en el aula y este ratio se llega a trabajar con los alumnos los aspectos que les resulten más complicados.

- **2º ESO -A-:** En este grupo se han tenido las experiencias más intensas de observación y docencia compartida. Se acaba de comentar que estos alumnos son los más problemáticos del instituto, y se ha podido observar cómo solventa el tutor (que además es tutor de estos alumnos) con destreza disparidad de situaciones. Con estos alumnos se ha tenido la oportunidad de sacar la parte más imaginativa para despertar la atención dentro del aula. Se ha dedicado gran parte del tiempo al trato individual mientras el tutor explicaba, de esta forma resultaba más productivo. Se ha compartido con ellos una vez a la semana la hora de tutoría, donde se han podido tratar temas tan diversos como: el respeto mutuo, los influencers, elaboración de un sociograma, trabajo con la plataforma Librarium, etc.

- **4º ESO -B- y -C-:** Con este curso el periodo de observación sólo fue de una semana, y de ahí un día fue el examen de trigonometría. El resto del periodo fue docencia directa, hasta el fin de prácticas, con la unidad didáctica objeto de este trabajo.
- **1º BACHILLERATO -B- CIENCIAS SOCIALES:** El periodo de observación de 4 semanas, antes del inicio de la docencia directa en este grupo para impartir la Unidad de Estadística bidimensional, sirvió de análisis del perfil de los alumnos y de aprender la forma de llevar como docente un grupo de Bachillerato. En este periodo se trabajó en el aula la unidad de Funciones, dentro del bloque de Análisis. Se observa que el nivel de Matemáticas en la rama de Ciencias Sociales es bastante bajo, con carencias importantes en la comprensión. Se les imparten los conocimientos sin profundizar en rigor matemático y los ejercicios se les preparan básicos, con el mínimo imprescindible. Se han repetido bastantes ejercicios en clase, que apenas venían trabajados desde casa, tan solo por un pequeño grupo de alumnos.

En el enlace "Web Site" aparece un diario detallado de toda la observación docente.

4.5. Reuniones con órganos de coordinación didáctica

Se ha participado en las siguientes reuniones docentes.

1. **Reunión de presentación con la Jefatura del Departamento de Matemáticas:** Para darnos a conocer y donde se explica la dinámica del departamento y se presentan a los demás compañeros.
2. **Reunión con la Directora del centro educativo:** Presentación oficial, funcionamiento del centro y solicitud de documentación: proyecto educativo de centro (PEC), Reglamento de organización y funcionamiento (ROF) y Plan de acción tutorial (PAT).
3. **Reuniones semanales de Departamento:** Se suele tratar lo acontecido en la CCP a todo el equipo. Ha habido sesiones monográficas para tratar cómo hacer la evaluación en el presente curso académico, dado el cambio de Ley.
4. **Junta de evaluación de 2º ESO A:** Asistencia la la 2ª evaluación de este grupo, vía telemática, donde se pudo observar la dinámica de una evaluación.
5. **Reuniones semanales de tutores de 2º ESO:** Junto con el Departamento de Orientación y la Jefatura de Estudios, se trata semanalmente los problemas más importantes con los alumnos y/o cuestiones que atañen al centro educativo.
6. **Reunión con el Departamento de Orientación:** Se conoce en profundidad la estructura y componentes del mismo. Se analizan los alumnos de los grupos en los que estoy involucrado para conocer necesidades educativas especiales o problemas de alguna índole que afecten de manera importante a los alumnos.
7. **Reunión monográfica "Propuestas de FP Básica y Diversificación:** Reunión vía telemática en la que se trata alumno por alumno las opciones de cara al próximo curso, intercambiando opiniones entre los distintos docentes.

Se puede consultar detalle de lo acontecido en cada una de ellas a través del "Web Site", donde hay una página sólo dedicada a este asunto.

4.6. Actividades complementarias y extraescolares

4.6.1. Olimpiadas Matemáticas

Se colabora en esta actividad que coordina un compañero del Departamento participando con un grupo el día de la primera prueba y, a partir de ahí, trabajando con los que pasaron esta fase dos días a la semana en los recreos. Se les prepara cara a la segunda fase dándole algunas estrategias frente a diferentes tipos de problemas. Finalmente, se acompaña a los 4 alumnos que pasaron de fase a la siguiente prueba que se realizó el 2 de abril en el IES SANTA EULALIA. En el Anexo C.7 se pueden ver unas fotos.

4.6.2. Radio EDU

Proyecto de radio al que está adherido el IES. Se han grabado dos programas con los alumnos de 4º, los cuales han preparado conmemorando el Día de la Mujer de la semana pasada. Participan 3 alumnos. Se trataba de simular una entrevista con alguna mujer matemática importante de la historia. Dos alumnos hacen de entrevistadores, y el último hace del personaje histórico. Los personajes elegidos fueron Mery Somerville y Sofía Kovalevskaya. En el Anexo C.8 se pueden ver unas fotos.

4.6.3. Día del Centro

Se celebra el día 8 de abril. Ha sido una experiencia positiva, con un ambiente lúdico donde se ha tenido la oportunidad de socializar con todo el equipo del Instituto y de ver y charlar con los alumnos desde otra perspectiva. En el Departamento de Matemáticas se prepararon dos actividades: CIFRAS y PUNTO, un juego de agilidad mental. Y por otro lado, se prepara una exposición con las catapultas construidas en la Actividad 2.10.8. En el Anexo C.9 se pueden ver unas fotos.

4.6.4. Actividad extraescolar LUDEMÉRITA

El curso 2º ESO se ha inscrito en esta actividad extraescolar llamada “App Ludemerita“, con el objetivo de fomentar el aprendizaje del patrimonio cultural, histórico y medioambiental de Mérida, así como potenciar el aprendizaje colaborativo y los valores del trabajo en equipo. La actividad se realiza tipo Yincana jugando con los monumentos de la ciudad a través de una App que será extrapolable a cualquier ámbito educativo. Se puede ver toda la información en el siguiente enlace: App Ludemérita, el vídeo aquí: Vídeo promocional. Además, se pueden ver también fotos en el Anexo C.10

Capítulo 5

Autoevaluación

5.1. Reflexión sobre la experiencia

Hay una reflexión que resume todo lo acontecido: llegar a la conclusión de que este es mi camino profesional. De donde se intuía que podía ser una nueva trayectoria laboral, se descubre una pasión. Son muchos los factores de interés hacia esta profesión:

El hecho de transmitir conocimiento, que siempre fue algo por lo que se sentía interés y que me producía satisfacción.

El sentimiento de aportar algo más que conocimiento a las generaciones venideras, tus experiencias con un fin educativo. Son el futuro de nuestra sociedad.

Existen multitud de opciones en el día a día para ejercer la actividad docente, y está en manos de cada uno el sacarles partido, por lo que la rutina es totalmente evitable. Se trabaja la motivación al alumno, y a la vez se retroalimenta con motivación hacia el docente.

El propio contacto con adolescentes, que aporta alegría y se contagia rápidamente. Es algo que motiva cada mañana cuando entras en el centro educativo.

Los momentos en los que un alumno se acerca y transmite la satisfacción que tiene por algún reto conseguido, es algo de gran valor.

5.2. Resolución de problemas encontrados

No todo lo vivido se consideran experiencias positivas, también ha habido algunos problemas. Eso sí, de cada uno de ellos se le saca una parte positiva: aprendizaje.

La situación más complicada ha sido motivada por una falta de respeto de un alumno de 1º de Bachillerato, llegando a levantarse alzando la mano y hablando en un tono despectivo. La única opción de resolución fue la expulsión del aula y su envío a la Jefatura de Estudios. Este alumno tuvo amonestación escrita y tuvo que pedir disculpas.

Se ha visto con frecuencia, sobre todo en algunos alumnos de 2º ESO, un interés en clase nulo sin ni siquiera sacar el material, que a veces es una llamada de atención por problemas que tienen en su entorno. En estos casos ha funcionado prestar una atención individualizada, pues respondían al estímulo.

Ha habido dos situaciones parecidas entre sí. En la exposición pública del proyecto de Estadística de 1º de Bachillerato, un alumno se queda bloqueado por los nervios. Se solventa con unas palabras, quitando importancia y dando un tiempo de respiro. Hay otra situación parecida, en el examen de Geometría analítica de 4º ESO, al marearse un alumno. Tras sentarse en el pasillo unos minutos y observar que no mejoraba y, considerando que esto podía ser ansiedad (por el perfil del alumno) se llega a la decisión de hacerle el examen al día siguiente junto con un compañero que estaba enfermo.

5.3. ¿Qué he aprendido?

El elevado grado de responsabilidad que un docente tiene en el aula cada día. Se es el espejo donde mira el alumno, y todo lo que se haga o cómo se haga se les transmite. Cada expresión, y cada forma de contar algo ha de ser medido.

La forma de comunicación con los alumnos, que no es la misma con alumnos de 1º ESO que con los de 1º de Bachillerato.

Darse cuenta de la realidad de la sociedad actual, que se ve claramente en el aula observando el comportamiento diario de los estudiantes. Se han olvidado muchas normas básicas de conducta.

Finalmente, se aprende a escuchar, fundamental para no generar desmotivación y que los alumnos se sientan atendidos.

5.4. Contenidos del máster

Lo más destacado han sido las Prácticas Docentes: es el auténtico Máster. Materias como "Psicología del Adolescente" se consideran de relevancia por su enfoque práctico. Por otro lado, fundamental el aprendizaje de herramientas tecnológicas en "Metodología Experimental". Y, finalmente, las experiencias del Instituto que se exponían en "Didáctica de las Matemáticas" aplicadas a la materia que estuviésemos viendo en ese momento, se les da un gran valor.

A modo de crítica constructiva, se plantean los siguientes puntos que se consideran que son susceptibles de mejora:

Lo más destacado es que hay contenidos que los hemos visto hasta en 3 asignaturas diferentes, lo cual no es productivo. Se aprecia falta de coordinación entre todo el equipo.

Sería recomendable que el periodo de prácticas abarcara todo el segundo cuatrimestre, no teniendo en este periodo asignaturas teóricas, que aportan mucho menos y que son difíciles de compaginar durante el periodo de prácticas.

Se echa en falta acercamiento a la Enseñanza Secundaria en "Fundamentos Científicos del Currículum". Se recalca el enfoque hacia la oposición, cuando se debería resaltar el enfoque a la realidad del aula en un Instituto, las oposiciones no son objeto del Máster. En este sentido sería conveniente disponer de más profesores que estén en contacto continuo con la Enseñanza Secundaria. Se insiste que el objetivo del Máster es "Enseñanza en Secundaria".

No obstante, ha sido una experiencia de un **GRAN APRENDIZAJE**.

Referencias Bibliográficas

[1] García Pérez, J.R. (2022) *Recogida de información prácticas docentes IES Emérita Augusta*. Google Site. Recuperado de https://sites.google.com/alumnos.unex.es/practicas-iesemeritaaugusta/inicio

[2] J. Colera Jiménez, Ma J. Oliveira González, I. Gaztelu Albero y R. Colera Cañas (2015) *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 4º ESO*. Madrid, España: ANAYA

[3] J. Colera Jiménez, I. Gaztelu Albero y R. Colera Cañas (2015) *Matemáticas 2º ESO*. Madrid, España: ANAYA

[4] J. Colera Jiménez, Ma J. Oliveira González, I. Gaztelu Albero y R. Colera Cañas (2015) *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 3º ESO*. Madrid, España: ANAYA

[5] DECRETO 98/2016, de 5 de julio, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato para la Comunidad Autónoma de Extremadura

[6] Programación Didáctica del Departamento de Matemáticas del IES Emérita Augusta

[7] DECRETO 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

[8] Red Educativa Digital Descartes (3 de octubre de 2017) *Geometría analítica del plano*. Recuperado de https://proyectodescartes.org/descartescms/matematicas/unidades-didacticas/item/2940-celosias

[9] Entradanumerada2. (21 de enero de 2016). *Tráiler de "Midiendo el Mundo" en español.* [Archivo de vídeo]. YouTube. https://youtu.be/en3oI1L_Q1c

[10] Mates con Andrés. (14 de marzo de 2018). *Top 7 de películas matemáticas.* [Archivo de vídeo]. YouTube. https://youtu.be/aig8SLyAjKI

[11] Contar lo infinito. (14 de mayo de 2016). *Johann Carl Friedrich Gauss niño genio.* [Archivo de vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=JG-yPNlXdbQ

[12] Buck, D. (productor y director). (2012). *Midiendo el mundo*[Cinta cinematográfica]. Alemania: Boje Buck Produktion, Lotus Film, A Company Filmproduktionsgesellschaft.

[13] Vértigo Films (20 de abril de 2016). *El hombre que conocía el infinito.*. [Archivo de vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=XaXy9JZBbWg

[14] Brown, M., Young, J., Edward R., Katz, J., Thomas, J., Brown, M. Sondervan, S. (productores) y Brown, M. (director). (2015). *El hombre que conocía el infinito* [Cinta cinematográfica]. Coproducción Reino Unido-Estados Unidos; Animus Films, Edward R. Pressman Film, Firecracker Entertainment.

[15] Trailers y Estrenos (6 de noviembre de 2014). *The imitation game (Descifrando Enigma) - Trailer español.*. [Archivo de vídeo]. YouTube. https://youtu.be/zXKHGaRxQaE

[16] Schwarzman, T., Ostrowsky, I. Grossman, N. (productores) y Tyldum, M. (director). (2014). *Descifrando enigma* [Cinta cinematográfica]. Reino Unido: The Weinstein Company.

[17] Recomiendo # Cine (s.f.). *Una Mente Brillante # Trailer.*. [Archivo de vídeo]. YouTube. https://youtu.be/h_B16qD89aM

[18] Howard, R. Grazer, B. (productores) y Howard, R. (director). (2001). *Una mente maravillosa* [Cinta cinematográfica]. EU: DreamWorks SKG, Universal Pictures, Imagine Entertainment.

[19] Carl Friedrich Gauss (20 de marzo de 2022). En *Wikipedia.* https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Carl_Friedrich_Gauss&oldid=142392272

[20] Marcus du Sautoy (19 de agosto de 2018). Carl Gauss, el matemático que creó una de las herramientas más poderosas de la ciencia (y esa fue apenas una de sus genialidades). *BBC NEWS-MUNDO.* Recuperado de https://www.bbc.com/mundo/noticias-45207968#:~:text=Lo%20que%20descubri%C3%B3%20fue%20que,gaussiana%20o%20campana%20de%20Gauss.

[21] Srinivasa Ramanujan (1 de febrero de 2022). En *Wikipedia.* https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Srinivasa_Ramanujan&oldid=141384234

[22] Alan Turing (25 de marzo de 2022). En *Wikipedia.* https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Alan_Turing&oldid=142492542

[23] John Forbes Nash (4 de abril de 2022). En *Wikipedia.* https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Alan_Turing&oldid=142492542

[24] RC inventorTV (31 de octubre de 2017). *Cómo Hacer una Catapulta de Cartón.*. [Archivo de vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=YES7thrjhug

[25] Marie Curie (3 de junio de 2022). En *Wikipedia.* https://es.wikipedia.org/wiki/Marie_Curie

[26] Trailers y Estrenos (20 de mayo de 2017). *Marie Curie - Trailer español (HD).*. [Archivo de vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=2hBAKgah9hk

[27] Noëlle M., Zimmermann, R., Pokromski, M. (productores) y Noëlle, M. (director). (2016). *Marie Curie* [Cinta cinematográfica]. Coproducción Alemania-Polonia-Francia; P'Artisan Filmproduktion, Pokromski Studio, Glory Film, Climax Films, Schubert Music Publishing.

[28] Santiago Campillo (7 de noviembre de 2017). 6 hechos de la vida de Marie Curie que tal vez no conocías. *HIPERTEXTUAL.* https://hipertextual.com/2017/11/marie-curie-curiosidades

[29] Departamento de Matemáticas (1 de diciembre de 2016). Proyecto de investigación sobre Estadística Bidimensional. *IES PEDRO SALINAS*. https://www.iespedrosalinas.org/index.php?option=com_k2&view=item&id=967:proyecto-de-investigaci%C3%B3n-sobre-estad%C3%ADstica-bidimensional

[30] Equipo Pedagógico de Campuseducacion.com (2019). Cómo ponderar estándares de aprendizaje evaluables [Mensaje en un blog]. *Blog de Campuseducacion.com* Recuperado de https://www.campuseducacion.com/blog/oposiciones/general/como-ponderar-estandares-de-aprendizaje-evaluables/

Anexos

Anexos A

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

A.1. HOJA 1 DE EJERCICIOS EVALUABLES

A.1.1. Hoja de ejercicios y sus correcciones

Geometría analítica. Ejercicios Hoja 1 corregido

Nombre: ....

1. Fíjate en la Figura 1.

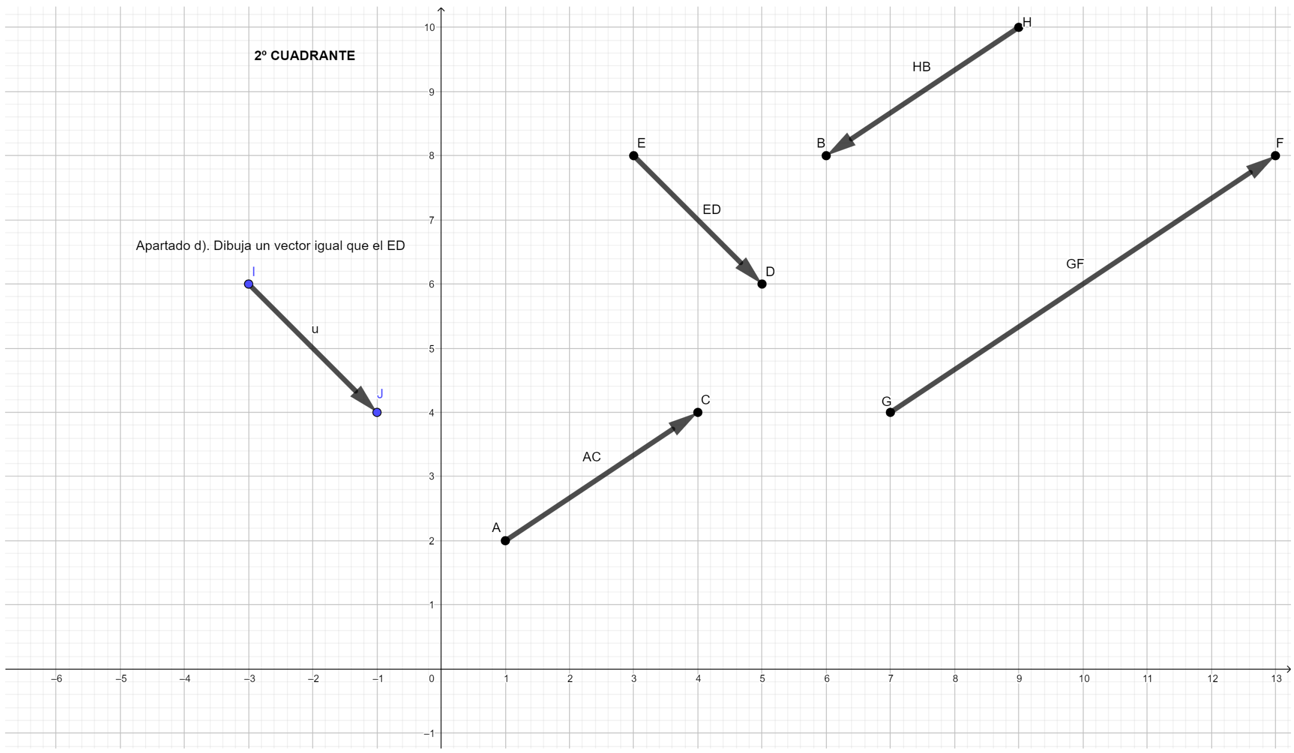


Figura 1:

a) Representa los vectores $\vec{GF}, \vec{AC}, \vec{ED}$ y $\vec{HB}$. Ver en la Figura 1.

b) Calcula las coordenadas y el módulo de cada vector del apartado anterior.
Coordenadas:

$$\vec{GF} = F - G = (13,8) - (7,4) = (6,4)$$
$$\vec{AC} = C - A = (4,4) - (1,2) = (3,2)$$
$$\vec{ED} = D - E = (5,6) - (3,8) = (2,-2)$$
$$\vec{HB} = B - H = (6,8) - (9,10) = (-3,-2)$$

Módulo:

$$|\vec{GF}| = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = \sqrt{2^2 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$
$$|\vec{AC}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$
$$|\vec{ED}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$
$$|\vec{HB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

c) ¿Son los vectores $\vec{HB}$ y $\vec{AC}$ iguales?

No son iguales porque tienen sentido opuesto Para que dos vectores sean iguales tienen que tener el mismo módulo, dirección y sentido.

d) Dibuja un vector igual que el vector $\vec{ED}$ pero en el 2º cuadrante del eje de coordenadas. Ver en la Figura 1.

2. Llamemos $\vec{u} = \vec{ED}$, $\vec{v} = \vec{GF}$, $\vec{w} = \vec{HB}$ Calcula:

a) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (2, -2) + (6, 4) + (-3, -2) = (5, 0)$

b) $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = (2, -2) - (6, 4) - (-3, -2) = (-1, -4)$

c) $-2\vec{u} + \vec{v} - 2\vec{w} = -2(2, -2) + (6, 4) - 2(-3, -2) = (-4, 4) + (6, 4) - (-6, -4) = (8, 12)$

d) $\frac{2}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{w} = \frac{2}{3}(2, -2) + \frac{1}{3}(-3, -2) = (\frac{4}{3}, \frac{-4}{3}) + (-1, \frac{-2}{3}) = (\frac{1}{3}, -2)$

e) ¿Cuáles serán las coordenadas de un punto J para que los vectores $\vec{GF}$ y $\vec{HJ}$ sean iguales?

Llamamos a las coordenadas $J(x, y)$. Para que $\vec{GF}$ y $\vec{HJ}$ sean iguales tiene que cumplirse:

$$(6, 4) = (x, y) - (9, 10) \Rightarrow (6, 4) = (x - 9, y - 10)$$

Igualando las coordenadas correspondientes:

$$x - 9 = 6$$

$$y - 10 = 4$$

Despejando obtenemos: $x = 15$ e $y = 14$

3. Comprueba, sin representarlos, si los siguientes pares de vectores tienen la misma dirección:
Para que dos vectores tengan la misma dirección, sus coordenadas han de ser proporcionales. Aplicamos en cada caso:

a) $\vec{u}(6, -3)$ $\vec{v}(-2, 1)$

$$¿\frac{6}{-2} = \frac{-3}{1}? \Rightarrow 6 = 6$$

Concluimos que SÍ son proporcionales.

b) $\vec{u}(5, 3)$ $\vec{v}(4, 2)$

$$¿\frac{5}{4} = \frac{3}{2}? \Rightarrow 10 \neq 12$$

Concluimos que NO son proporcionales.

c) $\vec{u}(10, 1)$ $\vec{v}(5, 2)$

$$¿\frac{10}{5} = \frac{1}{2}? \Rightarrow 20 \neq 5$$

Concluimos que NO son proporcionales.

d) $\vec{u}(-4,0)$ $\vec{v}(9,0)$

$$¿\frac{-4}{9} = \frac{0}{0}? \Rightarrow -4 \cdot 0 = 9 \cdot 0 \Rightarrow 0 = 0$$

Concluimos que SÍ son proporcionales. Si representas estos dos vectores te darás cuenta que ambos están en la misma recta, y tienen la misma dirección, la de la recta $y = 0$. No olvides que $\frac{0}{0}$ no se puede calcular, sólo hemos multiplicado en cruz.

4. Calcula las coordenadas de los puntos medios de los lados y de las diagonales del cuadrilátero $ABCD$ de la Figura 2.

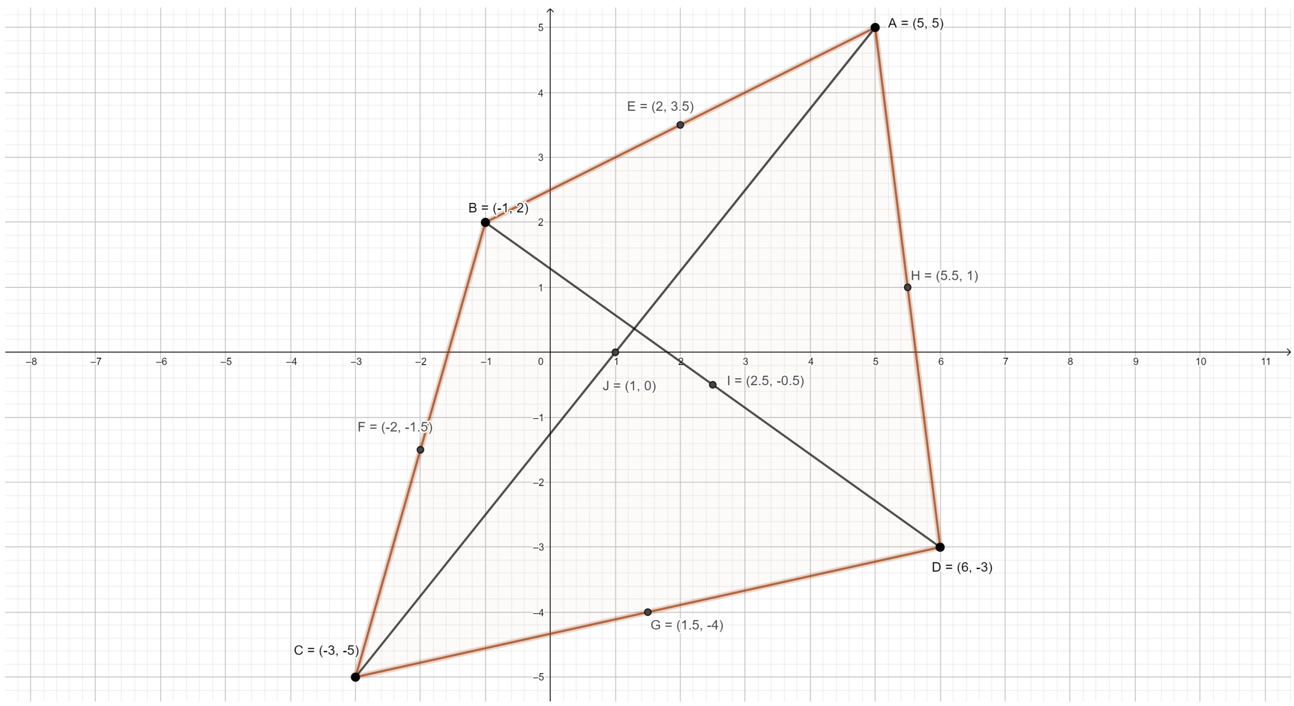


Figura 2:

Los puntos $ABCD$ son los siguientes: $A(5,5), B(-1,2), C(-3,-5)$ y $D(6,-3)$

- Punto medio del lado AB: $\left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{5+2}{2}\right) = \left(2, \frac{7}{2}\right)$
- Punto medio del lado BC: $\left(\frac{-1+(-3)}{2}, \frac{2+(-5)}{2}\right) = \left(-2, \frac{-3}{2}\right)$
- Punto medio del lado CD: $\left(\frac{-3+6}{2}, \frac{-5+(-3)}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, -4\right)$
- Punto medio del lado DA: $\left(\frac{6+5}{2}, \frac{-3+5}{2}\right) = \left(\frac{11}{2}, 1\right)$
- Punto medio diagonal BD: $\left(\frac{-1+6}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{-1}{2}\right)$
- Punto medio diagonal AC: $\left(\frac{5+(-3)}{2}, \frac{5+(-5)}{2}\right) = (1, 0)$

5. Si $M(-3,5)$ es el punto medio del segmento AB, halla el punto B en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(-1,5)$
Llamamos a $B(x,y)$. Se tiene que cumplir que: $M = \frac{A+B}{2}$. Por lo tanto:

$$(-3,5) = \frac{(-1,5)+(x,y)}{2} \Rightarrow (-3,5) = \frac{(-1+x, 5+y)}{2} \Rightarrow (-3,5) = \left(\frac{-1+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 = \frac{-1+x}{2} \Rightarrow x = -5$$
$$\Rightarrow 5 = \frac{5+y}{2} \Rightarrow y = 5$$

El punto buscado es $B(-5,5)$

b) $A(6,-4)$
Llamamos a $B(x,y)$. Se tiene que cumplir que: $M = \frac{A+B}{2}$. Por lo tanto:

$$(-3,5) = \frac{(6,-4)+(x,y)}{2} \Rightarrow (-3,5) = \frac{(6+x,-4+y)}{2} \Rightarrow (-3,5) = \left(\frac{6+x}{2}, \frac{-4+y}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 = \frac{6+x}{2} \Rightarrow x = -12$$
$$\Rightarrow 5 = \frac{-4+y}{2} \Rightarrow y = 14$$

El punto buscado es $B(-12,14)$

c) $A(-4,-7)$
Llamamos a $B(x,y)$. Se tiene que cumplir que: $M = \frac{A+B}{2}$. Por lo tanto:

$$(-3,5) = \frac{(-4,-7)+(x,y)}{2} \Rightarrow (-3,5) = \frac{(-4+x,-7+y)}{2} \Rightarrow (-3,5) = \left(\frac{-4+x}{2}, \frac{-7+y}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 = \frac{-4+x}{2} \Rightarrow x = -2$$
$$\Rightarrow 5 = \frac{-7+y}{2} \Rightarrow y = 17$$

El punto buscado es $B(-2,17)$

A.1.2. Rúbrica

RÚBRICA HOJA 1 EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA. 4º ESC

Pregunta 1. a
Representa los vectores

5.0	3.0	1.0	0.0
Representación correcta	**Tiene fallo en 1-2 vectores**	**Falla en 3 vectores**	**Falla en los 4 vectores**
Representa correctamente los vectores.	Hay uno o dos vectores que no los representa correctamente	No representa correctamente 3 vectores	No representa correctamente ningún vector o no ha relizado la representación

Pregunta 1. b
Calcula las coordenadas y el módulo de cada vector del apartado anterior

5.0	3.0	1.0	0.0
Cálculo totalmente correcto	**Tiene fallo en 1-2 vectores**	**Falla en 3 vectores**	**Falla en los 4 vectores**
Calcula correctamente el módulo de los 4 vectores	Hay uno o dos vectores que no los calcula correctamente	No calcula el módulo correctamente de 3 vectores	No calcula correctamente el módulo de ningún vector o no lo ha relizado

Pregunta 1. c
¿Son los vectores HB y AC iguales?

5.0	0.0
Correcto	**Incorrecto**
Responde correctamente	Responde incorrectamente

Pregunta 1. d
Dibuja un vector igual que el ED pero en el 2º cuadrante del eje de coordenadas

5.0	0.0
Correcto	**Incorrecto**
Dibuja correctamente el vector	Dibuja incorrectamente el vector

Pregunta 2
Operaciones con vectores

20.0	16.0	12.0	8.0	4.0	0.0
Responde correctamente	**Responde 4**	**Responde 3**	**Responde 2**	**Responde 1**	**Responde 0**
Responde correctamente las 5 operaciones	Responde correctamente las 4 operaciones	Responde correctamente las 3 operaciones	Responde correctamente las 2 operaciones	Responde correctamente las 1 operaciones	No responde correctamente a ninguna o no contesta

Pregunta 3. a
Comprueba sin representarlos si el siguiente par de vectores tienen la misma dirección

5.0	2.0	0.0
Responde correctamente	**Responde sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza la comprobación que se pide y responde correctamente	No realiza la comprobación que se pide pero responde correctamente. O bien, plantea la comprobación correctamente y existe un fallo de cálculo	La respuesta es incorrecta. No comprueba ni responde correctamente, o bien no responde

Pregunta 3. b
Comprueba sin representarlos si el siguiente par de vectores tienen la misma dirección

5.0	2.0	0.0
Responde correctamente	**Responde sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza la comprobación que se pide y responde correctamente	No realiza la comprobación que se pide pero responde correctamente. O bien, plantea la comprobación correctamente y existe un fallo de cálculo	La respuesta es incorrecta. No comprueba ni responde correctamente, o bien no responde

Pregunta 3. c
Comprueba sin representarlos si el siguiente par de vectores tienen la misma dirección

5.0	2.0	0.0
Responde correctamente	**Responde sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza la comprobación que se pide y responde correctamente	No realiza la comprobación que se pide pero responde correctamente. O bien, plantea la comprobación correctamente y existe un fallo de cálculo	La respuesta es incorrecta. No comprueba ni responde correctamente, o bien no responde

Pregunta 3. d
Comprueba sin representarlos si el siguiente par de vectores tienen la misma dirección

5.0	2.0	0.0
Responde correctamente	**Responde sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza la comprobación que se pide y responde correctamente	No realiza la comprobación que se pide pero responde correctamente. O bien, plantea la comprobación correctamente y existe un fallo de cálculo	La respuesta es incorrecta. No comprueba ni responde correctamente, o bien no responde

Pregunta 4 - Lados
Calcula las coordenadas de los puntos medios de los LADOS del cuadrilátero ABCD

12.0	9.0	6.0	3.0	0.0
Respuesta correcta	**Responde 3**	**Responde 2**	**Responde 1**	**Responde 0**
Responde correctamene a los 4 puntos medios de los lados del cuadrilátero	Responde correctamene a 3 puntos medios de los lados del cuadrilátero	Responde correctamene a 2 puntos medios de los lados del cuadrilátero	Responde correctamene a 1 punto medio del cuadrilátero	Responde incorrectamente a todos o bien no responde

Pregunta 4 - Diagonales
Calcula las coordenadas de los puntos medios de los LADOS del cuadrilátero ABCD

8.0	4.0	0.0
Respuesta correcta	**Responde 1**	**Responde 0**
Responde correctamene a los 2 puntos medios de las diagonales del cuadrilátero	Responde correctamene a 1 punto medio de las diagonales del cuadrilátero	Responde incorrectamente a todos o bien no responde

Pregunta 5. a
Si M es el punto medio del segmento AB, halla el punto B para cada valor del punto A

6.67	3.0	0.0
Responde correctamente	**Aplica el método, resultado final incorrecto**	**Incorrecto**
Utiliza y entiende el método de cálculo correctamente y el resultado final está bien	Utiliza el método de cálculo correctamente pero el resultado final es incorrecto	Ni utiliza el método de cálculo correctamente ni llega al resultado final, o bien no contesta

Pregunta 5. b
Si M es el punto medio del segmento AB, halla el punto B para cada valor del punto A

6.67	3.0	0.0
Responde correctamente	**Aplica el método, resultado final incorrecto**	**Incorrecto**
Utiliza y entiende el método de cálculo correctamente y el resultado final está bien	Utiliza el método de cálculo correctamente pero el resultado final es incorrecto	Ni utiliza el método de cálculo correctamente ni llega al resultado final, o bien no contesta

Pregunta 5. c
Si M es el punto medio del segmento AB, halla el punto B para cada valor del punto A

6.66	3.0	0.0
Responde correctamente	**Aplica el método, resultado final incorrecto**	**Incorrecto**
Utiliza y entiende el método de cálculo correctamente y el resultado final está bien	Utiliza el método de cálculo correctamente pero el resultado final es incorrecto	Ni utiliza el método de cálculo correctamente ni llega al resultado final, o bien no contesta

A.2. HOJA 2 DE EJERCICIOS EVALUABLES

A.2.1. Hoja de ejercicios y sus correcciones

Geometría analítica. Ejercicios Hoja 2 corregido

NOMBRE: ....

1. Halla para cada apartado el punto simétrico de $A(-3,3)$ respecto de:

   a) $P(-1,2)$ Llamamos al punto que estamos buscando $A'(x,y)$. Se tiene que cumplir que:

   $$P(-1,2)=\left(\frac{-3+x}{2},\frac{3+y}{2}\right)$$

   Igualando las coordenadas de los dos puntos:

   $$-1=\frac{-3+x}{2}\Rightarrow x=1$$

   $$2=\frac{3+y}{2}\Rightarrow y=1$$

   Por tanto, el punto buscado tiene como coordenadas: $A'(1,1)$

   b) $Q(-1,-3)$ Llamamos al punto que estamos buscando $A'(x,y)$. Se tiene que cumplir que:

   $$Q(-1,-3)=\left(\frac{-3+x}{2},\frac{3+y}{2}\right)$$

   Igualando las coordenadas de los dos puntos:

   $$-1=\frac{-3+x}{2}\Rightarrow x=1$$

   $$-3=\frac{3+y}{2}\Rightarrow y=-9$$

   Por tanto, el punto buscado tiene como coordenadas: $A'(1,-9)$

   c) $O(-5,1)$ Llamamos al punto que estamos buscando $A'(x,y)$. Se tiene que cumplir que:

   $$O(-5,1)=\left(\frac{-3+x}{2},\frac{3+y}{2}\right)$$

   Igualando las coordenadas de los dos puntos:

   $$-5=\frac{-3+x}{2}\Rightarrow x=-7$$

   $$1=\frac{3+y}{2}\Rightarrow y=-1$$

   Por tanto, el punto buscado tiene como coordenadas: $A'(-7,-1)$

2. Comprueba, en cada caso,si los puntos están alineados:

A.2.2. Rúbrica

RÚBRICA HOJA 2 EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA. 4º ESO

Pregunta 1. a

Hallar un punto simétrico respecto a otro

6.33	3.0	1.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Resultado sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	Indica el resultado correcto pero no ha realizado la comprobación analítica.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 1. b

Hallar un punto simétrico respecto a otro

6.33	3.0	1.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Resultado sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	Indica el resultado correcto pero no ha realizado la comprobación analítica.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 1. c

Hallar un punto simétrico respecto a otro

6.34	3.0	1.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Resultado sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	Indica el resultado correcto pero no ha realizado la comprobación analítica.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 2. a

Comprobar si tres puntos están alineados

6.33	3.0	1.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Resultado sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento del ejercicio y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	Indica el resultado correcto pero no ha realizado el planteamiento ni la comprobación analítica.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 2. b

Comprobar si tres puntos están alineados

6.33	3.0	1.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Resultado sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento del ejercicio y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	Indica el resultado correcto pero no ha realizado el planteamiento ni la comprobación analítica.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 2. c

Comprobar si tres puntos están alineados

6.34	3.0	1.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Resultado sin comprobar**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento del ejercicio y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	Indica el resultado correcto pero no ha realizado el planteamiento ni la comprobación analítica.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 3. a

Cálculo de ecuaciones de la recta con un punto y un vector dados

7.0	6.0	4.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Responde 3**	**Responde 2**	**Responde 1**	**Responde 0**
Responde correctamene a las 4 formas de ecuaciones de la recta: vectorial, paramétrica, forma continua y explícita.	Responde correctamene a las 3 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde correctamene a las 2 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde correctamene a las 1 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde incorrectamente a todas o bien no responde

Pregunta 3. b

Cálculo de ecuaciones de la recta con un punto y un vector dados

7.0	6.0	4.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Responde 3**	**Responde 2**	**Responde 1**	**Responde 0**
Responde correctamene a las 4 formas de ecuaciones de la recta: vectorial, paramétrica, forma continua y explícita.	Responde correctamene a las 3 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde correctamene a las 2 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde correctamene a las 1 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde incorrectamente a todas o bien no responde

Pregunta 3. c

Cálculo de ecuaciones de la recta con un punto y un vector dados

7.0	6.0	4.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Responde 3**	**Responde 2**	**Responde 1**	**Responde 0**
Responde correctamene a las 4 formas de ecuaciones de la recta: vectorial, paramétrica, forma continua y explícita.	Responde correctamene a las 3 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde correctamene a las 2 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde correctamene a las 1 de las 4 formas de ecuaciones de la recta	Responde incorrectamente a todas o bien no responde

Pregunta 4. - Recta r

Cálculo de ecuaciones de la recta con un punto y un vector dados

7.0	5.0	4.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Planteamiento bien de las 2 ecuaciones**	**Respuesta correcta de 1 ecuación**	**Planteamiento bien de 1 ecuación**	**Responde 0**
Responde correctamene a las 2 formas de ecuaciones de la recta: paramétrica y explícita, habiendo sacado bien los puntos y el vector de dirección	Algún punto de la gráfica lo ha sacado incorrectamente pero el desarrollo hasta llegar a las ecuaciones paramétricas y explícita es correcto.	Responde correctamente a una de las ecuaciones de la recta (paramétrica o explícita), tanto su planteamiento como resultado final.	Algún punto de la gráfica lo ha sacado incorrectamente pero el desarrollo hasta llegar a una de las ecuaciones solicitadas es correcto.	Tanto la respuesta como el planteamiento no son correctos. O bien no responde.

Pregunta 4. - Recta s

Cálculo de ecuaciones de la recta con un punto y un vector dados

7.0	5.0	4.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Planteamiento bien de las 2 ecuaciones**	**Respuesta correcta de 1 ecuación**	**Planteamiento bien de 1 ecuación**	**Responde 0**
Responde correctamene a las 2 formas de ecuaciones de la recta: paramétrica y explícita, habiendo sacado bien los puntos y el vector de dirección	Algún punto de la gráfica lo ha sacado incorrectamente pero el desarrollo hasta llegar a las ecuaciones paramétricas y explícita es correcto.	Responde correctamente a una de las ecuaciones de la recta (paramétrica o explícita), tanto su planteamiento como resultado final.	Algún punto de la gráfica lo ha sacado incorrectamente pero el desarrollo hasta llegar a una de las ecuaciones solicitadas es correcto.	Tanto la respuesta como el planteamiento no son correctos. O bien no responde.

Pregunta 4. - Recta t

Cálculo de ecuaciones de la recta con un punto y un vector dados

RÚBRICA HOJA 2 EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA. 4º ESO

7.0	5.0	4.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Planteamiento bien de las 2 ecuaciones**	**Respuesta correcta de 1 ecuación**	**Planteamiento bien de 1 ecuación**	**Responde 0**
Responde correctamene a las 2 formas de ecuaciones de la recta: paramétrica y explícita, habiendo sacado bien los puntos y el vector de dirección	Algún punto de la gráfica lo ha sacado incorrectamente pero el desarrollo hasta llegar a las ecuaciones paramétricas y explícita es correcto.	Responde correctamente a una de las ecuaciones de la recta (paramétrica o explícita), tanto su planteamiento como resultado final.	Algún punto de la gráfica lo ha sacado incorrectamente pero el desarrollo hasta llegar a una de las ecuaciones solicitadas es correcto.	Tanto la respuesta como el planteamiento no son correctos. O bien no responde.

Pregunta 5. - a
Identificar un punto y un vector de la ecuación paramétrica. Calcula la forma continua

10.0	8.0	6.0	5.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Da la forma continua. Identifi**	**Sólo identifica punto y vector**	**Calcula ecuación forma conti**	**Da un punto o un vector**	**Respuesta incorrecta**
Identifica correctamente el vector de dirección y el punto y calcula la forma continua de la ecuación de la recta.	Sólo identifica el punto o el vector en la ecuación paramétrica. Calcula correctamente la ecuación en forma continua.	Identifica el punto y el vector en la ecuación paramétrica, pero no calcula la forma continua.	Calcula la ecuación de la recta en forma continua, pero no identifica ni un punto ni el vector de dirección.	Identifica sólamente un punto o el vector de dirección. No calcula la ecuación en forma continua.	No identifica ni el punto ni el vector de dirección en la ecuación paramétrica. Tampoco calcula la ecuación en forma continua. O bien no responde la pregunta.

Pregunta 5. - b
Identificar un punto y un vector de la ecuación paramétrica. Calcula la forma continua

10.0	8.0	6.0	5.0	2.0	0.0
Respuesta correcta	**Da la forma continua. Identifi**	**Sólo identifica punto y vector**	**Calcula ecuación forma conti**	**Da un punto o un vector**	**Respuesta incorrecta**
Identifica correctamente el vector de dirección y el punto y calcula la forma continua de la ecuación de la recta.	Sólo identifica el punto o el vector en la ecuación paramétrica. Calcula correctamente la ecuación en forma continua.	Identifica el punto y el vector en la ecuación paramétrica, pero no calcula la forma continua.	Calcula la ecuación de la recta en forma continua, pero no identifica ni un punto ni el vector de dirección.	Identifica sólamente un punto o el vector de dirección. No calcula la ecuación en forma continua.	No identifica ni el punto ni el vector de dirección en la ecuación paramétrica. Tampoco calcula la ecuación en forma continua. O bien no responde la pregunta.

A.3. HOJA 3 DE EJERCICIOS EVALUABLES

A.3.1. Hoja de ejercicios y sus correcciones

Geometría analítica. Ejercicios Hoja 3

NOMBRE: ....

1. Halla la ecuación de las siguientes rectas:

   a) Paralela a $y = -2x + 3$ y que pasa por $(4, 5)$

   Para calcular la ecuación de la recta necesitamos: 1 punto y 1 vector de dirección (ó su pendiente). El punto me lo dan pero, ¿cuál será el vector o la pendiente m? Si la recta que nos piden es paralela a $y = -2x + 3$ significa que sus pendientes tienen que ser iguales. Por lo tanto, ya tengo lo que necesito:

   Pendiente: $m = -2$
   Punto: $(4, 5)$
   Con la ecuación punto pendiente: $y = y_0 + m(x - x_0)$ obtenemos:

   $$y = 5 - 2(x - 4)$$

   Operando, su forma explícita quedaría:

   $$y = -2x + 13$$

   b) Paralela a $2x - 4y + 3 = 0$ y que pasa por $(4, 0)$

   Procedemos igual que en el apartado anterior, pero en este caso para obtener la pendiente tendremos que poner primero la ecuación que nos dan en su forma explícita:

   $2x - 4y + 3 = 0 \Rightarrow -4y = -2x - 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$
   Pendiente: $m = \frac{1}{2}$
   Punto: $(4, 0)$
   Con la ecuación punto pendiente: $y = y_0 + m(x - x_0)$ obtenemos:

   $$y = 0 + \frac{1}{2}(x - 4)$$

   Operando, su forma explícita quedaría:

   $$y = \frac{1}{2}x - 2$$

   c) Paralela a $3x + 2y - 6 = 0$ y que pasa por $(0, -3)$

Procedemos igual que en el apartado anterior para obtener la pendiente:

$3x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow\Rightarrow y = \frac{-3}{2}x + 3$
Pendiente: $m = -\frac{3}{2}$
Punto: $(0, -3)$

A.3.2. Rúbrica

RÚBRICA HOJA 3 EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

Pregunta 1. a
Halla la ecuación de una recta paralela a otra

11.0	6.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 1. b
Halla la ecuación de una recta paralela a otra

11.0	6.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 1. c
Halla la ecuación de una recta paralela a otra

11.0	6.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 2. a
Halla la ecuación de una recta perpendicular a otra

11.0	6.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 2. b
Halla la ecuación de una recta perpendicular a otra

11.0	6.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 2. c
Halla la ecuación de una recta perpendicular a otra

11.0	6.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo lo que se le pide pero tiene algún fallo en el cálculo.	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 3. a
Halla la ecuación de una recta perpendicular a otra

17.0	10.0	7.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto, no interpreta**	**Interpretación incorrecta**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo el desarrollo que ha realizado pero no interpreta el resultado final.	Llega al resultado final pero no interpreta de forma correcta el resultado	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

Pregunta 3. b
Halla la ecuación de una recta perpendicular a otra

17.0	10.0	7.0	0.0
Resolución correcta	**Planteamiento correcto, no interpreta**	**Interpretación incorrecta**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento y llega al resultado final de forma correcta	Realiza un planteamiento correcto del problema entendiendo el desarrollo que ha realizado pero no interpreta el resultado final.	Llega al resultado final pero no interpreta de forma correcta el resultado	No realiza el planteamiento del ejercicio correctamente y no llega al resultado final. O bien, no hace el ejercicio.

A.4. CALIFICACIONES EJERCICIOS Y PRUEBA ESCRITA DESGLOSADAS POR PREGUNTA Y GRUPO

ANÁLISIS HOJAS DE EJERCICIOS Y EXAMEN.

	HOJA 1						HOJA 2						HOJA 3				EXAMEN							
ALUMNOS. GRUPO B	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**TOTAL**	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**TOTAL**	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**TOTAL**	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**Pr. 6**	**Pr. 7**	**TOTAL**
Alumno 1							15,66	2	20	0	0	**38**	33	18	0	**51**	0,66	0	0	0	0	0	0	**0,66**
Alumno 2	15	16	2	20	20	**73**	19	19	16	18	0	**72**	28	22	0	**50**	0,66	1	1,5	1,5	1,5	0	0	**6,16**
Alumno 3	8	0	15	6	20	**49**	15,67	19	18	12	20	**85**	28	22	34	**84**	1	1	0	0,5	1,5		0,5	**4,5**
Alumno 4	18	0	20	20	16,64	**75**	19	19	18	21	10	**87**	33	22	0	**55**	0,66	1	1,5	1,5	2	1,5	1	**9,16**
Alumno 5	20	16	20	20	20	**96**	19	19	21	20	20	**99**	33	33	10	**76**	0,33	1	0	0,5	2	0	1,5	**5,33**
Alumno 6	17,5	16	20	20	13,33	**87**	19	19	0	0	10	**48**	28	23	17	**68**	0,66	1	0,5	1	1,5	1	1,5	**7,16**
Alumno 7	20	20	20	20	20	**100**	0	12,33	19	0	10	**42**	33	22	34	**89**	1	1	1,5	1	1	1,5	1	**8**
Alumno 8	13	0	10	20	16,34	**60**	19	19	20	0	20	**78**	28	11	27	**66**	0,33	1	1,5	1,25	1	0	0	**5,08**
Alumno 9	17,5	16	20	12	20	**86**	19	19	17	21	5	**81**	33	33	17	**83**	1	1	1,5	0	2	1	1,5	**8**
Alumno 10	3	8	20	20	16,33	**68**	9	19	21	19	20	**88**	22	33	34	**89**	0,66	0,5	1,5	0	1	0	0	**3,66**
Alumno 11	17,5	8	20	12	12,67	**71**	19	19	14	13	10	**75**	23	33	0	**56**	0,33	0,5	1,5	1,5	1,5	0,75	0	**6,08**
Alumno 12	17,5	20	15	6	20	**79**	19	12,66	19	20	4	**75**	33	22	17	**72**	1	1	1,5	1	1,5	0,75	0,5	**7,25**
Alumno 13	12,5	8	15	10	0	**46**	19	19	14	18	0	**70**	33	28	17	**78**	0	0	0,75	0,5	0	0	0	**1,25**
Alumno 14	3	16	2	9	20	**50**	19	2	19	4	0	**44**	33	23	0	**56**	0,33	0,5	0	0,5	1,5	0	0	**2,83**
Alumno 15	10	16	2	9	20	**57**	19	15,67	17	8	0	**60**	18	22	0	**40**	0,66	0,5	0	0	1	0	0	**2,16**
Alumno 16	12,5	12	15	10	0	**50**	0	19	14	0	0	**33**	28	33	0	**61**	1	1	0	1	1	0	0	**4**
Alumno 17	18	16	20	12	20	**86**	19	19	16	20	5	**79**	28	28	17	**73**	0,66	1	1,5	1,5	2	1,5	1	**9,16**
Alumno 18	15	20	20	20	16,33	**92**	19	19	21	21	10	**90**	28	12	10	**50**	0,66	1	0	0,5	2	0	0	**4,16**
Alumno 19	15	2	4	12	16,63	**50**	19	19	19	21	20	**98**	33	12	0	**45**	0,66	0,5	1	0,5	1	1,5	0	**5,16**
Alumno 20													28	11	0	**39**	1	0,5	1	1	0	0	1	**4,5**
Alumno 21	15,5	0	15	0	0	**31**	0	19				**19**					0,66	0,75	0	0	2	1,5	0	**4,91**
Alumno 22	20	20	20	20	20	**100**	19	19	19	21	10	**88**	33	33	20	**86**	1	1	1,5	1,5	2	1,5	1	**9,5**
Alumno 23	13	16	2	20	20	**71**	19	19	14	15	0	**67**	33	33	0	**66**	0	0	0	0	0	0	0	**0**
Nº DE APROBADOS	**18**						**16**						**18**				**12**							
PUNTUACIÓN MEDIA	14	12	14	14	16	**70**	16	17	17	13	8	**69**	30	24	12	**65**	0,65	0,73	0,79	0,73	1,26	0,57	0,46	**5,16**
PUNTUACIÓN MÁXIMA RÚBRICA	20	20	20	20	20	**100**	19	19	21	21	20	**100**	33	33	34	**100**	1	1	1,5	1,5	2	1,5	1,5	**10**

	HOJA 1						HOJA 2						HOJA 3				EXAMEN							
ALUMNOS. GRUPO C	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**TOTAL**	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**TOTAL**	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**TOTAL**	**Pr. 1**	**Pr. 2**	**Pr. 3**	**Pr. 4**	**Pr. 5**	**Pr. 6**	**Pr. 7**	**TOTAL**
Alumno 1	8	20	20	0	20	**68**	19	19	19	5	20	**82**					0,33	0,5	0	0	0	0	0,5	**1,33**
Alumno 2	4	0	6	0	20	**30**	0	0	18	5	20	**43**	33	22	10	**65**	0,15	0,25	0	0	1	0	0	**1,4**
Alumno 3	10	20	20	20	20	**90**	0	10	21	5	12	**48**	28	33	34	**95**	0,81	1	0	1,5	2	0	1,5	**6,81**
Alumno 4	5	16	0	17	16,34	**55**	19	19	21	11	4	**74**	33	33	34	**100**	0,66	0,5	1,5	1,5	2	1	0,5	**7,66**
Alumno 5	8	0	6	0	0	**14**	15,67	7,33	17	15	10	**65**	28	33	34	**95**	0,33	0	1,5	0,5	1	0	0	**3,33**
Alumno 6	3	0	6	17	20	**46**	19	19	21	21	20	**100**	33	33	34	**100**	1	0,5	0	0,5	1,5	0	0	**3,5**
Alumno 7	8	16	15	20	13,34	**73**							33	22	34	**89**	0	0	0	0	0	0	0	**0**
Alumno 8	3	16	0	13	0	**32**	15,66	15,67	12	0	0	**44**					0	0	0	0	0,5	0	0	**0,5**
Alumno 9	16	4	20	17	20	**77**	19	15,67	20	5	0	**60**	33	33	29	**95**								
Alumno 10																	0,33	0,5	0	0,5	2	0	0	**3,33**
Alumno 11	3	4	6	16	16,33	**46**	19	19	21	18	20	**97**	33	33	34	**100**	0,15	0,5	0	0	0,5	0	0	**1,15**
Alumno 12	5	16	0	13	16,34	**51**	19	19	12	4	20	**74**	28	33	34	**95**	0,33	0,5	1,5	0	0	0	0	**2,33**
Alumno 13	3	0	6	17	20	**46**	19	19	14	13	18	**83**	33	33	17	**83**	0	0	0	0	0	0	0	**0**
Alumno 14	20	20	20	20	20	**100**	19	19	21	15	20	**94**					0,66	0	0	0	0	1	0	**1,66**
Alumno 15	8	20	20	20	13,33	**82**	19	19	21	0	0	**59**	33	33	17	**83**	0,66	0,5	0	1	1	1	0	**4,16**
Alumno 16	3	16	15	0	0	**34**							33	22	0	**55**	0,33	1	0	0,5	0	0	1	**2,83**
Alumno 17	17,5	12	8	10	20	**68**	19	19	21	12	20	**91**	28	33	27	**88**	1	0,5	0	1	2	1	1	**6,5**
Alumno 18	0	0	15	17	0	**32**	0	9,33	20	4	12	**66**	23	17	0	**40**	0,48	0	0	0	1	0	1,5	**2,98**
Alumno 19	5	16	15	12	20	**68**	0	0	20	12	20	**52**	33	33	17	**83**	0,15	1	0	1	1	0	0	**3,15**
Alumno 20	20	20	20	20	20	**100**	19	19	21	5	20	**84**	33	33	34	**100**	0,66	0	0	1,5	1	1,5	0,5	**5,16**
Alumno 21							6,33	7,34	8	8	6	**36**					0,33	0,5	0	0	0	0	0	**0,83**
Alumno 22	10	20	15	0	0	**45**	15,66	19	21	21	0	**77**	23	12	10	**45**	0,66	0,5	1,25	1,5	1	0	0	**4,91**
Nº DE APROBADOS	**11**						**15**						**15**				**4**							
PUNTUACIÓN MEDIA	8	12	12	12	14	**58**	14	14	18	9	13	**70**	31	29	23	**83**	0,43	0,39	0,27	0,52	0,83	0,26	0,31	**3,02**
PUNTUACIÓN MÁXIMA RÚBRICA	20	20	20	20	20	**100**	19	19	21	21	20	**100**	33	33	34	**100**	1	1	1,5	1,5	2	1,5	1,5	**10**

A.5. PRUEBA ESCRITA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

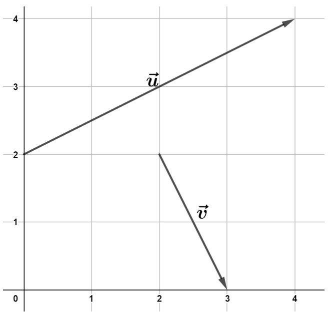
A.5.1. Prueba escrita

Examen Unidad 8: Geometría analítica

Nombre: ....

1. Determina las coordenadas del vector $\vec{AB}$ que pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(2, -1)$. Represéntalo en unos ejes cartesianos y calcula su módulo. ***1 punto***

2. Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ de la figura que está a continuación, calcula las coordenadas del vector $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v}$. ***1 punto***



3. Dado el punto $A(6, -1)$, halla las coordenadas de su simétrico, A', respecto del punto $P(3, 4)$. ***1,5 puntos***

4. Halla x para que los puntos $P(x, 4), Q(-2, 2)$ y $R(-4, 1)$ estén alineados. ***1,5 puntos***

5. Halla las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de la recta que pasa por los puntos $(1, 2)$ y $(2, -1)$. ***2 puntos***

NOMBRE: ....

(Continúa...)

6. Dados los puntos $A(2, -1), B(3, 4)$ y la recta $t : 5x - y + 3 = 0$, halla la ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a la recta t. Da el resultado de la ecuación en su forma explícita. ***1,5 puntos***

7. Determina la posición relativa de las rectas r y s sabiendo que r pasa por el punto $(0, -2)$ y su vector de dirección es $\vec{v}(-6, -4)$ y la recta s es: $2x - 3y - 1 = 0$. ***1,5 puntos***

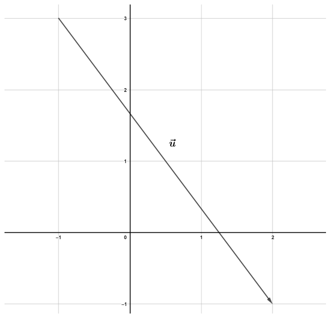
A.5.2. Prueba escrita corregida

CORRECCIÓN Examen Unidad 8: Geometría analítica

1. Determina las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ que pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(2, -1)$. Represéntalo en unos ejes cartesianos y calcula su módulo. ***1 punto***

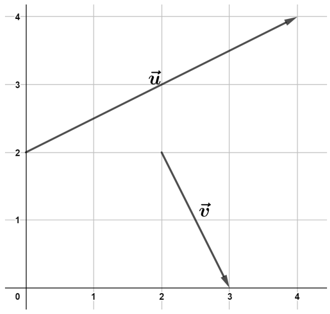
   Coordenadas: $\overrightarrow{AB} = (2, -1) - (-1, 3) = (3, -4)$

   Representación:



   Módulo: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$

2. Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ de la figura que está a continuación, calcula las coordenadas del vector $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v}$. ***1 punto***



   Observando la figura se sacan las coordenadas de cada vector. O bien, si no lo ves claro, sacas el punto de origen, el punto de destino y restas ambos puntos. El resultado es el mismo:

$$\vec{u}(4, 2)\ \vec{v}(1, -2)$$

$$\vec{w} = \frac{1}{2}(4, 2) + 3(1, -2) = (2, 1) + (3, -6) = (5, -5)$$

3. Dado el punto $A(6, -1)$, halla las coordenadas de su simétrico, A', respecto del punto $P(3, 4)$. ***1,5 puntos***

Llamamos al punto que estamos buscando $A'(x,y)$. Se tiene que cumplir que:

$$P(3,4) = \left(\frac{6+x}{2}, \frac{-1+y}{2}\right)$$

Igualando las coordenadas de los dos puntos:

$$3 = \frac{6+x}{2} \Rightarrow x = 0$$

$$4 = \frac{-1+y}{4} \Rightarrow y = 9$$

Por tanto, el punto buscado tiene como coordenadas: $A'(0,9)$

4. Halla x para que los puntos $P(x,4), Q(-2,2)$ y $R(-4,1)$ estén alineados. ***1,5 puntos***

   Para que los tres puntos estén alineados los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{QR}$ han de tener la misma dirección. O lo que es lo mismo, tienen que ser proporcionales. Calculamos entonces $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{QR}$:

$$\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2,2) - (x,4) = (-2-x,-2)$$
$$\overrightarrow{QR} = R - Q = (-4,1) - (-2,2) = (-2,-1)$$

   Aplicamos ahora la condición de proporcionalidad porque nos dicen que tienen que estar alineados:

$$\frac{-2-x}{-2} = \frac{-2}{-1} \Rightarrow 2+x = 4 \Rightarrow x = 2$$

5. Halla las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de la recta que pasa por los puntos $(1,2)$ y $(2,-1)$. ***2 puntos***

   Ecuación vectorial: El vector de dirección será: $\vec{d} = (2-1) - (1,2) = (1,-3)$. Por tanto la ecuación vectorial de la recta quedaría, tomando el punto $(1,2)$:

$$(x,y) = (1,2) + t(1,-3)$$

   Ecuación paramétrica:

$$\begin{cases} x = & 1+t \\ y = & 2-3t \end{cases}$$

   Ecuación en forma continua: Despejamos t de las ecuaciones paramétricas e igualamos ambas expresiones:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3}$$

Ecuación explícita: Despejamos y de la ecuación en forma continua:

$$-3x + 3 = y - 2 \Rightarrow \text{ Por tanto: } y = -3x + 5$$

6. Dados los puntos $A(2, -1), B(3, 4)$ y la recta $t : 5x - y + 3 = 0$, halla la ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a la recta t. Da el resultado de la ecuación en su forma explícita. ***1,5 puntos***

   Tenemos el punto, porque me lo dan, que es: $B(3, 4)$. Necesitamos la pendiente. Como la recta que me piden es perpendicular a la recta t, su pendiente tiene que ser la inversa de la de t cambiada de signo. Recuerda la fórmula:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

   La forma explícita de t es: $y = 5x + 3$. Por lo que la pendiente es $m_1 = 5$. Por lo tanto, la pendiente de la recta que nos piden será: $m_2 = -\frac{1}{5}$. Ahora aplico la ecuación de la recta punto pendiente:

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Rightarrow y = 4 - \frac{1}{5}(x - 3) \Rightarrow y = 4 - \frac{1}{5}x + \frac{3}{5} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}x + \frac{23}{5}$$

7. Determina la posición relativa de las rectas r y s sabiendo que r pasa por el punto $(0, -2)$ y su vector de dirección es $\vec{v}(-6, -4)$ y la recta s es: $2x - 3y - 1 = 0$. ***1,5 puntos***

   Primero tenemos que que calcular la ecuación de la recta r. Puedo aplicar directamente la ecuación punto pendiente, porque me dan los datos:

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Rightarrow y = -2 + \frac{2}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$$

   Ahora, para determinar la posición relativa de las dos rectas tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 2 \\ 2x - 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

   Resolviendo por sustitución queda:

$$2x - 3(-2 + \frac{2}{3}x) - 1 = 0$$

$$2x + 6 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow 5 = 0$$

   Como $5 \neq 0$ es una contradicción, por tanto el sistema no tiene solución.

   Conclusión: LAS RECTAS SON PARALELAS.

A.5.3. Rúbrica

RÚBRICA EXAMEN DE GEOMETRÍA ANALÍTICA. 4º ESO

1. a. Coordenadas de un vector
Calcular las coordenadas de un vector

0.33	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Calcula las coordenadas de un vector correctamente	Indica las coordenadas correctamente pero no pone cómo las obtiene. O bien, copia mal un dato pero el cálculo es correcto.	No conoce cómo calcular coordenadas de un vector

1. b. Representación de un vector
Representar el vector en las coordenadas cartesianas

0.33	0.0
Correcto	**Incorrecto**
Sabe representar el vector correctamente	No sabe representar el vector.

1. c. Módulo de un vector
Calcular el módulo de un vector

0.34	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Describe y calcula correctamente el módulo de un vector.	Describe correctamente cómo se calcula el módulo de un vector, pero tiene un fallo de cálculo al final.	No conoce cómo calcular el módulo de un vector.

2. Obtener y operar vectores
Obtener coordenadas de un vector a partir de su representación gráfica y operar con ellos.

1.0	0.75	0.5	0.25	0.0
Correcto	**Correcto pero incompleto**	**Obtiene corrdenadas, no opera**	**Obtiene una coordenada**	**Incorrecto**
Obtiene correctamente las coordenadas de los vectores de la representación gráfica y opera con ellos sin cometer errores	Obtiene correctamente las coordenadas de los vectores de la representación gráfica y opera con ellos sin cometer errores, pero copia mal el resultado al final.	Obtiene correctamente las coordenadas de los vectores de la representación gráfica pero no sabe operar con ellos. O bien falla en obtener las coordenadas pero sabe operar con vectores	Obtiene correctamente las coordenadas de uno de los dos vectores. No realiza operaciones.	No obtiene las coordenadas correctamente ni sabe operar con ellos. O bien, no contesta.

3. Calcular un punto simétrico de otro
Dado un punto calcular su simétrico respecto otro punto dado

44682	1.0	0.75	0.5	0.0
Correcto	**Planteamiento correcto**	**Correcto pero incompleto**	**Obtiene corrdenadas parcialmente**	**Incorrecto**
Plantea correctamente el ejercicio y lo resuelve de forma algebraica sin cometer errores de cálculo	Plantea correctamente el ejercicio y lo resuelve de forma algebraica, pero comete un error de cálculo al despejar	Obtiene correctamente las coordenadas del punto pero lo hace de forma intuitiva, sin hacer un planteamiento formal.	No realiza un planteamiento claro pero da alguna coordenada correcta.	No obtiene las coordenadas correctamente ni sabe operar con ellos. O bien, no contesta.

4. Puntos alineados
Conocer las condiciones para que tres puntos estén alineados. Calcular una coordenada de uno de los puntos conocidas todas las demás

44682	1.0	0.5	0.0
Correcto	**Planteamiento correcto, fallo de cálculo**	**Plantea parte del ejercicio**	**Incorrecto**
Realiza el planteamiento correcto conociendo cuándo 3 puntos están alineados. Calcula el valor de la incógnita correctamente dada esta condición.	Realiza el planteamiento correcto conociendo cuándo 3 puntos están alineados, aplica la condición de proporcionalidad pero tiene un error de cálculo final.	Realiza e indica un planteamiento de cuándo 3 puntos están alineados, pero no consigue aplicar criterios de proporcionalidad de vectores ni llega al resultado final.	Desconoce el planteamiento del problema en su totalidad o bien no contesta.

5. Ecuaciones de la recta
Calcular ecuaciones de la recta: vectorial, paramétrica, forma continua y explícita

2.0	44682	1.0	0.5	0.0
Correcto	**Correctas 3, o no plantea claramente**	**Correctas 2, o falla en el vector de dirección**	**Correcta 1**	**Incorrecto**
Obtiene de forma clara y correcta cada una de las 4 ecuaciones de la recta, demostrando que conoce el planteamiento y la forma de obtenerlas	Obtiene de forma clara y correcta 3 de las 4 ecuaciones de la recta. O bien, obtiene todas pero no nombra ninguna de ellas ni indica claramente cuál es la expresión final de cada.	Obtiene de forma clara y correcta 2 de las 4 ecuaciones de la recta. O bien, parte de un error al calcular el vector de dirección pero demuestra que conoce perfectamente las distintas ecuaciones de la recta.	Obtiene de forma clara y correcta 1 de las 4 ecuaciones de la recta	No conoce cómo calcular ninguna de las formas de la ecuación de la recta. O bien, no contesta

6. Perpendicularidad entre rectas
Calcular la ecuación de una recta en su forma explícita que es perpendicular a otra dada, conociendo un punto

44682	1.0	0.75	0.0
Correcto	**Correcto pero no en forma explícita**	**Plantea pero no ejecuta correctamente**	**Incorrecto**
Plantea y deduce correctamente el vector de la ecuación perpendicular a otra dada y calcula sin errores la ecuación de la recta pedida en su forma explícita	Plantea y deduce correctamente el vector de la ecuación perpendicular a otra dada y calcula la ecuación de la recta pedida, sólo que no la da en su forma explícita como se pide.	Plantea y deduce correctamente el vector de la ecuación perpendicular a otra dada, pero tiene fallos en la obtención de la ecuación de la recta.	No conoce el procedimiento de cálculo de rectas perpendiculares ni ejectua de forma correcta. O bien, no contesta

7. Posición relativa de dos rectas
Determinar la posición relativa de dos rectas. Se conoce una y la otra hay que calcularla.

44682	1.0	0.5	0.0
Correcto	**Resultado correcto, no interpreta**	**Planteamiento correcto**	**Incorrecto**
Calcula la recta pedida y también determina la posición relativa entre ellas de forma correcta. Indica claramente la conclusión final demostrando que conoce el procedimiento y que está haciendo.	Calcula la recta pedida y también determina la posición relativa entre ellas, pero no lo interpreta. O bien, llega a un resultado correcto conociendo el procedimiento e interpretando bien pero la recta inicial a calcular tiene un fallo.	El planteamiento es correcto, pero al calcular mal la recta antes de estudiar la posición relativa entre ellas, llega a un resultado final no cierto. O bien, calcula la ecuación de la recta pero no continúa el ejercicio.	Desconoce como calcular la ecuación de la recta y posteriormente la posición relativa entre ellas. O bien, no contesta.

A.5.4. Ejemplo de examen de un alumno corregido

9'5

¡Muy bien!

IES EMÉRITA AUGUSTA

CURSO: 4º ESO FECHA: 6 DE MAYO DE 2022

Examen Unidad 8: Geometría analítica

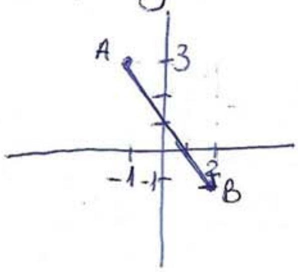
NOMBRE: [redacted]

1

1. Determina las coordenadas del vector $\vec{AB}$ que pasa por los puntos $A(-1,3)$ y $B(2,-1)$. Represéntalo en unos ejes cartesianos y calcula su módulo. ***1 punto***

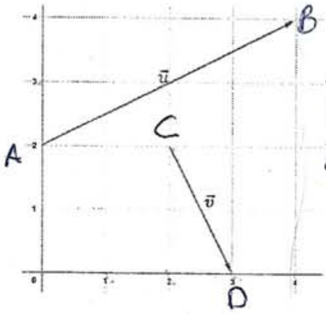
$\vec{AB} = B - A = (2,-1) - (-1,3) = \boxed{(3,-4)}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3^2+(-4^2)} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \boxed{5}$



1

2. Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ de la figura que está a continuación, calcula las coordenadas del vector $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v}$. ***1 punto***



$\vec{u}(4,2)$ $\vec{v}(1,-2)$

$\vec{AB} = (4,4) - (0,2) = (4,2)$

$\vec{CD} = D - C = (3,0) - (2,2) = (1,-2)$

$\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v}$; $\vec{w} = \frac{1}{2}(4,2) + 3(1,-2)$; $\vec{w} = (2,1) + (3,-6) =$
$= (5,-5)$

$\boxed{\vec{w}(5,-5)}$

1'5

3. Dado el punto $A(6,-1)$, halla las coordenadas de su simétrico, A', respecto del punto $P(3,4)$. ***1,5 puntos***

A (6,-1) —— (3,4) P —— A' (x,y)

$\left(\frac{6+x}{2}, \frac{-1+y}{2}\right) = (3,4)$

$\frac{6+x}{2} = 3$; $\frac{6}{\cancel{2}} + \frac{x}{\cancel{2}} = \frac{6}{\cancel{2}}$; $x = 6-6 = 0$ $\boxed{x=0}$

$\frac{-1+y}{2} = 4$; $\frac{-1}{\cancel{2}} + \frac{y}{\cancel{2}} = \frac{8}{\cancel{2}}$; $y = 8+1 = 9$ $\boxed{y=9}$

$\boxed{A'(0,9)}$

1'5

4. Halla x para que los puntos $P(x,4), Q(-2,2)$ y $R(-4,1)$ estén alineados. ***1,5 puntos***

$\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2,2) - (x,4) = (-2-x,-2)$

$\overrightarrow{QR} = R - Q = (-4,1) - (-2,2) = (-2,-1)$

$\frac{-2-x}{-2} = \frac{-2}{-1} \rightarrow (-1)(-2-x) = (-2)\cdot(-2)$

$2 + x = +4$

$\boxed{x = 2}$

2

5. Halla las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de la recta que pasa por los puntos $A(1,2)$ y $B(2,-1)$. ***2 puntos***

E. Vectorial $\rightarrow \overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + t\vec{d} \rightarrow \boxed{(x,y) = (1,2) + t(1,-3)}$

$\vec{d} = \overrightarrow{AB} = B - A = (2,-1) - (1,2) = (1,-3)$

E. Paramétrica $\rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}}$

E. Continua $\rightarrow \frac{x-1}{1} = t$ $\quad \boxed{\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3}}$

$\frac{y-2}{-3} = t$

E. Explícita $\rightarrow -3(x-1) = 1(y-2)$

$-3x + 3 = y - 2$

$-3x + 5 = y$

$\boxed{y = -3x + 5}$

NOMBRE: ...[redacted]...............................

(Continúa...)

15

6. Dados los puntos $A(2,-1), B(3,4)$ y la recta $t: 5x - y + 3 = 0$, halla la ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a la recta t. Da el resultado de la ecuación en su forma explícita. ***1,5 puntos***

$5x - y + 3 = 0; \; y = 5x + 3 \; \boxed{m_1 = 5} \quad m_2 = \frac{-1}{m_1} = \boxed{\frac{-1}{5}}$

$y = y_0 + m(x - x_0); \; y = 4 - \frac{1}{5}(x-3); \; y = 4 - \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}; \; \boxed{y = -\frac{1}{5}x + \frac{23}{5}}$

1

7. Determina la posición relativa de las rectas r y s sabiendo que r pasa por el punto $(0,-2)$ A y su vector de dirección es $\vec{v}(-6,-4)$ y la recta s es: $2x - 3y - 1 = 0$. ***1,5 puntos***

$\vec{OX} = \vec{OA} + t\vec{v}; \; (x,y) = (0,-2) + t(-6,-4).$

$x = 0 - 6t$
$y = -2 - 4t$

$\frac{x-0}{-6} = \frac{y+2}{-4}$

$-4(x-0) = -6(y+2)$

$-4x = -6y - 12$

$\frac{-4x+12}{-6} = y$

$y = \frac{2}{3}x + 2$

$\left.\begin{array}{l} 2x - 3y - 1 = 0 \\ y = \frac{2}{3}x + 2 \end{array}\right\}$

$2x - 3\left(\frac{2}{3}x + 2\right) - 1 = 0$

$2x - \frac{6}{3}x - 6 - 1 = 0$

$2x - 2 - 6 - 1 = 0$

$2x - 9 = 0$

$\boxed{x = \frac{9}{2}}$

$y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} + 2$

$y = \frac{18}{6} + 2$

$y = 3 + 2 = 5$

$\boxed{y = 5}$

~~LAS RECTAS SE CORTAN EN EL PUNTO~~ $\left(\frac{9}{2}, 5\right)$

Resolviendo el sistema con el signo correcto, se llega a que no tiene solución. SON PARALELAS

A.6. CALIFICACIONES FINALES DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

CALIFICACIONES FINALES UD 8: GEOMETRÍA ANALÍTICA. 4º ESO

ALUMNOS. GRUPO B	20% EJERCICIOS	70% PRUEBA ESCRITA	10% CUADERNO	TOTAL	Aprobados
Alumno 1	0,59	0,46	0,00	**1,06**	
Alumno 2	1,30	4,31	0,50	**6,11**	1
Alumno 3	1,45	3,15	0,50	**5,10**	1
Alumno 4	1,45	6,41	1,00	**8,86**	1
Alumno 5	1,81	3,73	0,75	**6,29**	1
Alumno 6	1,35	5,01	1,00	**7,37**	1
Alumno 7	1,54	5,60	0,00	**7,14**	1
Alumno 8	1,36	3,56	0,25	**5,17**	1
Alumno 9	1,67	5,60	1,00	**8,27**	1
Alumno 10	1,63	2,56	1,00	**5,20**	1
Alumno 11	1,35	4,26	1,00	**6,60**	1
Alumno 12	1,51	5,08	1,00	**7,58**	1
Alumno 13	1,29	0,88	0,00	**2,17**	
Alumno 14	1,00	1,98	0,50	**3,48**	
Alumno 15	1,05	1,51	0,50	**3,06**	
Alumno 16	0,96	2,80	0,50	**4,26**	
Alumno 17	1,59	6,41	1,00	**9,00**	1
Alumno 18	1,55	2,91	0,00	**4,46**	1
Alumno 19	1,29	3,61	0,00	**4,90**	1
Alumno 20	0,26	3,15	0,50	**3,91**	
Alumno 21	0,33	3,44	0,00	**3,77**	
Alumno 22	1,83	6,65	1,00	**9,48**	1
Alumno 23	1,36	0,00	0,00	**1,36**	
Nº APROBADOS					**15**
ALUMNOS MATRICULADOS					23
% s/alumnos					**65%**

ALUMNOS. GRUPO C	20% EJERCICIOS	70% PRUEBA ESCRITA	10% CUADERNO	TOTAL	Aprobados
Alumno 1	1,00	0,93	0,00	**1,93**	
Alumno 2	0,92	0,98	0,00	**1,90**	
Alumno 3	1,55	4,77	0,50	**6,82**	1
Alumno 4	1,53	5,36	0,50	**7,39**	1
Alumno 5	1,16	2,33	1,00	**4,49**	1
Alumno 6	1,64	2,45	1,00	**5,09**	1
Alumno 7	1,08	0,00	0,00	**1,08**	
Alumno 8	0,51	0,35	0,00	**0,86**	
Alumno 9	1,55	0,00	0,50	**2,05**	
Alumno 10	0,00	2,33	0,00	**2,33**	
Alumno 11	1,62	0,81	1,00	**3,43**	
Alumno 12	1,47	1,63	1,00	**4,10**	
Alumno 13	1,41	0,00	0,00	**1,41**	
Alumno 14	1,29	1,16	0,00	**2,46**	
Alumno 15	1,49	2,91	0,50	**4,91**	1
Alumno 16	0,59	1,98	0,50	**3,07**	
Alumno 17	1,65	4,55	1,00	**7,20**	1
Alumno 18	0,92	2,09	0,00	**3,01**	
Alumno 19	1,35	2,21	0,50	**4,06**	
Alumno 20	1,89	3,61	0,00	**5,51**	1
Alumno 21	0,24	0,58	0,25	**1,07**	
Alumno 22	1,11	3,44	0,50	**5,05**	1
Nº APROBADOS					**8**
ALUMNOS MATRICULADOS					22
% s/alumnos					**36%**

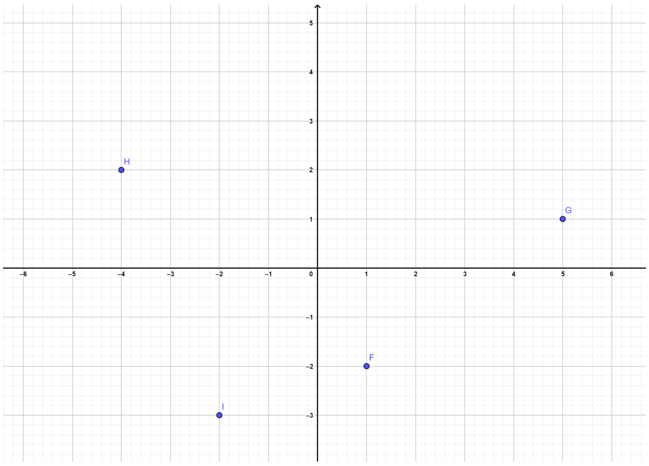
Aprobados por una actitud positiva con la asignatura

A.7. PROPUESTA DE MEJORA: EVALUACIÓN INICIAL

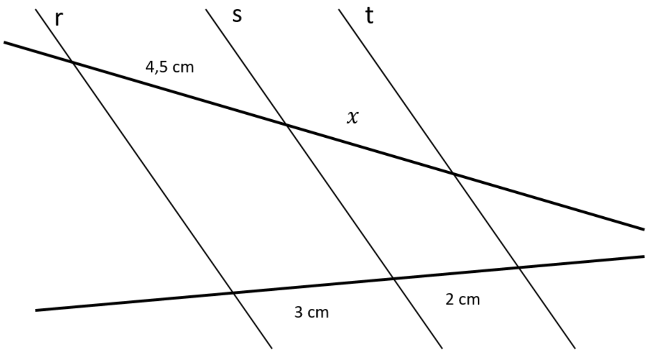
Evaluación inicial

NOMBRE: ....

1. Observa el dibujo. Da las coordenadas de los puntos dibujados F, G, H y I. Ahora, representa los siguientes puntos $A(-3, 2)$, $B(-1, -1)$, $C(0, 5)$, $D(1, 0)$ y $E(4, -2)$ en el eje de coordenadas.



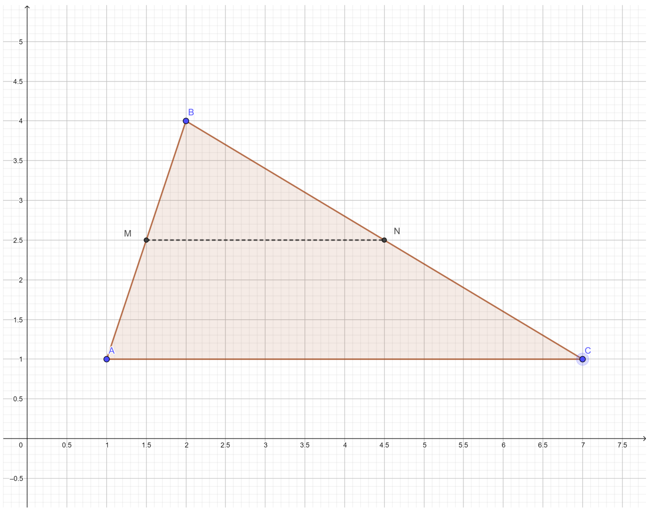
2. Calcula cuanto vale x sabiendo que las rectas r, s y t son paralelas.



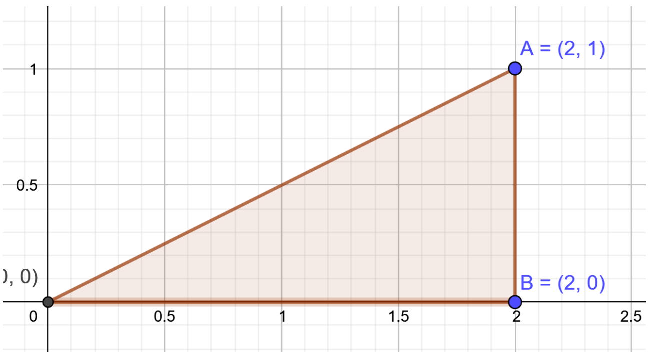
NOMBRE: ....

(Continúa...)

3. Si M es el punto medio de AB y N es el punto medio de BC, ¿qué relación hay entre los segmentos MN y AC?

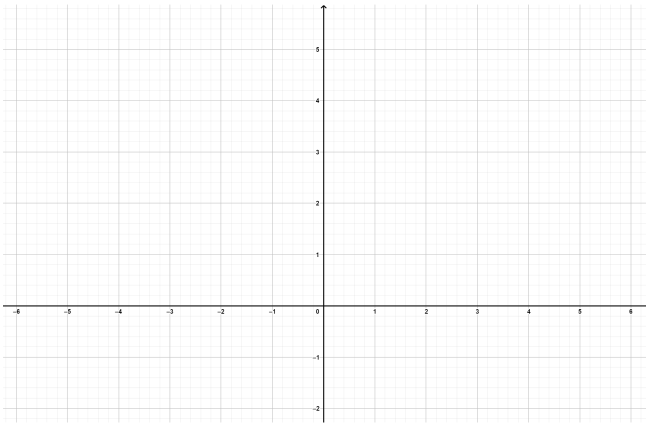


4. Observa el triángulo del dibujo. Calcula la distancia entre los puntos O y A.

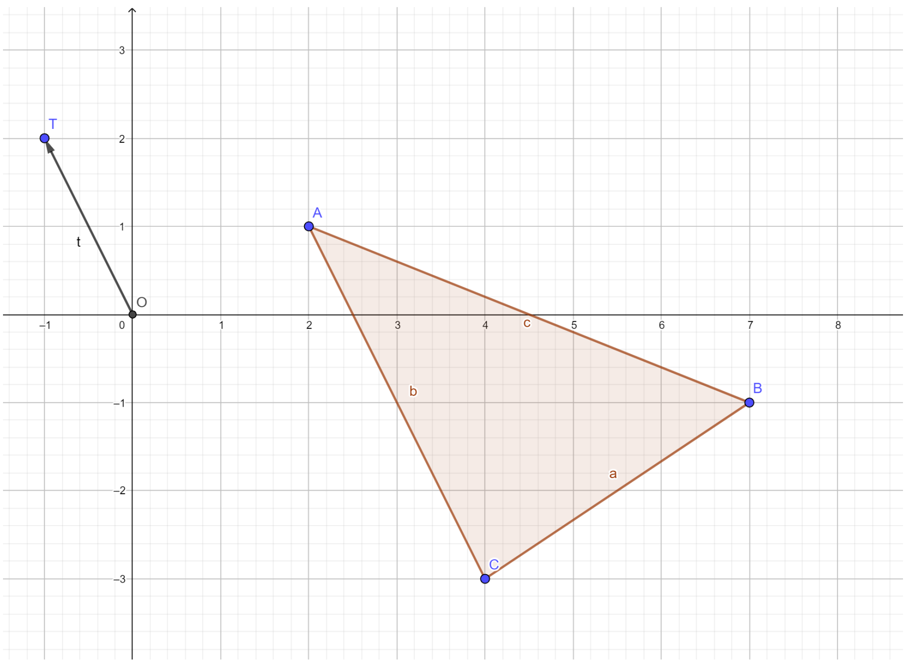


NOMBRE: ....
(Continúa...)

5. Dibuja en el eje de coordenadas el segmento formado por los puntos $(2,4)$ y $(5,1)$. Ahora dibuja el segmento simétrico respecto el eje de ordenadas. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos que lo forman?



6. Traslada el triángulo del dibujo según las coordenadas del vector $\vec{t}(-1,2)$.



7. ¿Cuándo se dice que 2 rectas ó 2 segmentos son perpendiculares? ¿Cuándo se dice que son paralelos?

Anexos B

ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

B.1. ACTIVIDAD 4: Matemáticos y el cine

MATEMÁTICOS Y EL CINE

Presentación:

https://youtu.be/aig8SLyAjKI

Carl Friedrich Gauss

- Biografía
- Película: MIDIENDO EL MUNDO. Trailer:

https://youtu.be/en3oI1L_Q1c

Curiosidad:

https://youtu.be/JG-yPNlXdbQ

El chico que sumó los cien primeros números en un pestañeo.

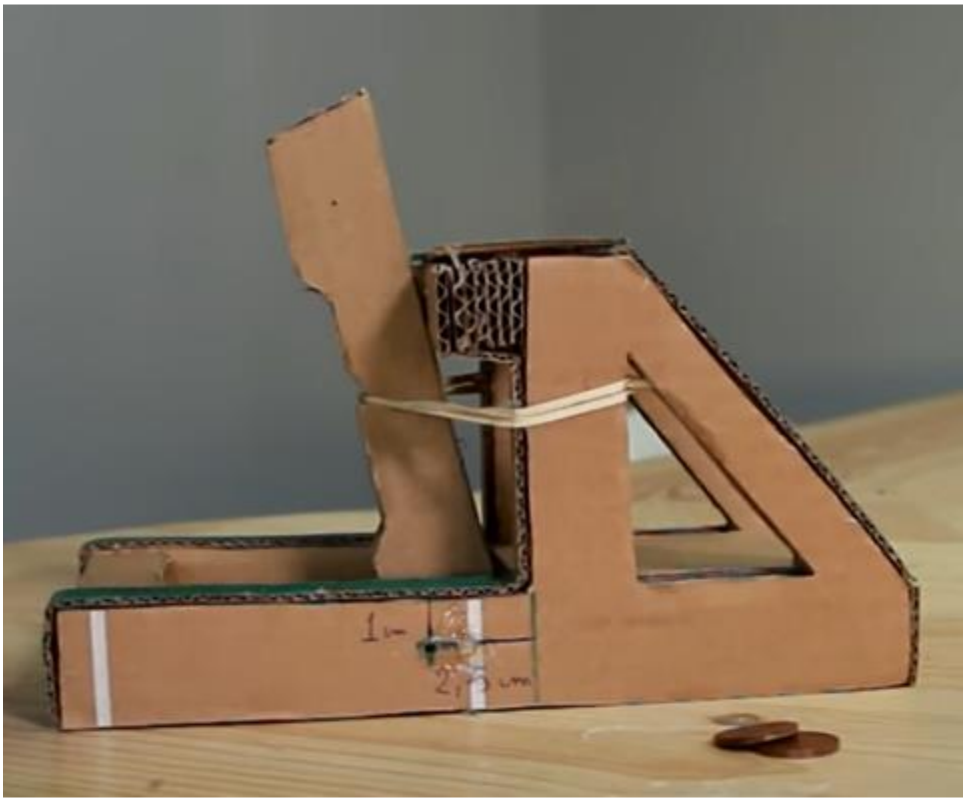
Ayá por el siglo XVIII, en una clase de matemáticas, un profesor propuso un problema a sus alumnos. Les desafió a **sumar los cien primeros números naturales** para ver quién lo hacía más rápido. Todos se pusieron manos a la obra, empezando a hacer lo más rápido posible sus cálculos, cuando de pronto un jovencito dio la solución en muy poco tiempo… ¡5050!

Todos estaban sorprendidos, alumnos y el propio profesor, ya que la respuesta era correcta. El chico en cuestón se llamaba **Carl Friedrich Gauss,** uno de los mñás grandes matemáticos de toda la historia.

¿Cómo lo hizo? pues este chavalín se dio cuenta que al sumar 1 + 100 obtenía el mismo resultado que 2+99, 3+98 y así sucesivamente, y ese resultado era 101. Pues como se formaban 50 parejas de ese tipo, 101*50=5050. Y de esta manera dejó a todos boquiabiertos.

B.2. ACTIVIDAD 8: Construcción de una catapulta. Manual de instrucciones

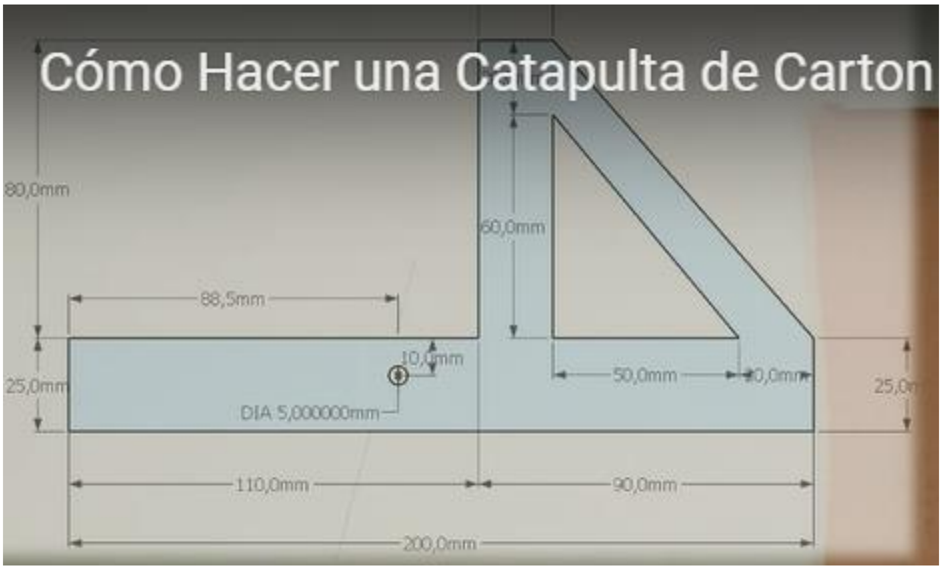
PASOS PARA LA CONSTRUCCIÓN
DE UNA
CATAPULTA DE CARTÓN

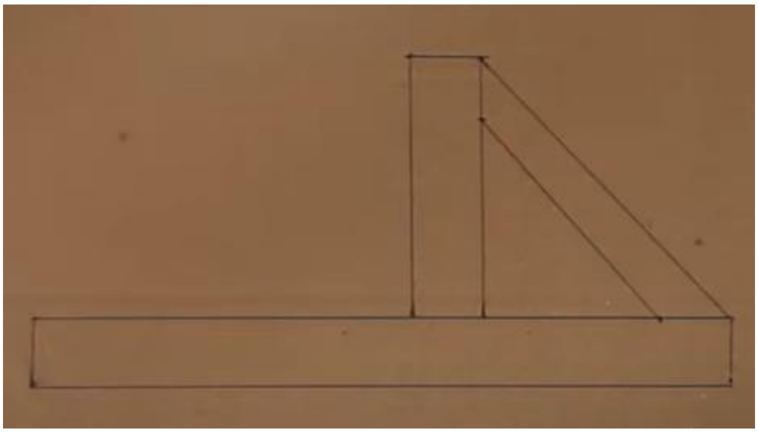


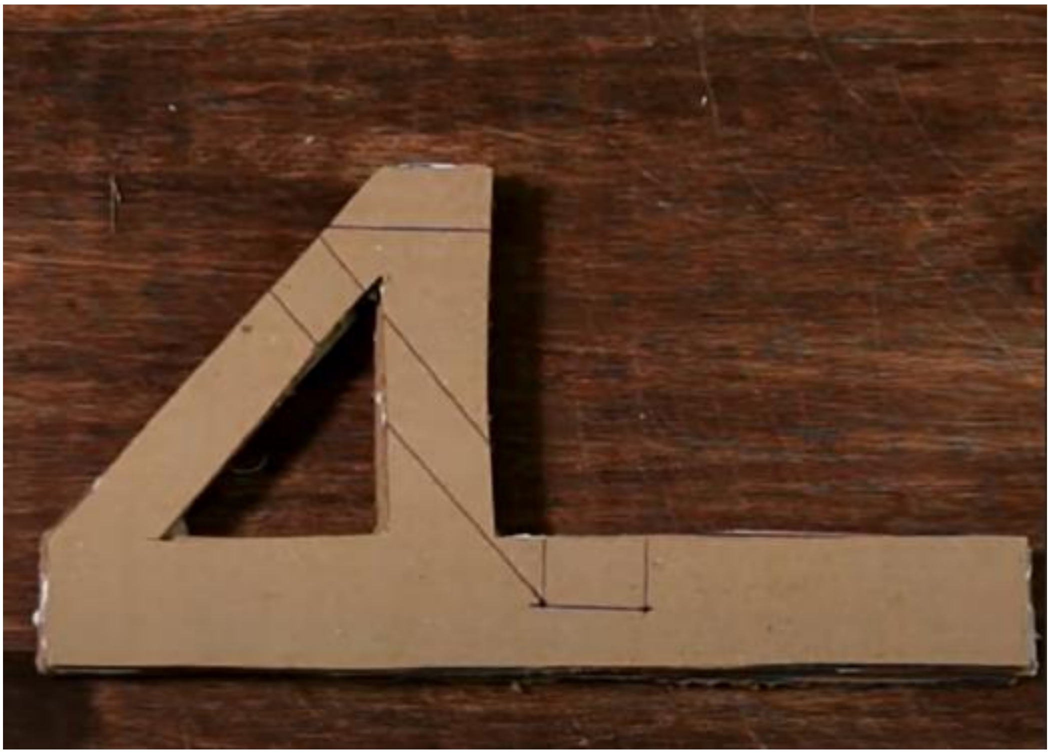
ÚTILES Y HERRAMIENTAS

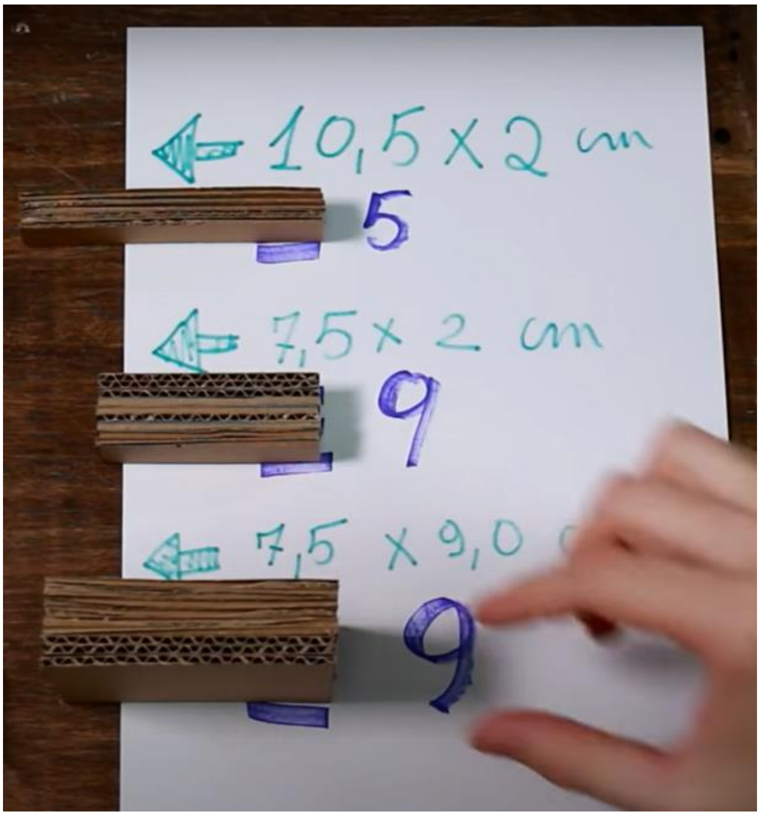
- SILICONA
- COLA
- PRENSAS O PRESILLAS
- BANDA ELÁSTICA
- REGLA LINEAL, ESCUADRA
- BOLIGRAFOS
- CUTTER , TIJERAS
- BERBIKI
- PALO CIRCULAR LARGO (EJE ROTACIÓN)
- EXTERIOR DE BOLIGRAFO (TOPE ROTACIÓN)

PASOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LA CATAPULTA: PASO Nº 1

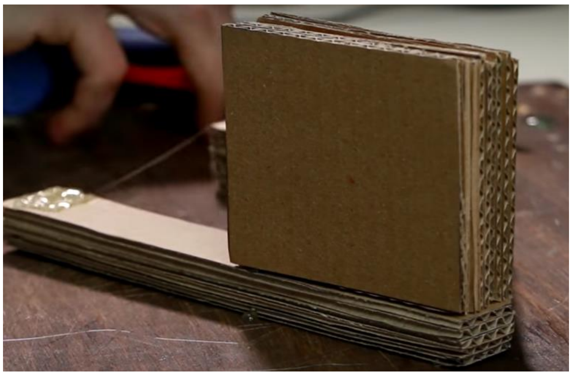


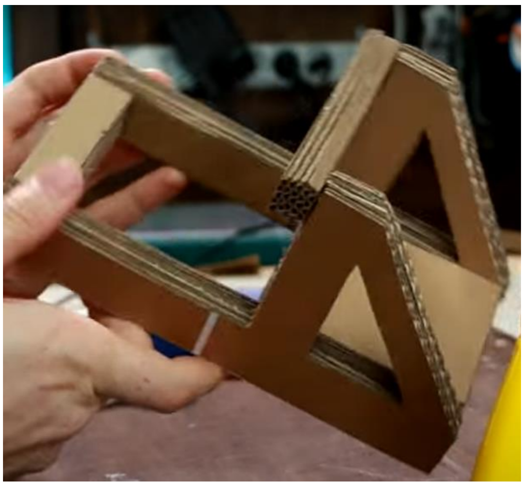




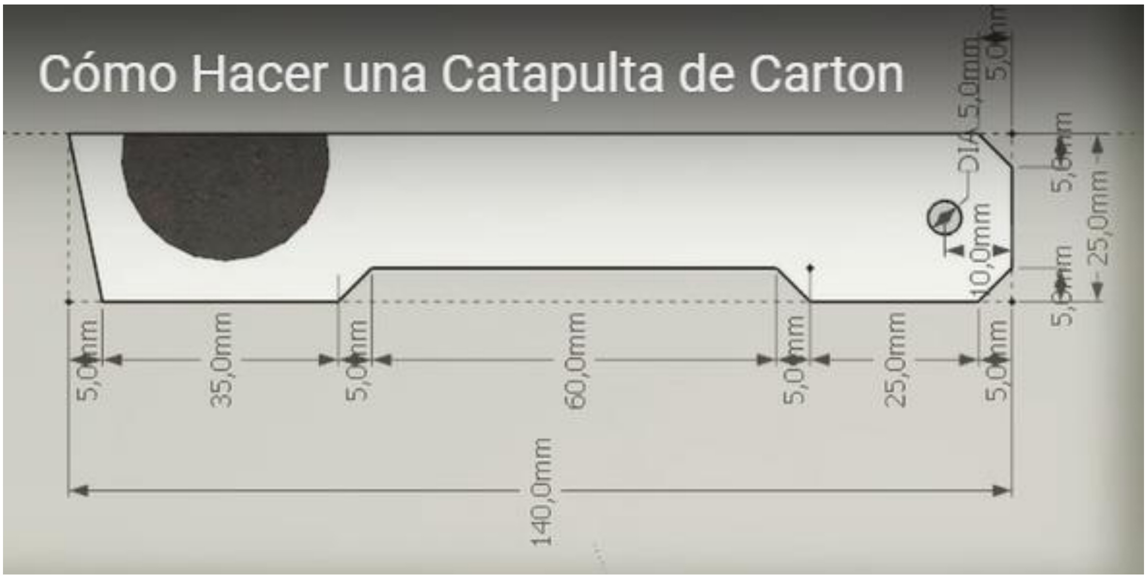

10,5 x 2 cm
5
7,5 x 2 cm
9
7,5 x 9,0
9

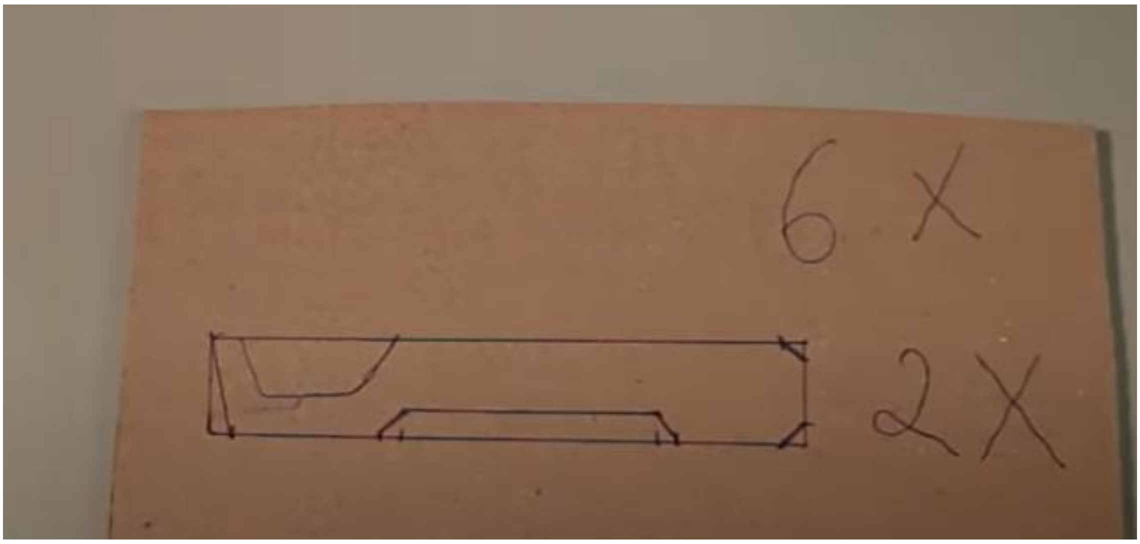
PASO Nº 2

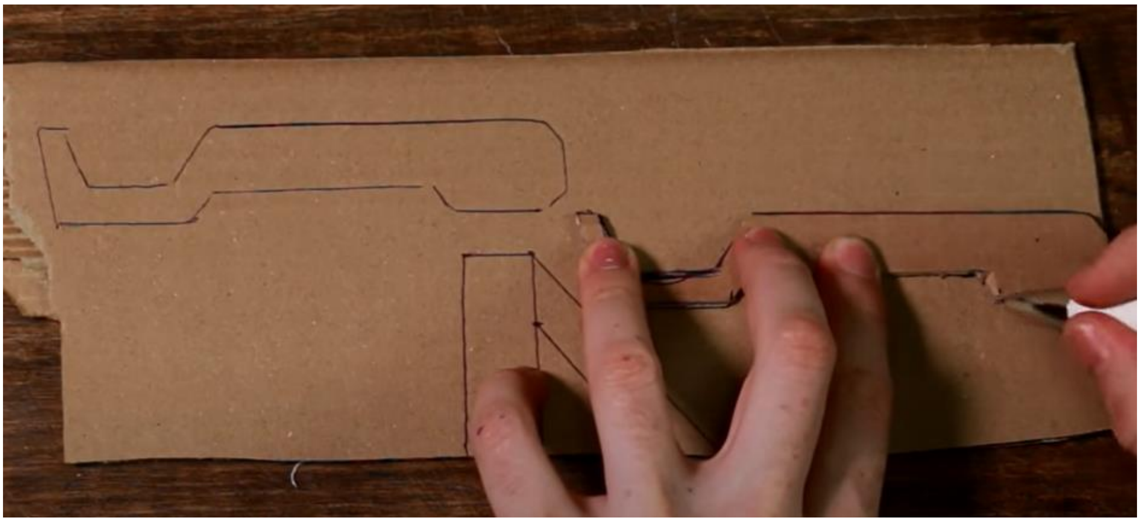




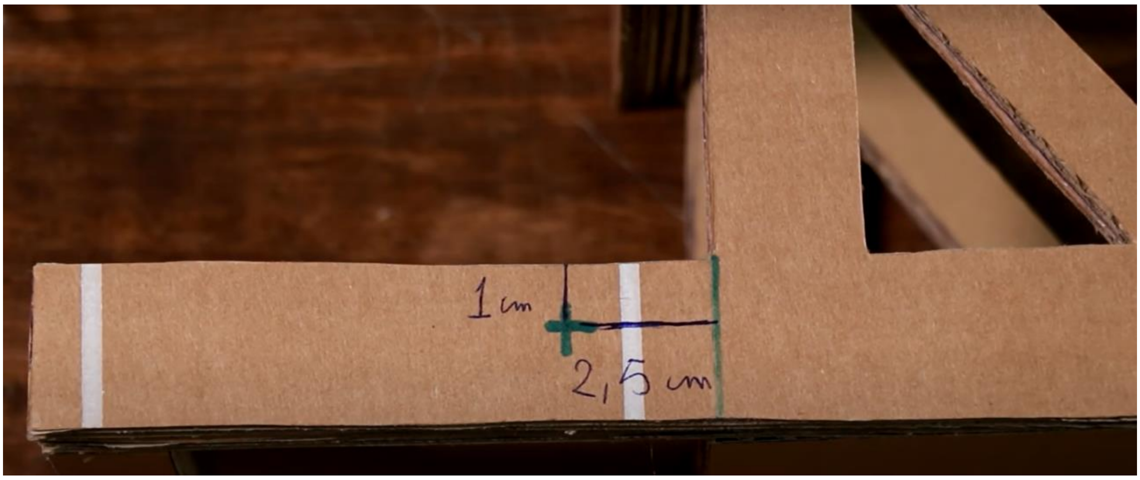
PASO Nº3


Cómo Hacer una Catapulta de Carton
DIA 5,0mm
5,0mm
5,0mm
25,0mm
10,0mm
5,0mm
5,0mm
5,0mm
35,0mm
5,0mm
60,0mm
5,0mm
25,0mm
5,0mm
140,0mm


6 X
2X

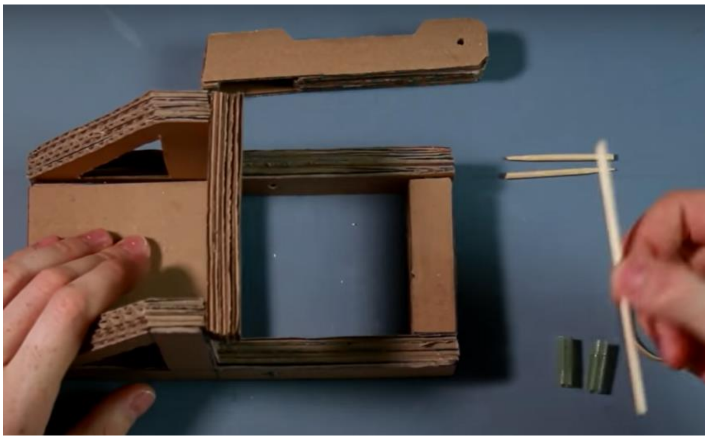
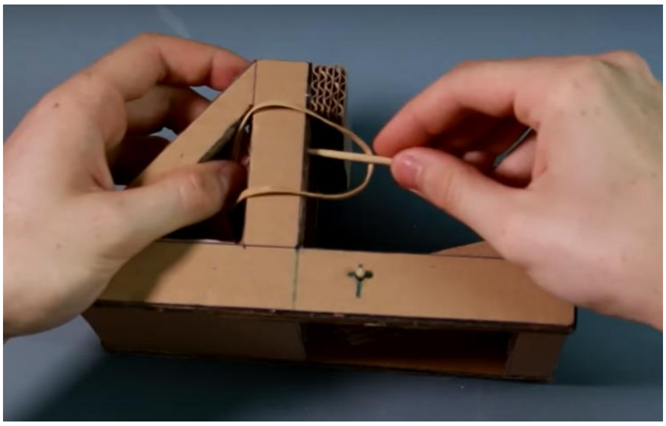
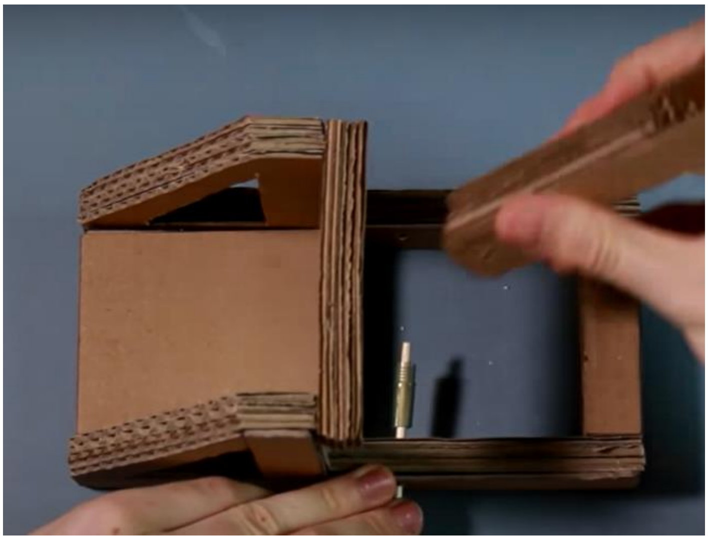
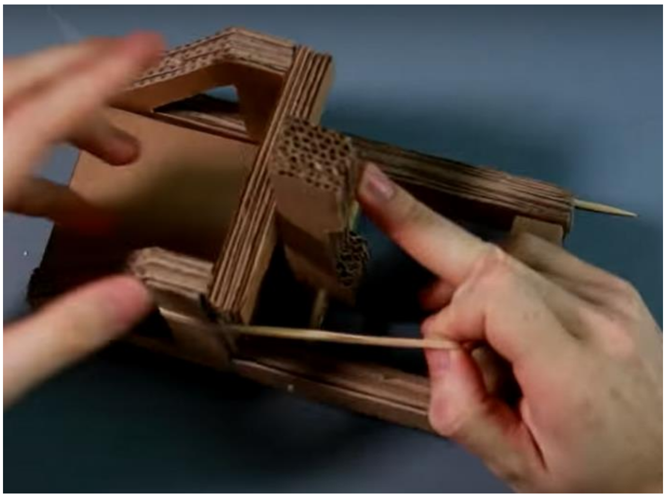
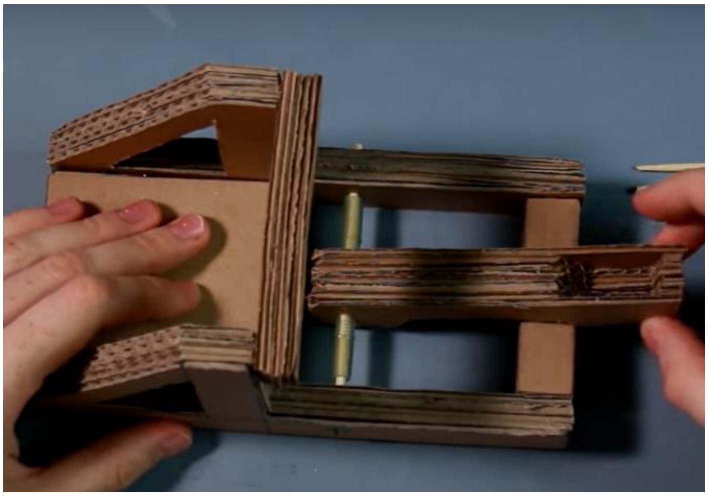


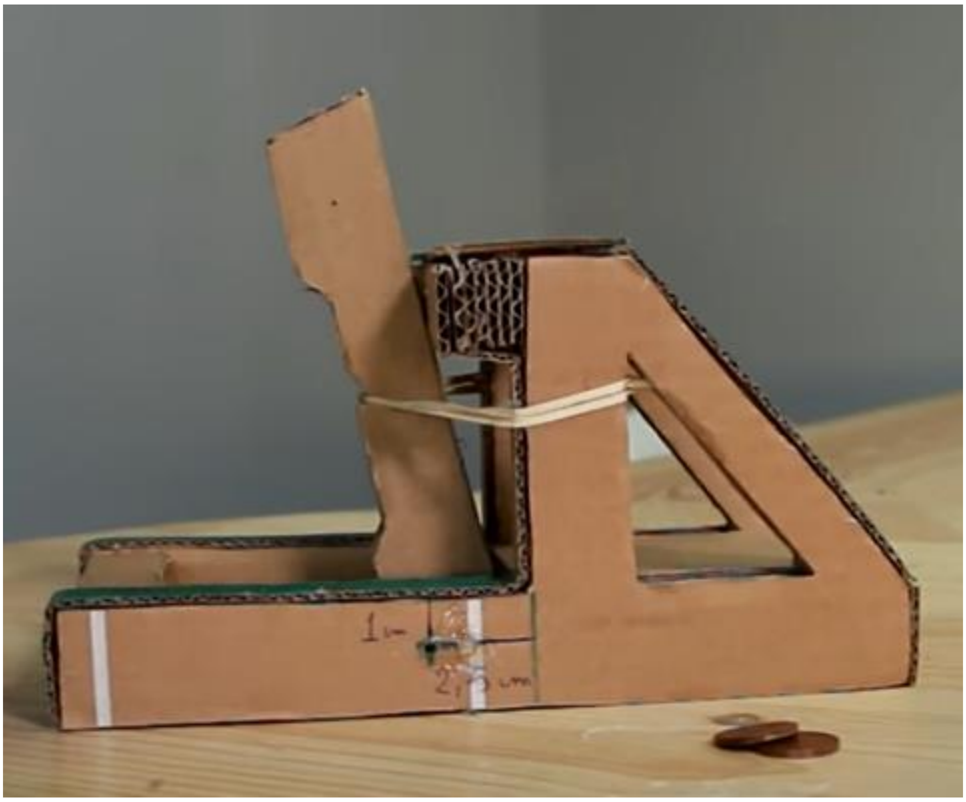

apulta de Carton


1 cm
2,5 cm



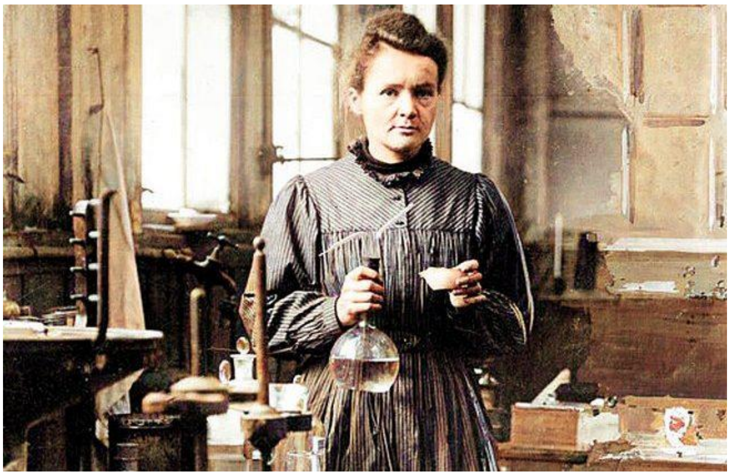


B.3. ACTIVIDAD 4. PROPUESTA DE MEJORA: Científicos y el cine

Marie Curie



- Reseña biográfica: Una de las más importantes mujeres científicas de la historia, sino la que más. De nacionalidad polaca. Primera mujer en ganar un premio nobel, aunque llegó a ganar dos. Uno en química por el descubrimiento del polonio y el radio y otro en física, por sus investigaciones sobre el radio. Le denegaron una plaza en la Universidad de Cracovia sólo por ser mujer. Sus descubrimientos tuvieron grandes aplicaciones en la medicina, en el ámbito del cáncer. Compartió su vida con otro gran científico: Pierre Curie
- Película: **MARIE CURIE.** Trailer:

https://www.youtube.com/watch?v=2hBAKgah9hk

Curiosidad:
Marie no estaba nominada al premio inicialmente. La Real Academia de las Ciencias de Suecia, sabiendo que los descubrimientos sobre el radio habían sido debidos tanto a Marie como a su marido Pierre, se negaban a darle el nobel. Fue la insistencia de Pierre, que se opuso a recibir el premio si su mujer no era reconocida puso entre la espada y la pared a la Academia sueca. Marie Curie, y Pierre, **se convirtieron en un símbolo de lucha por el reconocimiento de la mujer** en el subjetivo mundo de la ciencia.

Anexos C

OTRAS ACTIVIDADES DOCENTES

C.1. APUNTES ELABORADOS PARA LA UNIDAD DIDÁCTICA “ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL“ EN 1º BACHILLERATO CCSS

Estadística. Distribuciones bidimensionales.
1º BACHILLERATO CCSS

IES EMÉRITA AUGUSTA - José Ramón García Pérez

abril 2022

Índice general

Capítulo 1

ESTADÍSTICA

1.1. Definiciones

1.1.1. Población

Conjunto de todos los elementos (personas, animales, objetos, etc) que porten información sobre el fenómeno que se va a estudiar. Por ejemplo, si estudiamos el precio de la vivienda en una ciudad, la población será el total de las viviendas de dicha ciudad.

1.1.2. Individuo

Cada uno de los elememntos que forma la población. En el caso anterior un individuo será una vivienda.

1.1.3. Muestra

Subconjunto que seleccionamos del total de la población. Así, si se estudia el precio de la vivienda de una ciudad, lo normal será no recoger información sobre todas las viviendas de la ciudad (sería una labor muy compleja y costosa), sino que se suele seleccionar un subgrupo (muestra) que se entienda que es suficientemente representativo. La selección de la muestra se realiza a través de técnicas de muestreo estadístico para asegurar que los individuos de la muestra pueden representar a toda la población.

1.1.4. Tipos de muestreo

Muestreo Aleatorio Simple:

Todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos para formar parte de la muestra.

Muestreo aleatorio estratificado:

En ocasiones, la característica que se estudia en la población varía según diferentes grupos, como pueden ser los delimitados por el sexo o la edad. En este caso la población se divide en grupos homogéneos que se llaman estratos, y posteriormente se extrae una muestra aleatoria de cada estrato de forma que en la muestra, cada estrato mantenga la misma proporción que en la población.

1.1.5. Variable estadística

Definición

Es la característica o propiedad que queremos observar en los individuos cuando estamos realizando un estudio estadístico. En el ejemplo anterior de la vivienda la variable es el precio.

Tipos

- **Variable cuantitativa discreta** Es aquella que puede expresarse por números y que puede tomar únicamente un número finito de valores. Es decir, toma valores numéricos aislados. Por ejemplo, el número de hermanos.

- **Variable cuantitativa continua** Es aquella que puede expresarse por números y que puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo real. Por ejemplo, la estatura.

  Mientras que al estudiar el número de hermanos en un instituto de 500 alumnos y alumnas, nos vamos a encontrar entre cinco y diez valores distintos; al estudiar la estatura de todos con dos cifras decimales, nos podemos encontrar muchos más. En este último caso, aunque podamos tener 30 valores distintos, que es un número finito, hablaremos de variable continua. Esto se debe a que para trabajar con estos datos resulta mucho más fácil agruparlos en intervalos que hacerlo de forma aislada. Para hacer cálculos con una variable continua, utilizaremos el punto medio de cada intervalo, al que llamaremos **MARCA DE CLASE**.

- **Variable cualitativa** Es aquella característica que no podemos expresar con números y hay que expresarla con palabras. Por ejemplo, el lugar de residencia.

1.1.6. Estadística descriptiva

Una vez recogido un conjunto de datos, la estadística descriptiva:

- Organiza la información
- Representa gráficamente los datos
- Analiza y resume convenientemente la información.

No saca conclusiones extrapolables a un grupo mayor de individuos.

Veamos un ejemplo de la estructura de un estudio estadístico [4]

1.1.7. Estadística inferencial

Trabaja con muestras de individuos que, tras recoger la información de la variable en estudio pretende a partir de ella 'inferir' características de toda la población.

¿Por qué se recurre a las muestras?

- La población es excesivamente numerosa
- La población es muy difícil de controlar, o imposible
- El proceso de medición de la variable en estudio es destructivo o muy caro
- Se quiere conocer rápidamente datos de una población y se tardaría mucho en consultar a todos los individuos

1.2. Tablas de frecuencias

Las tablas de frecuencias sirven para ordenar y organizar los datos estadísticos. Con los datos que nos aportan se construye la tabla de frecuencias. Veamos los tipos:

1.2.1. Tablas con datos aislados

Se utiliza para variables cuantitativas discretas y variables cualitativas. En la primera columna se indica los distintos valores que puede tomar la variable X. Cada posible valor se le suele denotar como x_i. En la segunda columna se indica la correspondiente frecuencia y la denotamos como f_i: número de veces que aparece cada valor.

Ejemplo: En una clase de 20 alumnos, las notas en la asignatura de Matemáticas (variable X) son las siguientes:

4 5 5 6 7 8 7 6 5 6 8 9 10 4 4 5 6 10 5 7

La tabla de frecuencias sería:

x_i	f_i
4	3
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1
10	2
	20

- Frecuencia absoluta: Es el número de veces que aparece cualquier valor de la variable. El que acabamos de indicar en la tabla. Se representa por f_i.

- Frecuencia absoluta acumulada: Es la suma de la frecuencia absoluta de un valor de la variable con todos los anteriores. Se representa por F_i.
- Frecuencia relativa: Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número de datos N. Se representa por h_i. Al multiplicarla por 100 obtenemos el porcentaje de individuos que presentan esta característica.
- Frecuencia relativa acumulada: Es la suma de la frecuencia relativa de un valor de la variable con todos los anteriores. También se puede definir como el cociente entre la frecuencia absoluta acumulada y el número total de datos. Se representa por H_i.

Ejemplo: Usamos el anterior.
La tabla de frecuencias ahora quedaría ampliada así:

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	3	0,15
5	5	0,25	$8 = 5 + 3$	$0,4 = 0,15 + 0,25$
6	4	0,2	12	0,6
7	3	0,15	15	0,75
8	2	0,1	17	0,85
9	1	0,05	18	0,9
10	2	0,1	20	1
	20	**1**		

1.2.2. Tablas con datos agrupados

Se utiliza para variables cuantitativas continuas, donde los valores que toma la variable los agrupamos en intervalos. Ejemplos donde es habitual: alturas, pesos, tiempos, etc. También se pueden utilizar en el caso de variables cuantitativas discretas si tenemos una gran cantidad de posibles valores de la variable. Por ejemplo: el número de coches que pasa un cierto día por una calle concreta en el centro de la ciudad.

Pasos para elaborar la tabla:

1. Localizar los valores extremos: el mayor y el menor, a y b, y calcular su diferencia $r = b - a$. Este valor r lo llamamos recorrido.
2. Decidir en número de intervalos a formar. Dependerá de la cantidad de datos, pero lo más habitual es entre 6 y 15.
3. Se toma un intervalo, r', de longitud algo mayor que el recorrido y que sea múltiplo del número de intervalos, con el objetivo que tengan una longitud entera.
4. Se forman los intervalos, de modo que el extremo inferior del primero sea algo menor que a y el extremo superior algo mayor que b. Así evitamos que ninguno de los datos coincida con los extremos.

El punto medio de cada intervalo se llama MARCA DE CLASE, y es el valor que lo representa.

Ejemplo: Elaborar con los siguientes datos una tabla de frecuencias con las estaturas de 40 adolescentes y representarla en el gráfico correspondiente.

168	160	167	176	175
167	168	158	149	160
178	166	158	163	171
162	165	163	156	174
160	165	154	163	165
161	162	166	163	159
170	165	150	167	164
165	173	164	169	170

a) Valores extremos: $a = 149, b = 178$. Recorrido: $r = 178 - 149 = 29$.

b) Tomaremos sólo 6 intervalos. Un múltiplo de 6 mayor que 29 y próximo a él es 30. Longitud de cada intervalo: 5.

c) Formamos los intervalos comenzando por un número algo menor que $a = 149$ y terminando en un número algo mayor que $b = 178$.

d) Repartimos los datos en los intervalos: Ver Figura 1.1

INTERVALOS	M. DE CLASE	FRECUENCIA
148,5-153,5	151	2
153,5-158,5	156	4
158,5-163,5	161	11
163,5-168,5	166	14
168,5-173,5	171	5
173,5-178,5	176	4

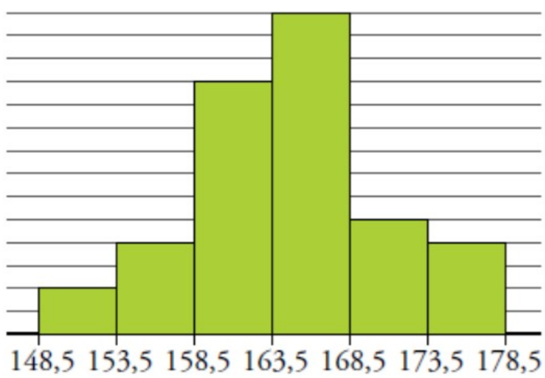


Figura 1.1:

1.3. Parámetros estadísticos

Los parámetros estadísticos sirven para sintetizar la información dada por una tabla. Los hay de tres tipos: de centralización, de dispersión y de posición.

- Los **parámetros de centralización** nos indican en torno a qué valor (centro) se distribuyen los datos. Representan de forma global a toda la población. Estudiaremos: la media, la mediana y la moda.
- Los **parámetros de dispersión** nos informan de la concentración o dispersión de los datos respecto de los parámetros de centralización. Es decir, informan sobre cuánto se alejan del centro. Estudiaremos: la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
- Los **parámetros de posición** permiten posicionar a un valor de la variable que estemos estudiando en un determinado % de la población si colocamos los valores en orden creciente. Estudiaremos: los cuartiles y los percentiles. Más adelante lo veremos con un ejemplo.

1.3.1. Media

La media aritmética es el centro de gravedad de la distribución estadística. Si nos imaginamos el diagrama de barras o el histograma de frecuencias apoyado en un punto del eje horizontal de forma que quedase en equilibrio, el valor de este punto en dicho eje sería el valor de la media.

Se llama media aritmética de una variable estadística cuantitativa a la suma de todos sus valores dividida por el número total de datos. Se llamará media muestral si nuestros datos provienen de una muestra, y media poblacional si provienen del total de una población.

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

siendo

$$N = \sum f_i$$

1.3.2. Mediana

Si ordenamos todos los valores de la variable de menor a mayor, se define la mediana como el valor de la variable que está en el centro. Se representa por Me. Es decir, es el valor de la variable que supera al 50 % de los individuos. Aquí tenemos que comprender que si hay un número impar de valores, habrá un sólo valor central; mientras que si hay un número par de valores habrá dos valores centrales.

También vamos a distinguir para su cálculo entre variable discreta y variable continua.

Si la variable es discreta y el número de datos es impar, la mediana será el dato que ocupe el lugar central.

Si la variable es discreta y el número de datos es par, la mediana será la media aritmética de los dos valores centrales.

1.3.3. Moda

Se define la moda como el valor de la variable que más se repite, es el decir, aquél que tiene mayor frecuencia absoluta. Se representa por Mo. El cálculo de la moda no presenta ninguna dificultad, únicamente observamos las frecuencias, vemos cuál es la mayor y la moda será el valor de la variable correspondiente a dicha frecuencia.

1.3.4. Varianza

No es suficiente con un parámetro de centralización a la hora de analizar un conjunto de datos, es necesario un parámetro de dispersión que nos indique si los datos estudiados están más concentrados o más dispersos. Y este parámetro de dispersión va a ser la varianza y la desviación típica.

Por ejemplo, vamos a suponer que hemos realizado el mismo examen en dos grupos distintos. En uno, todos los alumnos han sacado la misma nota, un 5. En el otro la mitad de los alumnos ha sacado un 0 y la otra mitad un 10. ¿Cuál es la media en los dos casos? ¿Se pueden considerar los dos grupos iguales si la media coincide?

Lógicamente si los datos están más concentrados la varianza y la desviación típica será menor, y si los datos están más dispersos será mayor.

$$Var = \frac{\sum f_i (x_i - \overline{x})^2}{N}$$

o bien se utiliza esta otra para comodidad al realizar los cálculos

$$Var = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$$

1.3.5. Desviación típica

Se define la desviación típica como la raíz cuadrada positiva de la varianza. Es un parámetro más razonable que la varianza, porque se expresa en la misma magnitud que los datos y que la media. Por ejemplo, si los datos vienen en centímetros, la media son centímetros y la desviación típica también. En cambio la varianza sería en centímetros cuadrados, puesto que hemos elevado al cuadrado los valores al calcularla.

$$\sigma = \sqrt{Var}$$

1.3.6. Coeficiente de variación

Si queremos comparar la variabilidad de dos muestras con diferente media o de dos conjuntos de datos que no están formados en las misma unidades o en la misma unidad pero distinta medida, se utiliza el coeficiente de variación, que mide la variabilidad de la muestra respecto de su media.

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}}$$

El coeficiente de variación es adimensional, no depende de las unidades de medida. Cuanto más pequeño sea , más homogéneos serán los datos.

EJEMPLO DE CÁLCULO:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
48	4	192	9.216
59	19	1.121	66.139
70	86	6.020	421.400
81	72	5.832	472.392
92	41	3.772	347.024
103	7	721	74.263
	229	**17.658**	**1.390.434**

Media:

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{17658}{229} = 77{,}1$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{1390434}{229} - 77{,}1^2} = 11{,}2$$

Coeficiente de variación:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{11{,}2}{77{,}1} = 0{,}145$$

EJERCICIO 1.1: Se ha contado el número de oficinas municipales de información al consumidor abiertas al público en 25 ciudades. Estos son los datos:

3 6 4 2 3 4 5 4 7 3 5 4 5 4 3 3 4 3 2 4 6 1 8 2 5

a) Construye la tabla de frecuencias: absoluta, absoluta acumulada, relativa y relativa acumulada.

b) Calcula la media

c) Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

d) ¿Cuál es la moda?

e) ¿Cuál es la mediana?

<u>Solución</u>:

a) Construimos la tabla de frecuencias y le añadimos los valores $f_i x_i$ y $f_i x_i^2$ que nos valdrán para los siguientes apartados:

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
1	1	1	0.04	0.04	1	1
2	3	4	12	0.16	6	12
3	6	10	0.24	0.40	18	54
4	7	17	0.28	0.68	28	112
5	4	21	0.16	0.84	20	100
6	2	23	0.08	0.92	12	72
7	1	24	0.04	0.96	7	49
8	1	25	0.04	1	8	64
	25		**1**		**100**	**464**

b)

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{100}{25} = 4$$

c)

$$Var = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2 = \frac{464}{25} - 4^2 = 2{,}56$$

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{2{,}56} = 1{,}6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{1{,}6}{4} = 0{,}4$$

d) La moda es el valor más frecuente. En este caso $Mo = 4$ pues su frecuencia es 7, la mayor de todas.

e) Para calcular la mediana utilizando la tabla de distribución de frecuencias tenemos que coger el primer valor de las frecuencias acumulas que supere a $N/2 = 25/2 = 12{,}5$. Ese valor es 17, y su correspondiente en la columna x_i es el 4. Por tanto $Me = 4$.

1.3.7. Cuartiles

Si colocamos los individuos de una población en orden creciente según la variable que estemos estudiando y partimos esa población en 4 trozos con el mismo número de individuos, los puntos de separación serán los cuartiles. El cuartil 2 coincide con la Mediana.

- Q_1 **Primer cuartil**: Es el valor de la variable que deja por debajo de ella al 25 % de los valores de la población.
- Q_2 **Segundo cuartil**: Es el valor de la variable que deja por debajo al 50 % de la población. Coincide con la mediana.
- Q_3 **Tercer cuartil**: Es el valor de la variable que deja por debajo de ella al 75 % de la población.

1.3.8. Percentiles

Si dividimos la población ordenada en 100 partes iguales y señalamos el lugar que deja por debajo a k de ellas, el valor de la variable correspondiente a ese lugar se designa p_k y se denomina percentil k.

Ejemplo: Ver Figura 1.2

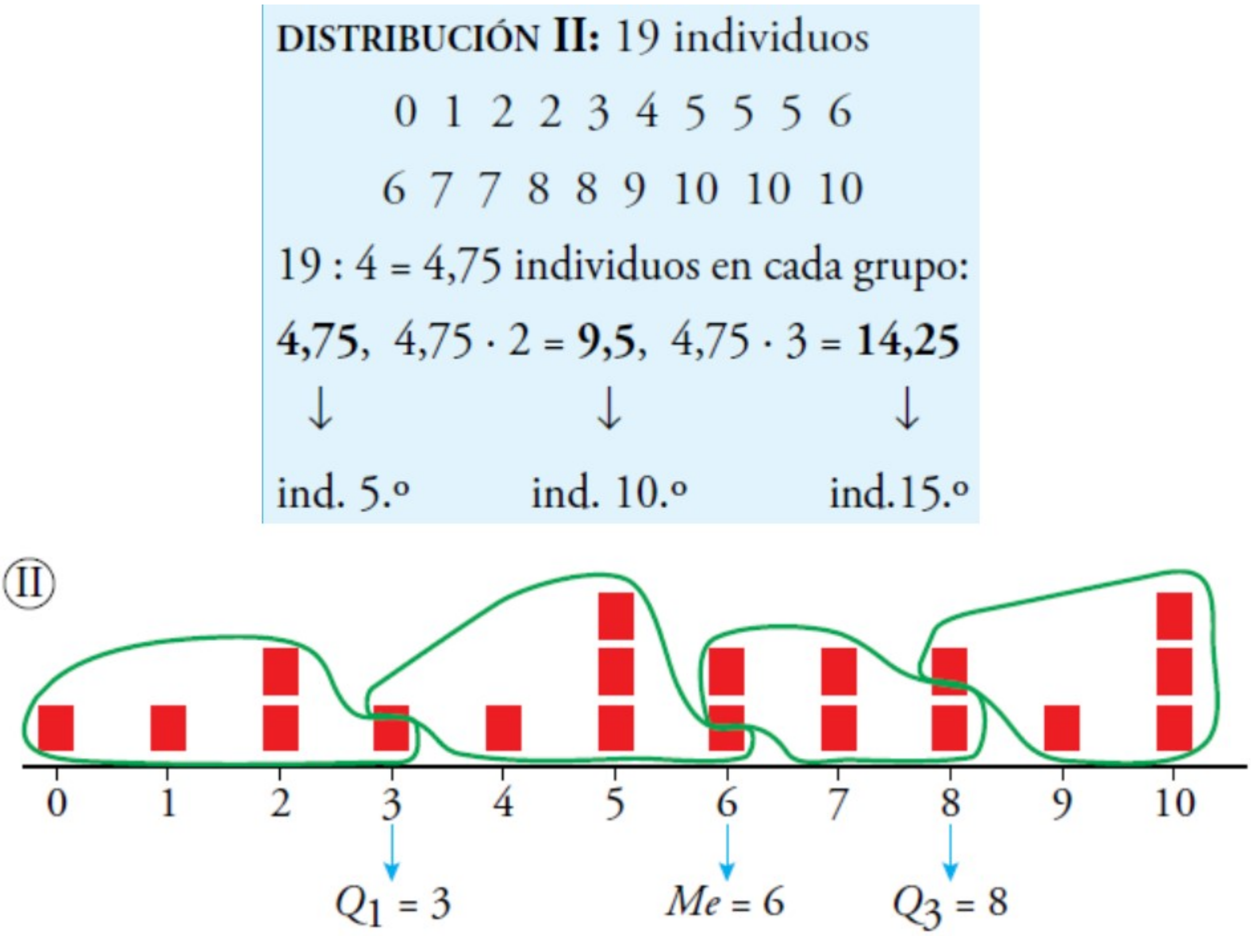


Figura 1.2: Ejemplo de cálculo de cuartiles

1.4. Diagramas de caja

También llamados Diagramas de Box-Whisker ó Diagramas de Box-Cox ó Diagramas de Caja y Bigotes. Se trata de un dibujo muy sencillo que refleja también de forma muy simple muchas de las características de la distribución.

Se construyen a partir de la información que ofrecen la mediana y los cuartiles primero y tercero, Q_1 y Q_3. Para la construcción del rectángulo, la caja, solamente necesitamos las cotas que serán los valores de Q_1 y Q_3. Por tanto, la caja contiene el 50 % de los valores. Esta caja se divide en dos partes: la primera parte de ella contiene la mitad de ese 50 % (por tanto el 25 %) y la segunda parte contiene la otra mitad (el otro 25 %).

Para dibujar los segmentos que representan los bigotes utilizaremos los valores extremos: los valores mínimo y máximo de los datos. Los segmentos se dibujarán de forma continua. Pero hay una excepción:

Los bigotes no podrán tener una longitud más de $1,5$ veces la longitud de la caja. Todo valor que quede fuera de ese $1,5$ se representa mediante un asterisco (*). Esto nos indica a la hora de interpretar un gráfico que ese valor es un valor atípico. Es decir, que se sale de lo que podemos considerar como normal y por tanto puede influir en el resultado del estudio que estemos realizando.

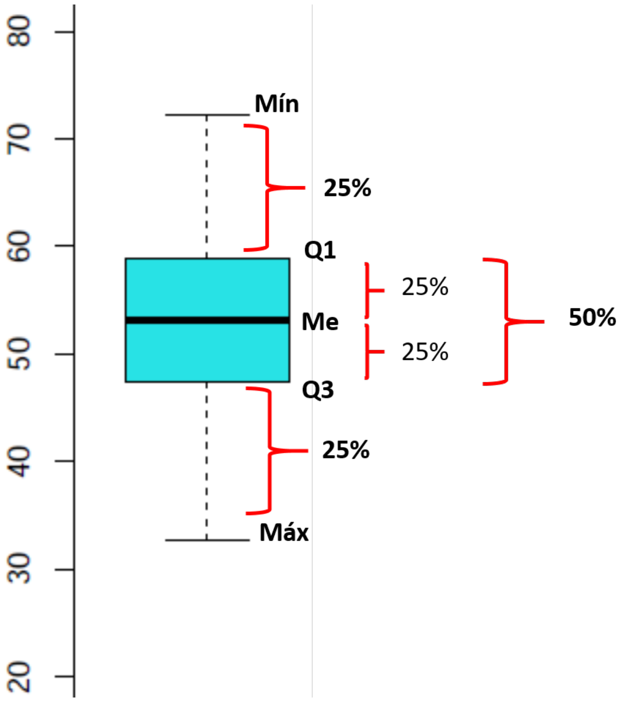


Figura 1.3: Detalle de la caja y bigotes con los cuartiles y porcentajes

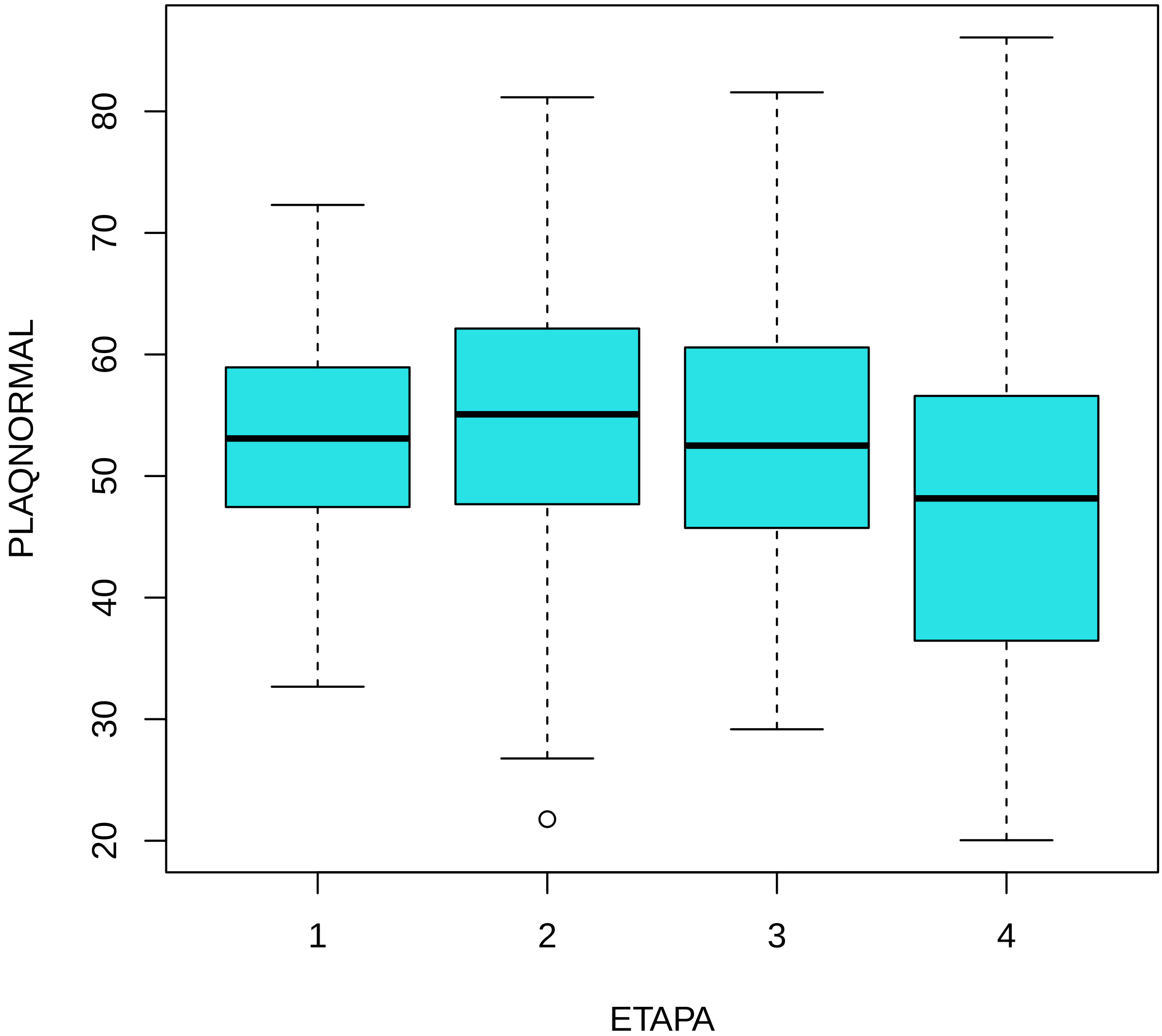


Figura 1.4: Ejemplo de varios Diagramas de caja. Cada uno representa el resultado de un análisis de sangre realizado a un conjunto de enfermos crónicos en 4 estados de gravedad diferente

Capítulo 2

DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES

2.1. Concepto

Cuando estamos realizando un análisis estadístico de una población en la cual queremos medir de cada uno de los individuos que la conforman dos variables, diremos que estamos trabajando con una distribución bidimensional. La distribución bidimensional será el conjunto de los pares de valores observados correspondientes a cada individuo. El objetivo principal es estudiar si ambas variables están o no relacionadas.

Ejemplos:

- La nota de un alumno de segundo de bachillerato en una asignatura y la que obtiene después en selectividad en la misma materia. Suelen guardar una "estrecha relación".
- La estatura y el peso de una población de individuos. Suelen estar bastante relacionadas.
- Las horas de entrenamiento de un atleta y las marcas obtenidas. También están muy relacionadas.
- Los médicos nos alertan de la altísima relación que existe entre el consumo de tabaco y la incidencia del cáncer de pulmón.
- Lo que ocurre con las cotizaciones de ciertos valores en la bolsa de Tokio y lo que después pasa en las bolsas europeas.
- En una clase de 30 alumnos y alumnas se ha realizado un estudio sobre el número de horas diarias de estudio X y el número de asignaturas suspensas al final de curso Y. Se obtienen los siguientes datos:

  (2,0), (2,2), (0,5), (2,1), (1,2), (2,1), (3,1), (4,0),(0,4),(2,2), (2,1), (2,1), (4,0), (3,1), (2,4)
  (2,1), (1,2), (2,1), (2,0), (3,0), (3,1), (2,2), (2,2),(2,1),(0,5), (1,3), (2,2), (2,1), (1,3), (1,4)

2.2. Relación funcional y relación estadística

2.2.1. Relación funcional:

Dos variables decimos que tienen una relación funcional si conocida la primera se puede saber con **exactitud** el valor de la segunda. Por ejemplo:

Kw/h consumidos durante el mes de enero en una vivienda y el coste del recibo de la luz, ya que si conocemos los Kw/h consumidos podemos calcular el coste del recibo con exactitud a través de una función.

2.2.2. Relación estadística:

Dos variables decimos que tienen una relación estadística cuando sabemos que, de forma general, el valor que toma una de las dos variables influye de alguna manera en el valor que toma la otra. Esta influencia no es exacta, y en este caso se dice que hay una correlación entre ellas. Por ejemplo: el número de personas que vive en una casa y el coste del recibo de la luz. Otro ejemplo:

En un conjunto de familias, la estatura media de los padres y la estatura media de los hijos. Observa la figura 2.1

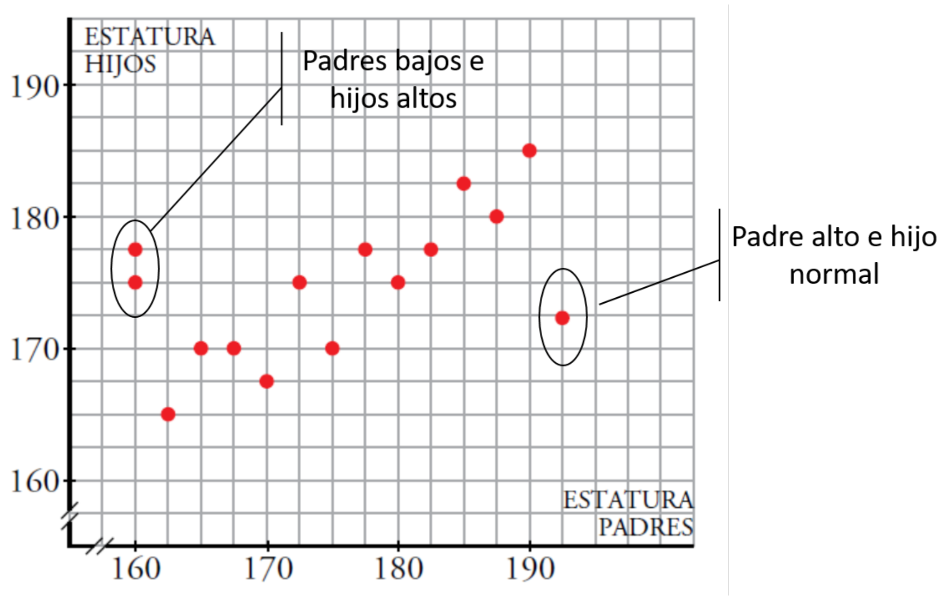


Figura 2.1: Ejemplo de un conjunto de 15 pares de observaciones de las variables: estatura del padre y estatura del hijo

2.3. Nubes de puntos o Diagrama de dispersión

Antes de realizar cálculo con una variable estadística bidimensional es recomendable realizar una representación gráfica de los datos que hemos recogido.

Los datos se recogen por pares, de forma que un individuo tendrá una pareja de observaciones. Una será de la variable X y la otra de la variable Y. Si $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ son las n parejas de observaciones de la variable en estudio (X, Y), en el eje de abscisas se representa una de las variables y en el eje de ordenadas la otra. A este gráfico dibujado así se le llama **nube de puntos** ó **diagrama de dispersión**.

El diagrama de dispersión nos da una información visual de la relación que puede existir entre las dos variables:

- Si existe una relación más o menos fuerte directa: a mayor valor de una variable, mayor valor de la otra.
- Si existe una relación más o menos fuerte inversa: a mayor valor de una variable, menor valor de la otra.
- Si no existe relación y las variables parecen por tanto ser independientes la una de la otra.

2.4. Correlación. Regresión

Si observamos la nube de puntos anterior, apreciamos una cierta relación entre las dos variables: estatura del padre frente a estatura del hijo. No podremos tener una fórmula exacta que relacione las dos variables pero sí podremos medir el grado de relación que hay entre ellas. Esta relación que apreciamos se llama **correlación**.

Para medir esta correlación determinaremos una función (recta, polinomio, función exponencial,...) a la cual se aproximen de forma razonable los puntos de la nube. Se le llama **curva de regresión**.

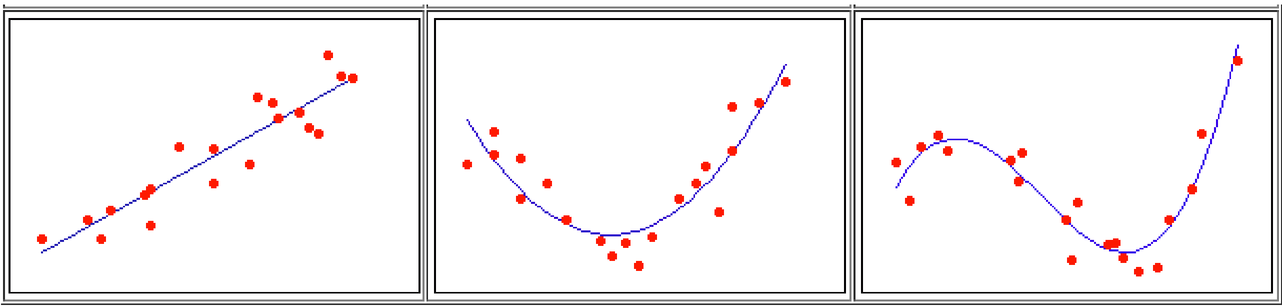


Figura 2.2: Ejemplo de tipos de curvas de regresión

Los puntos del primer gráfico de la figura 2.2 se aproximan en mayor o menor medida a una **Recta de Regresión**. En este caso diremos que existe una **correlación lineal**. En el segundo y tercer caso tendríamos una correlación polinómica (de segundo y tercer grado respectivamente).

Nos centraremos en la correlación lineal.

2.5. Correlación lineal

Veamos las tendencias más usuales a través de unos ejemplos:

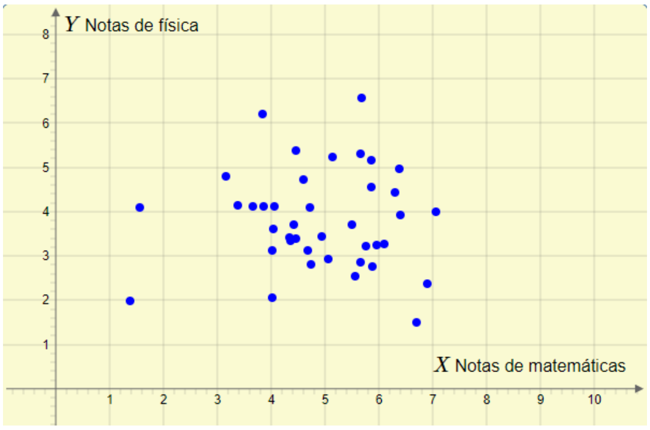


Figura 2.3: Ejemplo de no correlación

En la figura 2.3 se muestra el diagrama de dispersión correspondiente a las notas de Matemáticas y de Física de 40 alumnos. Observa que las notas están muy dispersas y no se refleja ningún grado de asociación entre ellas, es decir, las variables no presentan correlación. En este caso decimos que las variables X e Y son **independientes** o que las variables están **incorreladas**.

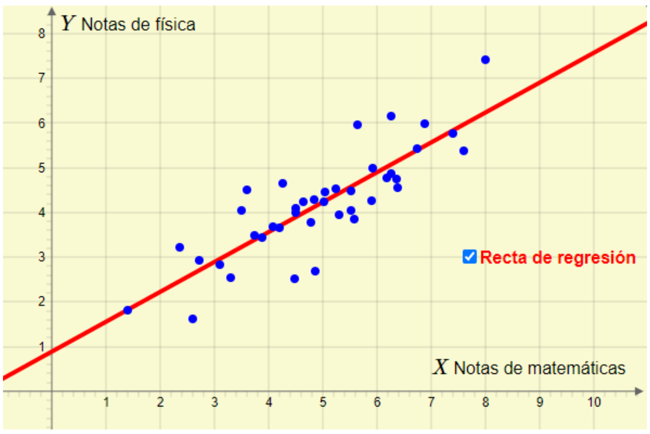


Figura 2.4: Ejemplo de correlación débil

De nuevo se muestra un diagrama de dispersión correspondiente a las notas de Matemáticas y de Física de 40 alumnos. Ahora se observa en la figura 2.4 cierto grado de relación entre ellas. A notas altas-bajas de la variable X corresponden notas altas-bajas de la variable Y. Esto indica correlación débil positiva. En este caso ya se puede hallar una recta que nos marca la tendencia de los datos.

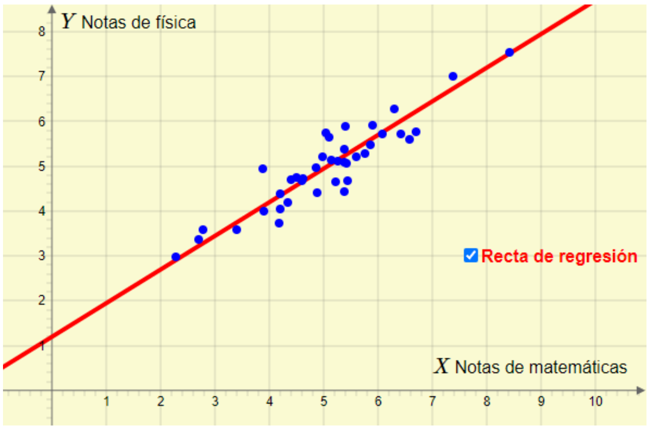


Figura 2.5: Ejemplo de correlación fuerte

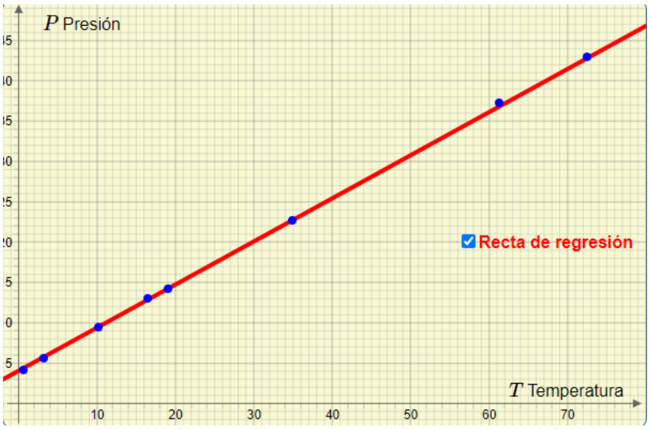


Figura 2.6: Ejemplo de relación funcional

En el siguiente diagrama, figura 2.5, se aprecia un alto grado de relación entre las variables. A notas altas-bajas de X corresponden notas altas-bajas de Y. Esto indica correlación fuerte positiva. La recta de regresión dibujada se ajusta mucho al conjunto de puntos. Aquí estamos viendo una correlación positiva, pero recuerda que podemos obtener también un resultado de correlación negativa cuando la pendiente de la recta que marca la tendencia de los datos es negativa.

Finalmente, se muestra en la figura 2.6 un diagrama de dispersión con una relación funcional. Para un determinado volumen de agua el gráfico representa la temperatura y la presión registrada en un experimento de un laboratorio. Los datos están en perfecta correlación lineal, y por ello no hablamos de relación estadística, sino de relación funcional pues en este caso hay una ley física que relaciona la temperatura y la presión.

RESUMEN:

1. Llamamos **correlación lineal** al grado de ajuste de los puntos alrededor de la recta que marca la tendencia de los datos.

2. La correlación es más o menos fuerte según lo apretados que estén los puntos de la nube a esa **recta** que marca la tendencia.

3. La correlación se llama **positiva** o **negativa** según el signo de la pendiente de la recta de tendencia.

4. Si la forma de la nube de puntos no sugiere una recta significa que entre las variables no hay correlación lineal, o que las variables están **incorreladas**.

EJERCICIO 2.1: ¿Verdadero o Falso?

1. En una distribución bidimensional, para cada valor de x solo puede haber un valor de y.

2. Cuantos más puntos tenga una distribución bidimensional, más fuerte es su correlación.

3. Cuanto más próximos estén a una recta los puntos de una distribución bidimensional, más fuerte es su correlación lineal.

Solución:

1. En una distribución bidimensional, para cada valor de x solo puede haber un valor de y.
   FALSO

2. Cuantos más puntos tenga una distribución bidimensional, más fuerte es su correlación.
   FALSO

3. Cuanto más próximos estén a una recta los puntos de una distribución bidimensional, más fuerte es su correlación lineal.
   VERDADERO

2.6. Parámetros asociados a una distribución bidimensional

2.6.1. Centro de gravedad

Llamaremos centro de gravedad de una distribución bidimensional al punto de coordenadas $(\overline{x}, \overline{y})$. Este punto no tiene por qué coincidir con ningún punto de la nube.

2.6.2. Covarianza

La covarianza nos proporciona información sobre cómo varían de forma conjunta ambas variables. El valor que toma depende de las unidades de medida de las dos variables, pero su signo nos aporta la variación relativa entre ambas, lo cual es muy importante.

Se define como:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{N}$$

o bien se utiliza esta otra para comodidad a la hora de realizar los cálculos:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \overline{xy}$$

- Si la covarianza es positiva: la relación es directa
- Si la covarianza es negativa: la relación es inversa
- Si la covarianza es próxima a 0: las variables no están relacionadas linealmente

2.6.3. Coeficiente de correlación lineal ó de Pearson

Mediante la nube de puntos podemos intuir de forma gráfica si dos variables tienen o no tienen una correlación. El coeficiente de correlación lineal nos permite medir ese grado de relación lineal a través de la siguiente expresión:

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Es por tanto la covarianza dividida entre el producto de las desviaciones típicas.

Propiedades. Interpretación del coeficiente de correlación

- No tiene dimensión. Es decir, no depende de las unidades en las que se midan las variables.
- Su valor está siempre comprendido entre -1 y 1.
- Si la correlación es perfecta (sería una relación funcional), entonces $|r| = 1$. Es decir, $r = 1$ o $r = -1$.
- Si la correlación es fuerte, $|r|$ es próximo a 1
- Si la correlación es débil, $|r|$ es próximo a 0
- Tiene el mismo signo que tenga la Covarianza. Por tanto, al igual que con la covarianza, si r es positivo la relación es directa, y si es negativo la relación será inversa.

EJEMPLO: Cómo calcular la covarianza y el coeficiente de correlación

Calcular la correlación entre las variables X: Nota sacada en Matemáticas e Y: Nota sacada en Física, asociadas a un conjunto de datos de 12 alumnos:

x_i	y_i
2	1
3	3
4	2
4	4
5	4
6	4
6	6
7	4
7	6
8	7
10	9
10	10

Solución:

- Añadimos a la tabla anterior las columnas: x_i^2, y_i^2, $x_i \cdot y_i$.
- Sumamos el total a todas las columnas, así obtenemos: $\sum x_i$,$\sum y_i$,$\sum x_i^2$,$\sum y_i^2$,$\sum x_i \cdot y_i$

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
2	1	4	1	2
3	3	9	9	9
4	2	16	4	8
4	4	16	16	16
5	4	25	16	20
6	4	36	16	24
6	6	36	36	36
7	4	49	16	28
7	6	49	36	42
8	7	64	49	56
10	9	100	81	90
10	10	100	100	100
72	60	504	380	431

- Ahora podemos calcular fácilmente las medias:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{72}{12} = 6$$

$$\overline{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{60}{12} = 5$$

El centro de gravedad es el punto: $(6, 5)$. Si nos fijamos en la tabla, este punto no tiene porqué pertenecer a la distribución.

- Calculamos σ_x y σ_y:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{504}{12} - 6^2} = \sqrt{6} = 2,45$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N} - \overline{y}^2} = \sqrt{\frac{380}{12} - 5^2} = \sqrt{6,67} = 2,58$$

- Calculamos σ_{xy}:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \overline{xy} = \frac{431}{12} - 6 \cdot 5 = 5,92$$

- Finalmente ya podemos calcular el coeficiente de correlación r:

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{5,92}{2,45 \cdot 2,58} = 0,94$$

Con este valor del coeficiente de correlación, concluimos que la correlación es fuerte.

Vamos ahora a representar la nube de puntos a través de una hoja de cálculo de Google. Veamos cómo utilizarla, practica con tu ordenador.

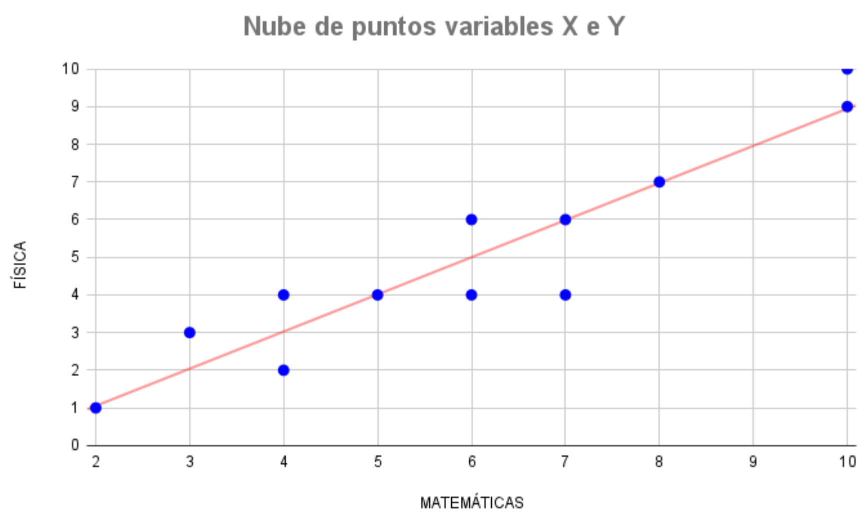


Figura 2.7: Representación de la nube de puntos

EJERCICIO 2.2: ¿Verdadero o Falso?

1. El signo de la correlación r coincide con el de la covarianza σ_{xy}.
2. Si cambiamos las unidades en que se expresa la variable x, entonces se modifican los valores de σ_x, σ_y, σ_{xy} y r.

3. Aunque cambiemos las unidades en que se da la variable x (o la y, o ambas) el valor de la correlación, r, no se modifica.

EJERCICIO 2.3:

En seis modelos de zapatillas deportivas del número 42 se ha estudiado sus pesos y sus precios. La información obtenida se recoge en esta tabla:

Peso (g) 620 645 655 640 630 610
Precio (€) 60 35 95 75 30 75

Calcula el coeficiente de correlación manualmente, como en el ejemplo anterior. Representa la nube de puntos en una hoja de cálculo de Google.

Solución Ejercicio 2.2:

1. El signo de la correlación r coincide con el de la covarianza σ_{xy}.
   VERDADERO
2. Si cambiamos las unidades en que se expresa la variable x, entonces se modifican los valores de σ_x, σ_y, σ_{xy} y r.
   FALSO, pues el de r no se modifica. El resto sí.
3. Aunque cambiemos las unidades en que se da la variable x (o la y, o ambas) el valor de la correlación, r, no se modifica.
   VERDADERO

Solución Ejercicio 2.3:

La tabla quedaría:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
620	60	384400	3600	37200
645	35	416025	1225	22575
655	95	429025	9025	62225
640	75	409600	5625	48000
630	30	396900	900	18900
610	75	372100	5625	45750
3800	370	2408050	26000	234650

Medias:

$$\overline{x} = \frac{3800}{6} = 633,33g$$
$$\overline{y} = \frac{370}{6} = 61,67€$$

Desviaciones típicas:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{2408050}{6} - 633,33^2} = \sqrt{234,78} = 15,32g$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{26000}{6} - 61,67^2} = \sqrt{530,14} = 23,02€$$

Covarianza:

$$\sigma_{xy} = \frac{234650}{6} - 633,33 \cdot 61,67 = 50,87$$

Coeficiente de correlación:

$$r = \frac{50,87}{15,32 \cdot 23,02} = 0,14$$

Concluimos que la relación entre las variables es débil.

La nube de puntos queda según la Figura 2.8

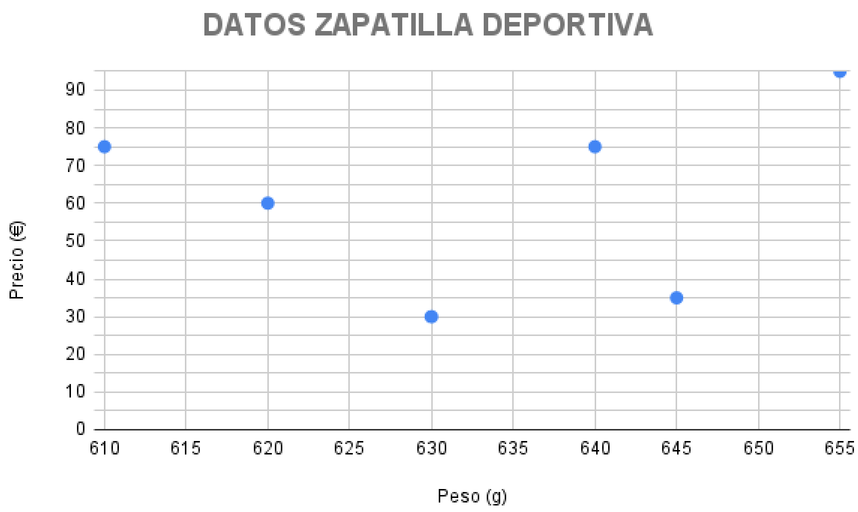


Figura 2.8: Representación de la nube de puntos

EJERCICIO 2.4:

La siguiente tabla muestra cómo se ordenan entre sí diez países, A, B, C,... según dos variables, R.P.C. (renta per cápita) e I.N. (índice de natalidad). Representa los resultados en una nube de puntos a través de una hoja de cálculo de Google, traza la recta de regresión, calcula el coeficiente de correlación e interpreta el resultado.

Definimos primero las variables:
X = Renta per cápita”
Y = ”Índice de natalidad”

La nube de puntos queda según la Figura 2.9
Aparentemente existe cierta correlación, no podemos hablar de variables que sean independientes.

Vamos ahora a realizar la tabla como en el ejercicio anterior:

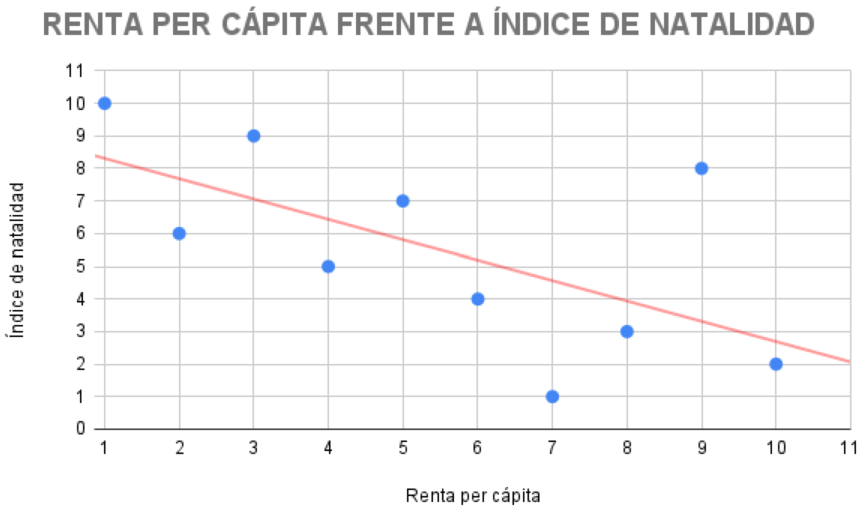


Figura 2.9: Representación de la nube de puntos

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	10	1	100	10
2	6	4	36	12
3	9	9	81	27
4	5	16	25	20
5	7	25	49	35
6	4	36	16	24
7	1	49	1	7
8	3	64	9	24
9	8	81	64	72
10	2	100	4	20
55	55	385	385	251

Procedemos a calcular con estos datos los parámetros estadísticos:

Medias:

$$\overline{x} = \frac{55}{10} = 5,5$$

$$\overline{y} = \frac{55}{10} = 5,5$$

Desviaciones típicas:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{385}{10} - 5,5^2} = \sqrt{8,25} = 2,87$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{385}{10} - 5,5^2} = \sqrt{8,25} = 2,87$$

Covarianza:

$$\sigma_{xy} = \frac{251}{10} - 5,5 \cdot 5,5 = -5,15$$

Coeficiente de correlación:

$$r = \frac{-5,15}{2,87 \cdot 2,87} = -0,62$$

Concluimos que la relación entre las variables es inversa (por ser negativo el coeficiente) y que es débil.

2.6.4. Recta de regresión

Cuando hemos hablado en las nubes de puntos de la recta de tendencia que podían seguir los datos, realmente nos estábamos refiriendo a lo que llamamos **recta de regresión**. Se puede construir esta recta de forma que se ajuste lo mejor posible a la nube de puntos a través del **Método de los mínimos cuadrados**. Fundamento teórico:

Este método parte de la nube de puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$. Para encontrar la recta que mejor se ajuste a todos esos puntos consideraremos todas las posibles rectas del tipo $y = ax + b$, y nos quedaremos con aquella para la cual los cuadrados de las diferencias d_i, de la ordenada de cada punto y la recta sumen lo menos posible. Es decir, la recta para la cual el valor $\sum d_i^2$ es **mínimo**. Se pone al cuadrado para que los d_i negativos no se compensen con los positivos y podamos así determinar cuál es la que minimiza esas diferencias d_i. Fíjate en la figura 2.10 para entenderlo mejor.

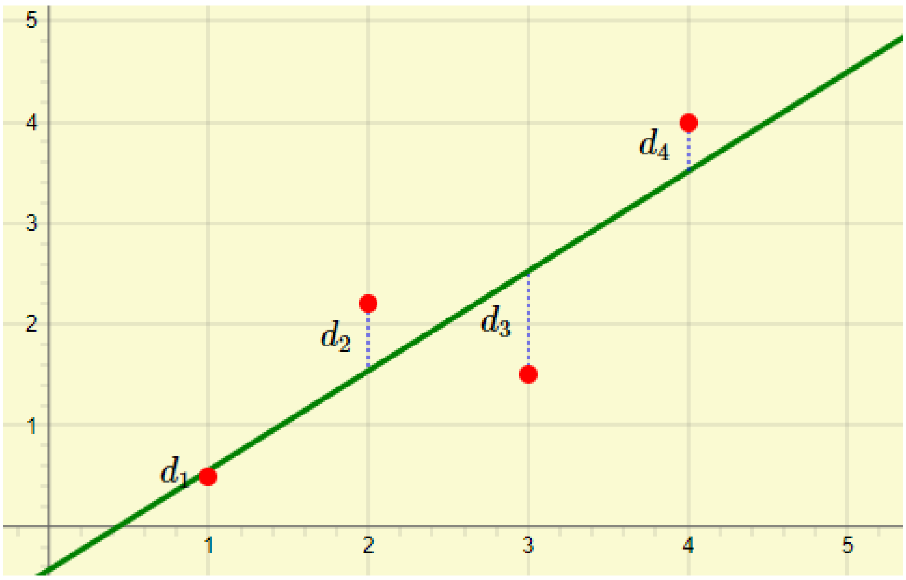


Figura 2.10: Representación de los residuos d_i

Matemáticamente se llega a que la recta de regresión que hace mínima esas diferencias tiene por ecuación:

$$y = \overline{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \overline{x})$$

Se le llama **recta de regresión de Y sobre X**. A la pendiente de la recta

$$m_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$$

se le llama **coeficiente de regresión**.

Si te fijas, esta ecuación es la forma punto pendiente que se estudia en Geometría, donde el punto conocido en este caso es $(\overline{x}, \overline{y})$. Y este dato es el centro de gravedad que ya hemos visto. Por tanto, el centro de gravedad siempre forma parte de la recta de regresión y es el punto que nos define la ecuación junto con la pendiente m_{xy}.

EJEMPLO: Cómo calcular la recta de regresión de Y sobre X

Vamos a obtener la ecuación con los mismos datos del ejercicio donde calculamos la covarianza y el coeficiente de correlación entre las variables:

X: Nota sacada en Matemáticas
Y: Nota sacada en Física, asociadas a un conjunto de datos de 12 alumnos. Obtenemos:

$$m_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{5,92}{(\sqrt{6})^2} = 0,986$$

El centro de gravedad era: $(6, 5)$. Por tanto, la ecuación quedaría:

$$y = 5 + 0,986(x - 6) \Rightarrow y = -0,917 + 0,986x$$

Recta de regresión para hacer estimaciones

Una vez que conocemos la mayor o menor relación entre las variables mediante el coeficiente de correlación lineal y que hemos calculado las rectas de regresión, podemos utilizarlas para predecir el valor de una de las variables a partir de la otra. A partir de la recta de regresión que hayamos calculado, obtenemos, de forma aproximada, el valor esperado de y para un cierto valor de x. A estos valores los llamamos **estimaciones**. Si al valor de entrada de la variable X le denominamos x_0, al valor estimado calculado con la recta de regresión lo solemos denotar como $\hat{y}(x_0)$.

La fiabilidad de la estimación depende fundamentalmente de las siguientes consideraciones:

- La primera que exista correlación lineal entre ambas variables. El dato será tanto más fiable cuanto más se aproxime el coeficiente de correlación lineal a 1 o a -1.
- La segunda que las rectas de regresión se han obtenido para unos valores concretos de X y de Y. Aunque exista una correlación lineal fuerte, si intentamos hacer predicciones para valores de las variables lejanos a los estudiados, las estimaciones tampoco serán fiables y podemos llevarnos sorpresas.

- Las estimaciones se realizan en términos de probabilidad. Es decir, sólamente podemos indicar al realizarlas afirmaciones como *es probable que si* $x = x_0$*, entonces* y *valga, aproximadamente,* $\hat{y}(x_0)$

EJEMPLO: Cómo calcular estimaciones con la recta de regresión de Y sobre X

Nos fijamos en el ejemplo anterior, donde obtuvimos la recta de regresión de las variables:

X: Nota sacada en Matemáticas
Y: Nota sacada en Física, asociadas a un conjunto de datos de 12 alumnos

La recta era:

$$y = -0,917 + 0,986x$$

Si nos preguntan: estima el valor de la nota que un alumno podría obtener en Física, sabiendo que en Matemáticas ha sacado un 6.

No hay más que sustituir el 6 en la recta:

$$y = -0,917 + 0,986 \cdot 6 = 4,999$$

Recuerda el en este ejercicio el coeficiente de correlación que obtuvimos era $0,94$, lo que signfica correlación fuerte, y por tanto indica que la estimación puede ser razonablemente buena.

EJERCICIO 2.5: ¿Verdadero o Falso?

1. Cuanto más fuerte sea la correlación, más puntos habrá de la nube que se encuentren exactamente sobre la recta de regresión.
2. Cuanto más fuerte sea la correlación, más cerca de la recta de regresión estarán los puntos de la nube.
3. Cuanto más fuerte sea la correlación, más fiables serán las estimaciones hechas a partir de la recta de regresión.

Solución:

1. VERDADERO. Como r es muy grande, la distancia de los puntos a la recta es muy pequeña o nula.
2. FALSO. Habrá muchos puntos cerca de la recta, pero puede haber puntos aislados lejos de la recta
3. VERDADERO. Los valores de una de las variables son más predecibles, puesto que están muy próximos a la recta de regresión.

2.6.5. Tabulación de las variables bidimensionales.Tabla de contingencia.

Las tablas para registrar y analizar las distribuciones bidimensionales se realizan a través de una tabla de doble entrada. Se le denomina **Tabla de contingencia**

Está formada por tantas filas y columnas como valores tengamos de cada una de las variables, añadiendo una fila y una columna más para representar los totales. Está indicada para casos con bastantes datos, en los que para cada valor de una variable, existen varios valores de la otra.

La última fila, donde hemos puesto los totales, representará los valores de las frecuencias de la variables unidimensional X. La última columna, donde también hemos puesto totales, representará los valores de las frecuencias de la variable unidimensional Y. Observa la Figura 2.11

	x_1	x_2	...	x_i	...	x_m	Frecuencia absoluta de la variable Y
y_1	f_{11}	f_{21}	...	f_{i1}	...	f_{m1}	**Σf_{i1}**
y_2	f_{12}	f_{22}	...	f_{i2}	...	f_{m2}	**Σf_{i2}**
...	...	...	...	...	...	...	**...**
y_j	f_{1j}	f_{2j}	...	f_{ij}	...	f_{mj}	**Σf_{ij}**
...	...	...	...	...	...	...	**...**
y_n	f_{1n}	f_{2n}	...	f_{in}	...	f_{mn}	**Σf_{in}**
Frecuencia absoluta de la variable X	**Σf_{1j}**	**Σf_{2j}**	**...**	**Σf_{ij}**	**...**	**Σf_{1n}**	**N**

Figura 2.11: Tabla de frecuencias para una distribución bidimensional

Veamos un ejemplo concreto. En la Figura 2.12 analizamos los datos del número de hijos de 100 familias. La variable X representa el número de hijos, y la variable Y representa el número de hijas. Cada casilla nos representa la frecuencia con que se repite el par de valores correspondiente. Es decir, la casilla con el número 7 representa que hay 7 familias del total de 100 analizadas que tienen un hijo y 2 hijas. A cada familia se la contabilizado en una casilla, y solo en una.

Distribuciones marginales

Si a cada valor de la variable X, número de hijos, le asignamos los valores de frecuencia correspondientes a la última fila de la Figura 2.12 obtenemos la **distribución marginal de la variable** X.

Si a cada valor de la variable Y, número de hijas, le asignamos los valores de frecuencia correspondientes a la última columna de la Figura 2.12 obtenemos la **distribución marginal de la variable** Y.

Nº de hijas (y) / Nº de hijos (x)	0	1	2	3	Frecuencias Marginales (x)
0	10	15	15	3	43
1	10	12	7	2	31
2	8	4	3	1	16
3	3	2	1	0	6
4	2	1	1	0	4
Frecuencias Marginales(y)	33	34	27	6	100

Figura 2.12: Ejemplo de tabla de frecuencias para una distribución bidimensional

Distribuciones condicionadas

Observa la siguiente tabla de contingencia de las variables: X = Edad, frente a Y = Preferencia televisiva:

INFO= Informativos
DOC= Documentales
ENT= Entretenimiento (concursos, famosos,...)
DEP= Deportes
PEL= Películas y series
OTR= Otros

	$18-25$	$26-35$	$36-50$	$51-65$	Más 65 años	TOTAL
INF	4	6	15	11	25	61
DOC	5	15	21	15	21	77
ENT	10	10	22	15	16	73
DEP	20	34	56	40	50	200
PEL	11	15	20	16	11	73
OTR	0	5	6	3	2	16
TOTAL	50	85	140	100	125	500

¿Cómo se distribuyen las preferencias televisivas de los mayores de 65 años? La respuesta está en la quinta columna, y es la distribución de la variable Y **condicionada** a que la variable X sea el intervalo: *Más 65 años*. Por tanto, sería la siguiente tabla:

y_i	f_i
INF	25
DOC	21
ENT	16
DEP	50
PEL	11
OTR	2
TOTAL	125

¿Cómo se distribuyen las edades de los que tienen como preferencia televisiva los deportes? La respuesta está en la cuarta fila y es la distribución de la variable X **condicionada** a que la variable Y tome el valor: *Deporte*. Por tanto, sería la siguiente tabla:

x_i	$18-25$	$26-35$	$36-50$	$51-65$	Más 65 años	TOTAL
f_i	20	34	56	40	50	200

Variables independientes

Vamos a comparar las **frecuencias relativas** de las siguientes distribuciones del ejemplo anterior:

- La distribución de X condicionada a que Y toma el valor *Deporte*
- La distribución marginal de la variable X

x_i	$18-25$	$26-35$	$36-50$	$51-65$	Más 65 años
h_i (DEP)	$\frac{20}{200}=0,10$	$\frac{34}{200}=0,17$	$\frac{56}{200}=0,28$	$\frac{40}{200}=0,20$	$\frac{50}{200}=0,25$
h_i (EDAD)	$\frac{50}{500}=0,10$	$\frac{85}{500}=0,17$	$\frac{140}{500}=0,28$	$\frac{100}{500}=0,20$	$\frac{125}{500}=0,25$

Las frecuencias relativas que se obtienen son idénticas. ¿Qué significa esto?

Que los que prefieren deporte se reparten por edades de igual manera que el total de los individuos estudiados. En este caso se dice que el suceso PREFIERE DEPORTE es **independiente** de la variable EDAD.

CUANDO TODOS LOS SUCESOS DE UNA VARIABLE SON INDEPENDIENTES RESPECTO DE LA OTRA, SE DICE QUE **LAS DOS VARIABLES SON INDEPENDIENTES**. Ojo, tiene que ocurrir en TODOS los sucesos posibles.

En este ejemplo los sucesos INF, DOC, ENT, PEL y OTR no son independientes de la edad. Por lo tanto las variables X e Y no son independientes. Veamos cómo no se cumple para el suceso OTR:

x_i	$18-25$	$26-35$	$36-50$	$51-65$	Más 65 años
h_i (OTR)	$\frac{0}{16}=0$	$\frac{5}{16}=0,31$	$\frac{6}{16}=0,38$	$\frac{3}{16}=0,19$	$\frac{2}{16}=0,13$
h_i (EDAD)	$\frac{50}{500}=0,10$	$\frac{85}{500}=0,17$	$\frac{140}{500}=0,28$	$\frac{100}{500}=0,20$	$\frac{125}{500}=0,25$

EJERCICIO 2.6: Con los datos del ejemplo anterior calcula

1. La distribución de la variable Y condicionada a $X < 36$
2. Comprueba, calculando las frecuencias relativas, que el suceso PEL no es independiente de la edad.
3. Haz la distribución de X condicionada a NO DEPORTE y compara sus frecuencias relativas con las de la distribución marginal de la X.

<u>Solución:</u>

1. La distribución de la variable Y condicionada a $X < 36$

y_i	f_i
INF	4+6=10
DOC	5+15=20
ENT	10+10=20
DEP	20+34=54
PEL	11+15=26
OTR	0+5=5
TOTAL	135

2. Comprueba, calculando las frecuencias relativas, que el suceso PEL no es independiente de la edad.

x_i	$18-25$	$26-35$	$36-50$	$51-65$	Más 65 años
h_i (PEL)	$\frac{11}{73}=0,15$	$\frac{15}{73}=0,20$	$\frac{20}{73}=0,27$	$\frac{16}{73}=0,22$	$\frac{11}{73}=0,15$
h_i (EDAD)	$\frac{50}{500}=0,10$	$\frac{85}{500}=0,17$	$\frac{140}{500}=0,28$	$\frac{100}{500}=0,20$	$\frac{125}{500}=0,25$

Como las frecuencias del suceso PEL no son iguales a las frecuencias de la distribución marginal de la variable EDAD, concluimos que no son independientes. Es decir, el suceso PEL (Ver películas) sí depende de la EDAD del individuo.

3. Haz la distribución de X condicionada a NO DEPORTE y compara sus frecuencias relativas con las de la distribución marginal de la X.

La distribución condicionada será:

x_i	$18-25$	$26-35$	$36-50$	$51-65$	Más 65 años	TOTAL
f_i (NO DEP)	30	51	84	60	75	300
h_i	0,10	0,17	0,28	0,20	0,25	1

La distribución marginal de X será la última fila de la tabla de la distribución conjunta:

EDAD	18 − 25	26 − 35	36 − 50	51 − 65	Más 65 años	TOTAL
f_i	50	85	140	100	125	500
h_i	0,10	0,17	0,28	0,20	0,25	1

En este caso el suceso NO DEPORTE es independiente de la EDAD.

EJERCICIO 2.7: Indica para cada par de variables que pueden estar relacionadas, si se trata de una relación funcional o estadística:

1. Renta mensual de una familia - Gasto mensual en electricidad
2. Radio de una esfera - Volumen de esta
3. Litros de lluvia recogidos en una ciudad - Tiempo dedicado a ver la televisión por sus habitantes
4. Longitud del trayecto recorrido en una línea de cercanías - Precio del billete
5. Peso de los alumnos de 1.º de Bachillerato - Número de calzado que usan
6. Toneladas de tomate recogidas en una cosecha - Precio del kilo de tomate en el mercado
7. Superficie de una vivienda - Valor de la misma

Solución:

1. Relación estadística, con una correlación positiva
2. Relación funcional
3. Relación estadística. Probablemente positiva pero débil
4. Relación estadística, a priori no será funcional pero sí que habrá una correlación positiva fuerte.
5. Relación estadística, con una correlación positiva
6. Relación estadística, con una correlación negativa
7. Relación estadística, con una correlación positiva

EJERCICIO 2.8: La siguiente tabla recoge los datos económicos de algunas de las películas más rentables de un año (las cantidades están dadas en millones de euros):

GASTOS	18	15	20	11	10	6	6	14	16	12
RECAUDACIÓN	93	83	80	47	46	44	36	34	33	26

Representa la nube de puntos con la recta de tendencia. Halla el coeficiente de correlación. Obtén la recta de regresión de Y sobre X y estima qué recaudación cabe esperar si se invierten 30 millones de euros. Utiliza para la resolución del ejercicio una hoja de cálculo

Solución:

	GASTOS	RECAUDACIÓN	GASTO al cuadrado	RECAUDACIÓN al cuadrado	GASTO por RECAUDACIÓN
	18	93	324	8649	1674
	15	83	225	6889	1245
	20	80	400	6400	1600
	11	47	121	2209	517
	10	46	100	2116	460
	6	44	36	1936	264
	6	36	36	1296	216
	14	34	196	1156	476
	16	33	256	1089	528
	12	26	144	676	312
Suma TOTAL	**128**	**522**	**1838**	**32416**	**7292**
MEDIA	**12,8**	**52,2**			
DESV. TÍPICA	4,47	22,73			

COVARIANZA 61,04

COEF. CORR.	0,60	Covarianza / Producto de las 2 desv. típicas
COEFICIENTE DE REGRESIÓN	3,06	Covarianza / Varianza de GASTOS

RECTA DE REGRESIÓN:

y= 52,2+3,06(x-12,8). Operando:
y= 3,06x+13,03

Estimación para una inversión de:	30	millones de euros
Resultado estimado en recaudación:	104,83	millones de euros

Figura 2.13: Pantalla de la hoja de cálculo

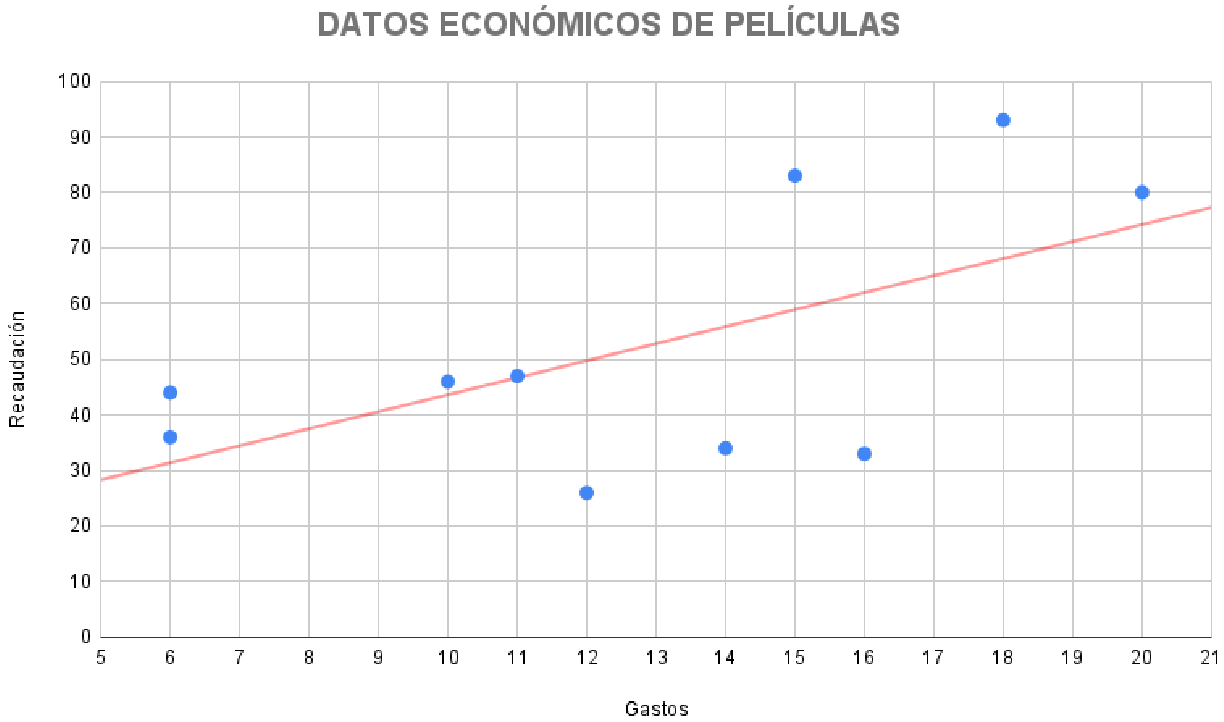


Figura 2.14: Nube de puntos

Bibliografía y Referencias

[1] J. Colera Jiménez, Ma J. Oliveira González, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 4º ESO*. ANAYA

[2] Colera Jiménez, J. Oliveira González M.J. Colera Jiménez, J. Colera Cañas, R. Santaella Fernández E., *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I. Bachillerato*. ANAYA.

[3] Fernando Alcaide Luis Sanz Joaquín Hernández María Moreno Esteban Serrano, *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I. Bachillerato*. SM

[4] INE - Encuesta de gasto turístico

[5] Colegio S. Agustín *Estadística unidimensional. 1º Bachillerato*

C.2. PROYECTO DE ESTADÍSTICA PARA ALUMNOS DE 1º BACHILLERATO CCSS

C.2.1. Hoja de contenidos mínimos del proyecto

PROYECTO SOBRE ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL. 1º BACHILLERATO

Realizaremos un trabajo en grupo:

- 2 grupos de 4 alumnos
- 3 grupos de 3 alumnos

FECHA DE ENTREGA: Se deberá subir a Classroom por uno de los miembros del grupo como límite el lunes día 2 de mayo.

Tendrá un valor de un 20% del total de la evaluación de la Unidad Didáctica. Deberá contener, como mínimo, los siguientes apartados:

1. REALIZAR UN RESUMEN DE LOS SIGUIENTES CONCEPTOS Y SUS PROPIEDADES. INCLUIR FÓRMULA, SI PROCEDE:
    a. Variable
    b. Media
    c. Varianza
    d. Desviación típica
    e. Distribución bidimensional
    f. Nube de puntos
    g. Correlación
    h. Centro de gravedad
    i. Covarianza
    j. Coeficiente de correlación
    k. Recta de regresión
2. DEFINIR CORRECTAMENTE LAS VARIABLES CON LAS QUE VAS A TRABAJAR. Por ejemplo X= "Altura de los alumnos de 1º de Bachillerato" Y="Peso de los alumnos de 1º de Bachillerato"
3. REPRESENTAR LA NUBE DE PUNTOS DE LAS VARIABLES
4. CALCULAR EL CENTRO DE GRAVEDAD Y REPRESENTARLO EN EL GRÁFICO ANTERIOR.
5. CALCULAR LA COVARIANZA Y EL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN. INTERPRETAR LOS DATOS OBTENIDOS
6. CALCULAR LA RECTA DE REGRESIÓN. REPRESENTARLA.
7. REALIZAR ALGUNAS ESTIMACIONES CON LA RECTA DE REGRESIÓN

El trabajo se realizará en un procesador de texto.

Se presentará por escrito y será obligatorio realizar una exposición oral del mismo con una duración de 15 minutos. Deberán intervenir todos los miembros del grupo. Es evaluable tanto el trabajo escrito como la presentación oral.

TRABAJOS. DEL 1 AL 5, NUMERADOS SEGÚN EL Nº DE GRUPO ASIGNADO:

1. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA Y QUÍMICA. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE MATEMÁTICAS Y LENGUA. CURSO: 3º ESO

2. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LAS ASIGNATURAS DE GEOGRAFÍA E HISTORIA Y LENGUA. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LENGUA E INGLÉS. CURSO: 3º ESO

3. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LAS ASIGNATURAS DE BIOLOGÍA Y FÍSICA Y QUÍMICA. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE BIOLOGÍA Y MATEMÁTICAS. CURSO: 3º ESO

4. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LAS ASIGNATURAS DE FRANCÉS E INGLÉS. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE INGLÉS Y LENGUA. CURSO: 4º ESO

5. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS Y BIOLOGÍA. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE MATEMÁTICAS Y LENGUA. CURSO: 4º ESO

6. **“SIN ASIGNAR A NINGÚN GRUPO”**: ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LAS ASIGNATURAS DE GEOGRAFÍA E HISTORIA Y LENGUA. ANALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE LENGUA E INGLÉS. CURSO: 4º ESO

Al analizar estas variables tendréis que poder responder a preguntas como ¿hay relación entre las notas de esas asignaturas? ¿Son mejores las notas de una respecto a la otra? ¿Son peores? ¿Existe una relación directa? ¿Existe una relación inversa?

Tenéis que realizar los cálculos con fórmulas y con una hoja de cálculo. Para la representación gráfica usad también la hoja de cálculo.

C.2.2. Rúbrica del proyecto de estadística

RÚBRICA PROYECTO DE ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL. 1º BACHILLERATO

1 a. Def. Variable
Concepto de Variable

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 b. Def. Media
Concepto de Media

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 c. Def. Varianza
Concepto de Varianza

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 d. Def. Desviación típica
Concepto de Desviación típica

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 e. Def. Distribución bidimensional
Concepto de Distribución bidimensional

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 f. Def. Nube de puntos
Concepto de Nube de puntos

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 g. Def. Correlación
Concepto de Correlación

2.0	1.0	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 h. Def. Centro de gravedad
Concepto de Centro de gravedad

1.0	0.5	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 i. Def. Covarianza
Concepto de Covarianza

2.0	1.0	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 j. Def. Coeficiente de Correlación
Concepto de Coeficiente de Correlación

2.0	1.0	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

1 k. Def. de Recta de Regresión
Concepto de Recta de Regresión

2.0	1.0	0.0
CORRECTO	**INCOMPLETO**	**INCORRECTO**
Indica el concepto correctamente	Indica el concepto pero falta información	El concepto no es correcto o no contesta

2. Definir las variables
Definir correctamente las variables con las que vas a trabajar

5.0	2.5	0.0
CORRECTA	**CORRECTA UNA**	**INCORRECTO**
Define correctamente las variables	Define correctamente las variables en uno de los dos análisis de datos bidimensionales	No define correctamente las variables en ningún caso

RÚBRICA PROYECTO DE ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL. 1º BACHILLERATO

3. Nube de puntos
Representar las nubes de puntos

15.0	10.0	7.5	5.0	0.0
CORRECTA	**CONCEPTO CORRECTO**	**CORRECTA. REPRESENTA MANUALMENTE**	**CONCEPTO CORRECTO. REPRESENTA MANUALMENTE**	**INCORRECTO**
Representa correctamente las nubes de puntos a través de una hoja de cálculo. La transcripción de los datos es totalmente correcta.	Representa la nube de puntos comprendiendo lo que está haciendo, pero existe un error de transcripción manual de algún dato en el gráfico	Representa correctamente las nubes de puntos en papel, sin utilizar una hoja de cálculo. La transcripción de los datos es totalmente correcta. O bien representa una bien y otra mal.	Representa la nube de puntos comprendiendo lo que está haciendo, aunque lo hace en papel, pero existe un error de transcripción manual de algún dato en el gráfico	No representa correctamente las nubes de puntos o no lo hace.

4. Centro de gravedad
Calcular el centro de gravedad y representarlo

10.0	5.0	0.0
CORRECTO	**CALCULA O REPRESENTA**	**INCORRECTO**
Calcula y representa correctamente el centro de gravedad en el gráfico de la nube de puntos	Sólo calcula o representa el centro de gravedad. O bien, hace las dos pero una de ellas no está correctamente ejecutada	El cálculo y la representación no son correctos. O bien no contesta.

5. Covarianza y Coef. de correlación
Calcular la covarianza y el coeficiente de correlación. Interpretar los resultados obtenidos.

20.0	10.0	5.0	2.5	0.0
CORRECTO	**CALCULA Y NO INTERPRETA**	**APORTA UN CÁLCULO. NO INTERPRETA**	**APORTA UN CÁLCULO EN UN ANÁLISIS. NO INTERPRETA**	**INCORRECTO**
Calcula correctamente en los grupos de datos la covarianza y el coeficiente de correlación. La interpretación es correcta.	Calcula correctamente en los grupos de datos la covarianza y el coeficiente de correlación. La interpretación del resultado no es correcta. O bien, sólo realiza el cálculo y la interpretación de uno de los dos análisis de correlación del proyecto.	Calcula sólo el coeficiente de correlación ó la covarianza en los dos análisis de datos y no interpreta los resultados.	Calcula sólo el coeficiente de correlación ó la covarianza en uno de los dos análisis de datos y no interpreta el resultado.	Los cálculos y las interpretaciones no son correctas, o bien no contesta.

6. Recta de regresión
Calcular la recta de regresión. Representarla

10.0	5.0	2.5	0.0
CORRECTO	**CORRECTO UN ANÁLISIS**	**CALCULA 1 RECTA**	**INCORRECTO**
Calcula y representa las rectas de regresión de ambos grupos de datos correctamente.	Calcula y representa la recta de regresión de uno de los análisis de datos correctamente. O bien, Calcula correctamente las rectas de los dos grupos de datos pero no las representa	Sólo calcula una recta de uno de los grupos de datos y no la representa.	Los cálculos y representaciones son incorrectos. O bien no contesta.

7. Estimaciones con la regresión
Realizar algunas estimaciones con la recta de regresión.

10.0	5.0	2.5	0.0
CORRECTO	**PARCIALMENTE CORRECTO**	**CALCULA DE 1 RECTA 1 ESTIMACIÓN**	**INCORRECTO**
Realiza correctamente más de una estimación con las dos rectas de regresión.	Sólo realiza una estimación correcta de cada una de las rectas	Sólo calcula una estimación correctamente y de una de las rectas.	Las estimaciones son incorrectas o no las realiza.

EXPOSICIÓN - Habla -
EXPOSICIÓN ORAL DEL TRABAJO - Habla

5.0	2.5	0.0
EXCELENTE	**BIEN**	**INSUFICIENTE**
Habla despacio y con claridad, vocalizando	A veces habla despacio y con claridad, vocalizando	No habla despacio ni con claridad. No se le entiende. O bien, no ha participado.

EXPOSICIÓN - Contenido-
EXPOSICIÓN ORAL DEL TRABAJO - Contenido que está exponiendo

5.0	2.5	0.0
EXCELENTE	**BIEN**	**INSUFICIENTE**
Demuestra entender el tema que está exponiendo	Demuestra entender parte de lo que expone	No demuestra entender lo que está exponiendo. O bien no expone.

EXPOSICIÓN - Tiempo-
EXPOSICIÓN ORAL DEL TRABAJO - Temporalización

5.0	2.5	0.0
EXCELENTE	**BIEN**	**INSUFICIENTE**
Utiliza el tiempo exigido: 15 minutos para el grupo, unos 5 minutos cada alumno	Se pasa un poco o se queda corto en el tiempo que le corresponde	No ha participado

C.2.3. Ejemplo de proyecto de un grupo de alumnos

PROYECTO DE ESTADÍSTICA.

Resumen de conceptos:

a. **Variable**: Es la característica que queremos observar en los individuos cuando estamos realizando un estudio estadístico. Hay tres tipos: cuantitativa discreta (se expresa en números, pero solo puede tomar un número finito de valores), cuantitativa continua (se expresa en números y puede tomar un número cualquiera dentro del intervalo real) y cualitativa (se expresa con palabras).

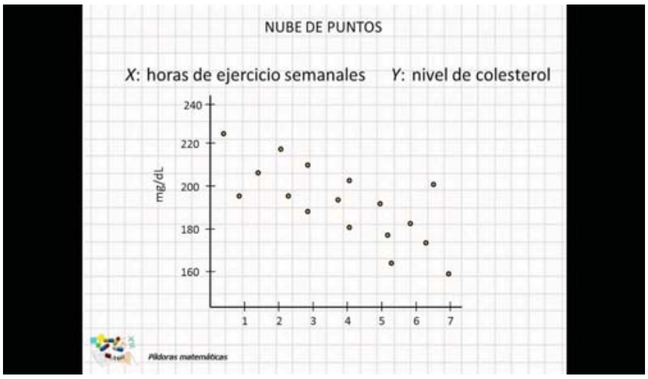
b. **Media**: Es el centro de gravedad de la distribución estadística. La fórmula para averiguar la media es: Fórmula: $\bar{x} = \Sigma fixi/N$

c. **Varianza**: es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media. Su fórmula es: $varianza = \Sigma fi(xi-\bar{x})^2/N$

d. **Desviación típica:** es la raíz cuadrada positiva de la varianza. Es más precisa que la varianza porque se expresa en las mismas unidades que los datos iniciales y que la media. Su fórmula es: $\sigma = \sqrt{var}$

e. **Distribución bidimensional**: un análisis estadístico sobre un individuo con dos variables (x,y).

f. **Nube de puntos**: Representación gráfica a partir de los datos para una distribución bidimensional. Ejemplo:



g. **Correlación**: Grado de relación entre las dos variables según la nube de puntos.

h. **Centro de gravedad**: Punto de coordenadas de una distribución bidimensional. No tiene por qué coincidir con ningún punto de la nube.

i. **Covarianza:** Nos proporciona información sobre cómo varían de forma conjunta dos variables. Su valor depende de las unidades de medida de las dos variables, pero su signo nos aporta la relación relativa.

Su fórmula es: $\sigma xy = \frac{\Sigma(xi-\bar{x})(yi-y)}{N}$

j. **Coeficiente de correlación**: Nos permite medir el grado de relación lineal de dos variables mediante la siguiente expresión: r= $\frac{\sigma xy}{\sigma x \, \sigma y}$

k. **Recta de regresión**: Es la recta que mejor se ajusta a la nube de puntos, esta se puede construir a partir del Método de los mínimos cuadrados.
Fórmula: y= $y + \frac{\sigma xy}{\sigma^2 x}(x - \bar{x})$

RELACIÓN ESTADÍSTICA ENTRE LAS NOTAS DE MATEMÁTICAS Y BIOLOGÍA DE ALUMNOS DE 3º DE ESO.

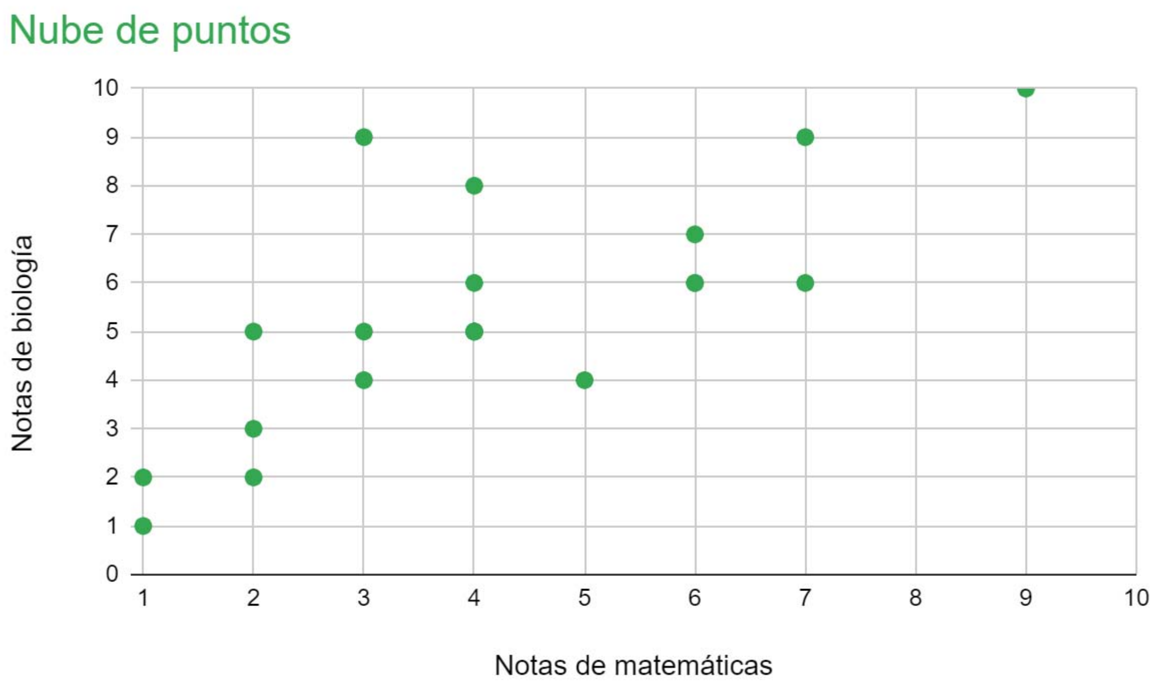
1. X= Notas de matemáticas de alumnos de 3º de ESO.
Y= Notas de biología de alumnos de 3º de ESO.

Tabla de las variables:

xi	yi	xi²	yi²	xi× yi
5	4	25	16	20
9	10	81	100	90
6	6	36	36	36
7	6	49	36	42
4	8	16	64	32
3	4	9	16	12
1	1	1	1	1
2	2	4	4	4
2	5	4	25	10
6	6	36	36	36
4	5	16	25	20
7	9	49	81	63
3	5	9	25	15
3	9	9	81	27
1	2	1	4	2
6	7	36	49	42
4	6	16	36	24
4	5	16	25	20
2	3	4	9	6

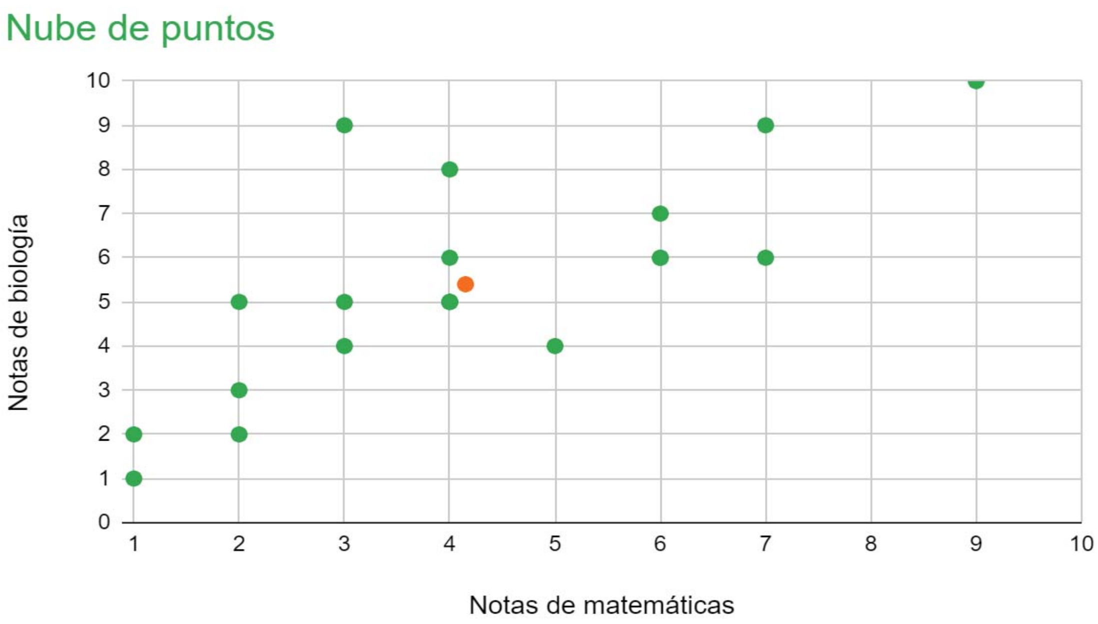
4	5	16	25	20
83	108	433	694	522

2. Nube de puntos de las variables.



3. Centro de gravedad.

$\bar{x}$= 4,15
Media de y= 5,4
Centro de gravedad= (4´15,5´4) → naranja



4. Covarianza y coeficiente de relación.

Varianza de x= 2,1
Varianza de y= 2,35
Covarianza = 3,69
Debido a que la covarianza es positiva, concluimos que la relación entre las variables es directa.

Coeficiente de correlación: $\frac{3,69}{(2,35\ .\ 2,1)}$ = 0,75

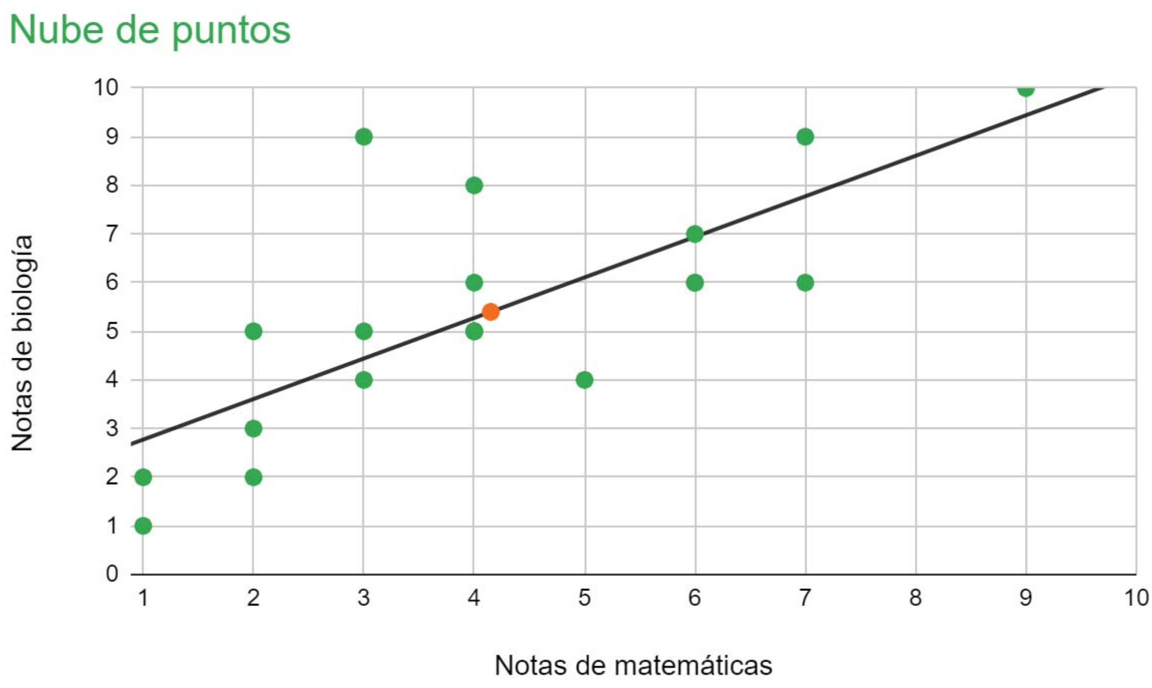
Con este resultado del coeficiente de correlación, concluimos que la correlación es fuerte, ya que es próximo a 1.

5. Recta de regresión.
Cálculo:

$y = y + \sigma xy / \sigma^2 x\ (x - \bar{x})$

y= 5,4 + 0,84 . (x- 4,15)= 1,91+ 0,84x **y=1,91+0,84x**

Representación:



6. Estimaciones.

x= Notas de matemáticas
y= Notas en biología

Estimamos el valor de la nota que un alumno podría obtener en biología si en matemáticas ha tenido un 8:

y= 1,91+0,84 . 8 = 8,63

El alumno obtendría un 8,63, aproximadamente. Como la correlación entre las variables es fuerte, la estimación podría ser relativamente buena.
¿Qué pasaría si obtuviera un 9 en matemáticas?

y= 1,91+0,84 . 9 = 9,47

En biología obtendría un 9,47.

¿Y si obtuviera un 4?

y= 1,91+0,84 . 4 = 5, 27

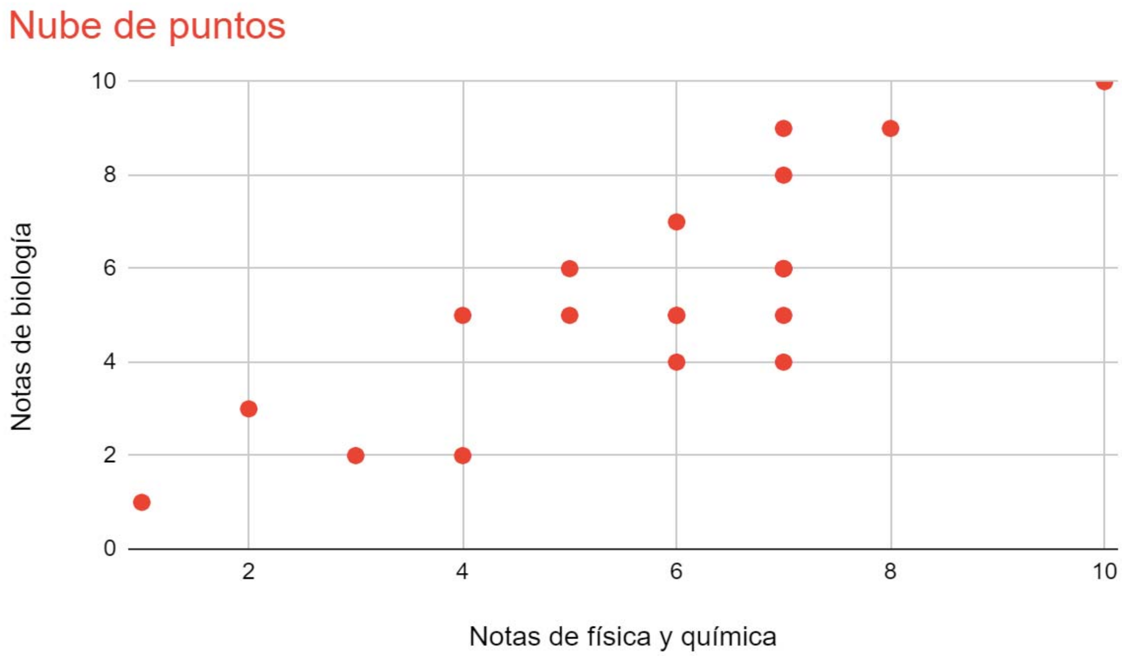
En biología sacaría un 5,27.

RELACIÓN ENTRE LAS NOTAS DE BIOLOGÍA Y FÍSICA Y QUÍMICA DE LOS ALUMNOS DE 3º DE ESO.

1. X= Notas de física y química de alumnos de 3º de ESO.
Y= Notas de biología de alumnos de 3º de ESO.

xi	yi	xi²	yi²	xi× yi
7	4	49	16	28
10	10	100	100	100
7	6	49	36	42
7	6	49	36	42
7	8	49	64	56
6	4	36	16	24
1	1	1	1	1
3	2	9	4	6
4	5	16	25	20
7	6	49	36	42
7	5	49	25	35
8	9	64	81	72
5	5	25	25	25
7	9	49	81	63
4	2	16	4	8
6	7	36	49	42
5	6	25	36	30
6	5	36	25	30
2	3	4	9	6
6	5	36	25	30
115	108	747	694	702

2. Nube de puntos de las variables

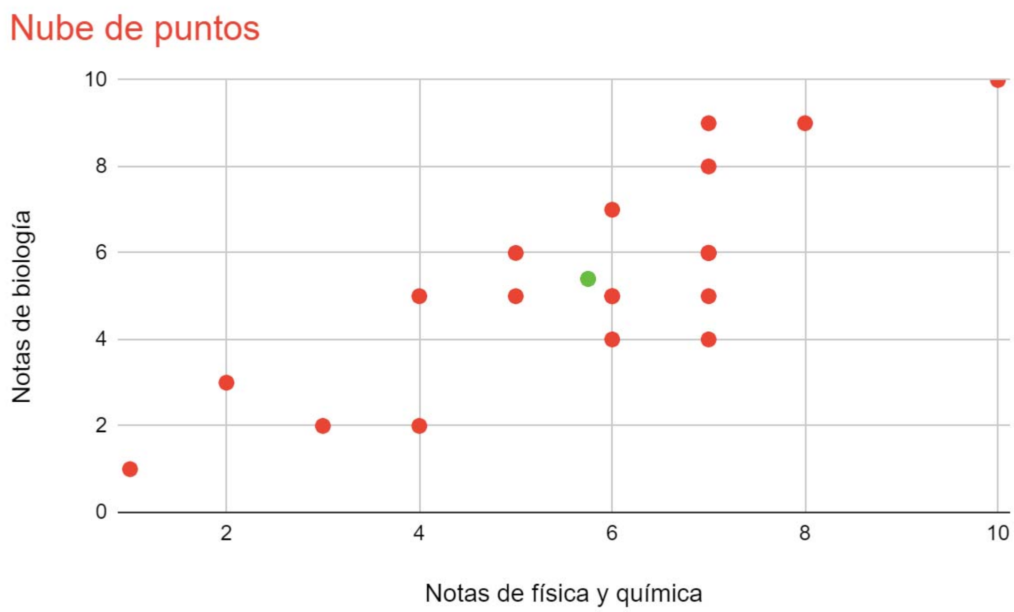


3. Centro de gravedad.

Media de x= 5,75

Media de y= 5,4

Centro de gravedad= (5´75, 5´4) → verde



4. Covarianza y coeficiente de correlación.

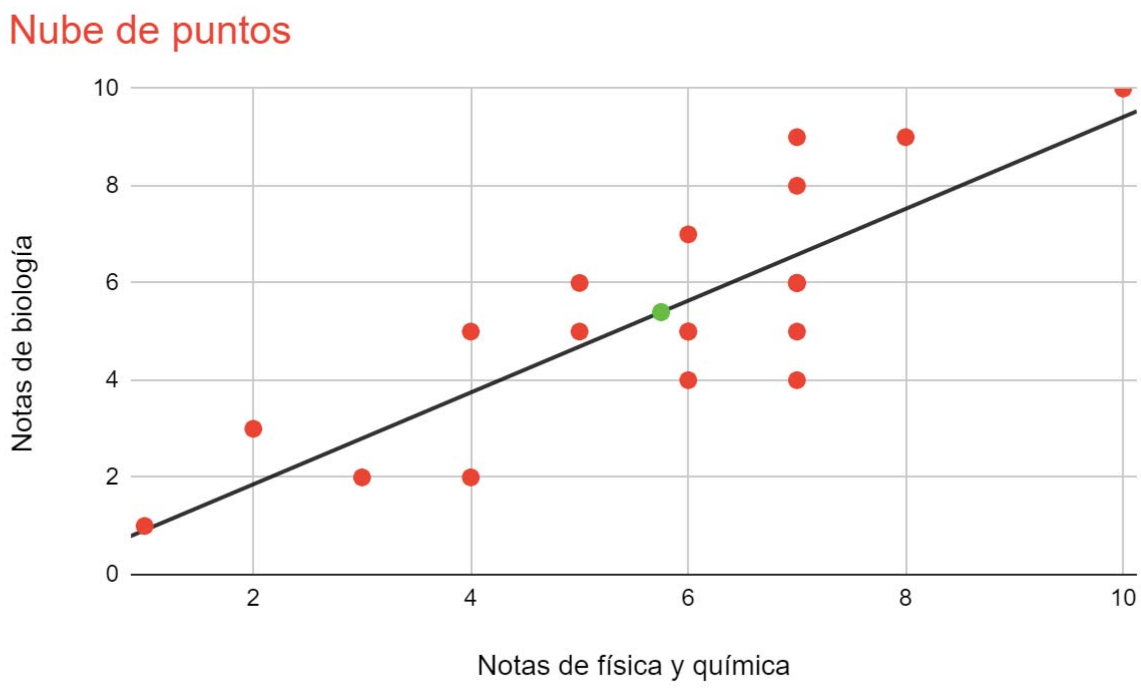
Varianza de x= 2,07
Varianza de y= 2,35
Covarianza = 4,05
Debido a que la covarianza es positiva, concluimos que la relación entre las variables es directa.

Coeficiente de correlación: 4,05 / (5,75 .5,4) = 0,83
Con este resultado del coeficiente de correlación, concluimos que la correlación es fuerte, ya que es próximo a 1.

5. Recta de regresión.

Cálculo: y= y+ σxy/ σ^2x (x-x̄)
y= 5,4 + 0,95 . (x- 5,75) = -0,06 +0,95 x **y= -0,06 +0,95x**

Representación:



7. Estimaciones:

x= Notas de física y química
y= Notas en biología

Estimamos el valor de la nota que un alumno podría obtener en biología si en física y química ha tenido un 8:

$$y= -0,06 +0,95 \cdot 8= 7,54$$

El alumno obtendría un 7,54, aproximadamente. Como la correlación entre las variables es fuerte, la estimación podría ser relativamente buena.

¿Qué pasaría si obtuviera un 9 en física y química?

y= -0,06 +0,95 . 9= 8,49

En biología obtendría un 9,47.

¿Y si obtuviera un 4?

y= -0,06 +0,95 . 4 = 3,74

En biología sacaría un 3,74.

Realizado por:

[redacted]

C.3. PRUEBA ESCRITA DE ESTADÍSTICA PARA ALUMNOS DE 1º BACHILLERATO CCSS

C.3.1. Prueba escrita corregida

CURSO: 1º BACH. FECHA: 6 DE MAYO DE 2022

CORRECCIÓN Examen Unidad 8: Distribuciones Bidimensionales

NOMBRE: ....

1. Indica, en cada uno de los siguientes casos, si se trata de una relación funcional o de una relación estadística; y, en este último caso, el signo de correlación. ***1 punto***

   a) Estatura y peso de un grupo de niños de 5 años. ESTADÍSTICA. CORRELACIÓN POSITIVA

   b) Lado y área de un cuadrado. FUNCIONAL

   c) Número de horas dedicadas a ver la televisión y nota obtenida en un examen de Matemáticas ESTADÍSTICA. CORRELACIÓN NEGATIVA

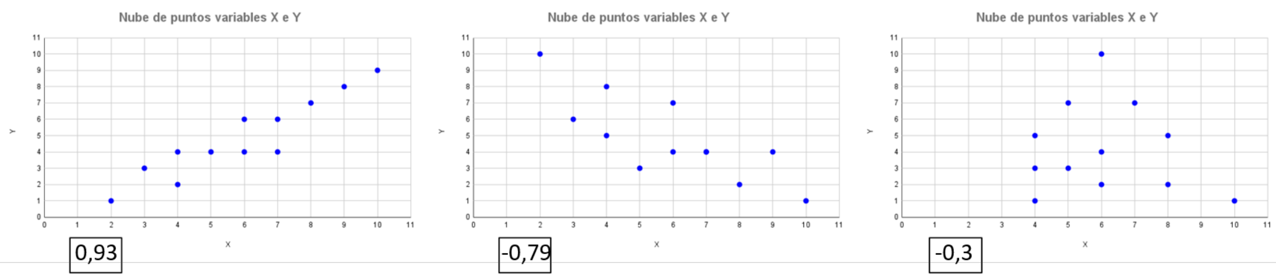
2. Razona y argumenta si las siguientes afirmaciones referidas a una distribución bidimensional son verdaderas o falsas. ***1 punto***

   a) Si $\sigma_{xy} < 0$ entonces el coeficiente de correlación $r < 0$
   VERDADERO. $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$ Como las desviaciones típicas son siempre positivas, el signo de r depende exclusivamente del signo de σ_{xy}

   b) Si $|r|$ está próximo a 0, las estimaciones hechas con la recta de regresión serán fiables.
   FALSO, pues si está próximo a 0 es que hay poca o nula correlación lineal.

   c) Si $r = -1$, no existe correlación entre variables.
   FALSO. Es justo al revés. Si r es igual a 1 ó -1 tenemos una correlación total (funcional).

3. Dadas las siguientes nubes de puntos correspondientes a los datos recogidos de dos variables, asocia el valor que crees que tendrá el coeficiente de correlación, en cada caso, entre los valores siguientes: $-0,79$, $-0,3$ y $0,93$. ***1 punto***



4. Se ha analizado en distintos modelos de impresoras cuál es el coste por página en blanco y negro y cuál es el coste por página en color. La siguiente tabla nos da los seis primeros pares de datos obtenidos:

X: B y N (cts.)	8	11	17	21	14	10
Y: Color (cts.)	33	49	95	106	58	53

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X. ***1,5 punto***

b) ¿Cuánto nos costaría imprimir una página en color en una impresora en la que el coste por página en blanco y negro fuera de 12 céntimos de euro? ¿Es fiable la estimación? (Sabemos que $r = 0,97$). ***0,5 punto***

a)

	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_i . y_i
	8	33	64	1089	264
	11	49	121	2401	539
	17	95	289	9025	1615
	21	106	441	11236	2226
	14	58	196	3364	812
	10	53	100	2809	530
Suma TOTAL	**81**	**394**	**1211**	**29924**	**5986**

MEDIA	**13,50**	**65,67**
VARIANZA	19,58	675,22

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} \qquad Var = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$$

COVARIANZA 111,17

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \overline{x}\overline{y}$$

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	0,97	Covarianza / Producto de las 2 desv. típicas
COEFICIENTE DE REGRESIÓN	5,68	Covarianza / Varianza de X

$$y = \overline{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \overline{x})$$

RECTA DE REGRESIÓN:	y=65,67+5,68(x-13,50)	y=5,68x-11,01

b)

Estimación para un valor de x	12 céntimos de euros
Resultado estimado	57,15 céntimos de euros

5. Se han realizado unas pruebas de habilidad (puntúan de 0 a 5) en un grupo de alumnos. Las siguientes puntuaciones corresponden a las obtenidas por seis alumnos en dos de ellas:

1ª prueba	5	5	4	3	2	4
2ª prueba	4	3	4	4	3	2

Calcula el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las variables? ***2 puntos***

	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_i . y_i
	5	4	25	16	20
	5	3	25	9	15
	4	4	16	16	16
	3	4	9	16	12
	2	3	4	9	6
	4	2	16	4	8
Suma TOTAL	**23**	**20**	**95**	**70**	**77**
MEDIA	**3,83**	**3,33**			
VARIANZA	1,14	0,56			
DESV. TÍP	1,07	0,75			

COVARIANZA 0,06

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	**0,070**	Covarianza / Producto de las 2 desv. típicas

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

No existe correlación entre las variables, r es casi 0

6. Se ha preguntado a los 75 estudiantes de 1º de Bachillerato de un centro escolar por el número de horas diarias que dedican al estudio, X, y el número de asignaturas suspendidas, Y. Los resultados se recogen en la siguiente tabla:

X \ Y	0 – 2	2 – 4	4 – 6
0 – 1	0	8	15
1 – 2	3	6	15
2 – 3	20	8	0

a) Obtén las distribuciones marginales de las variables X e Y. ***0,5 puntos***

X	0-1	1-2	2-3	Total
f_i	23	24	28	75

Y	0-2	2-4	4-6	Total
f_i	23	22	30	75

b) ¿Cómo se distribuye el número de horas de estudio diarias para los que suspenden más de 2 asignaturas? ***0,5 puntos***

X	0-1	1-2	2-3	Total
f_i	23	21	8	52

c) Comprueba si las dos variables son independientes. ***0,5 puntos***

X	0-1	1-2	2-3	Total
f_i	23	24	28	75
h_i	0,31	0,32	0,37	1
$Y : suceso(0-2)$	$\frac{0}{23}=0$	$\frac{3}{23}=0,13$	$\frac{20}{23}=0,87$	1

Los valores de h_i (frecuencias relativas) no se distribuyen de igual manera. Como esto ya ocurre con uno de los sucesos, es suficiente para afirmar que las variables NO son independientes. Se puede comprobar que ocurre lo mismo con los otros dos suceso: $2-4)$ y $4,6$.

7. La media de los gastos mensuales de una empresa (en decenas de miles de euros) es $0,7$ con una desviación típica de $0,28$. La recta de regresión de las ventas mensuales (también en decenas de miles de euros) respecto a los gastos es $y = 72,5x + 15,65$.($X = gastos$; $Y = ventas$)

   a) Calcula la media de las ventas mensuales. ***0,75 puntos*** Como el centro de gravedad $(\overline{x}, \overline{y})$ es un punto que siempre pasa por la recta de regresión, no hay más que sustituir la x por el valor $0,7$ y calcular cuánto vale y:

$$y = 72,5x + 15,65 = 72,5 \cdot 0,7 + 15,65 = 66,4 \text{ decenas de miles de euros}$$

   b) ¿Qué signo tendrá el coeficiente de correlación entre gastos y ventas? ***0,75 puntos***

   El signo tiene que ser positivo, puesto que el coeficiente de regresión (la pendiente de la recta de regresión) es positivo.

C.3.2. Rúbrica de la prueba escrita

RÚBRICA EXAMEN ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL 1º BACHILLERATO CCSS

1. a). Relación estadística y funcional
Diferenciar relación estadística o funcional

0.33	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Contesta correctamente e indica el signo de la correlación, tal y como se pide.	Contesta correctamente la relación, pero no el signo de la correlación.	Respuesta incorrecta o no contesta.

1. b). Relación estadística o funcional
Diferenciar relación estadística y funcional

0.33	0.0
Correcto	**Incorrecto**
Contesta correctamente a la relación funcional	Respuesta incorrecta o no contesta.

1. c). Relación estadística y funcional
Diferenciar relación estadística o funcional

0.34	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Contesta correctamente e indica el signo de la correlación, tal y como se pide.	Contesta correctamente la relación, pero no el signo de la correlación.	Respuesta incorrecta o no contesta.

2. a). Verdadero o Falso. Razonar y argumentar
Relación signo de la covarianza y signo del coeficiente de correlación

0.33	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Contesta y razona su respuesta correctamente.	Contesta correctamente pero no razona su respuesta	Respuesta incorrecta o no contesta.

2. b). Verdadero o Falso. Razonar y argumentar
Interpretación del coeficiente de correlación cercano a 0

0.33	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Contesta y razona su respuesta correctamente.	Contesta correctamente pero no razona su respuesta	Respuesta incorrecta o no contesta.

2. c). Verdadero o Falso. Razonar y argumentar
Interpretación del coeficiente de correlación igual a -1

0.34	0.15	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Contesta y razona su respuesta correctamente.	Contesta correctamente pero no razona su respuesta	Respuesta incorrecta o no contesta.

3. Asignar valores de coeficientes de correlación a nubes de puntos
Asociar de forma correcta a cada nube de puntos su valor del coeficiente de correlación.

1.0	0.66	0.33
Correctas las 3	**Correctas 2**	**Correcta 1**
Asocia correctamente a las 3 nubes de puntos sus 3 coeficientes de correlación	Asocia correctamente a 2 nubes de puntos sus coeficientes de correlación	Asocia correctamente a 1 nube de puntos su coeficiente de correlación

4. a). Recta de regresión
Calcular una recta de regresión

1.5	1.25	0.75	0.25	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Planteamiento correcto**	**Cálculo de parámetros**	**Incorrecto**
Plantea y calcula correctamente la recta de regresión de las dos variables.	Plantea correctamente los parámetros a calcular pero existen un sólo fallo de cálculo al final.	Conoce el procedimiento para calcular una recta de regresión, pero tiene algunos fallos de cálculo.	Sólo realiza el cálculo de parámetros básicos como las medias o desviaciones típicas.	No conoce cómo calcular la recta de regresión. O bien, no contesta.

4. b) Estimaciones con la recta
Realizar una estimación con la recta de regresión. Interpretar la fiabilidad del resultado.

0.5	0.4	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Obtiene bien la estimación e indica la fiabilidad de la misma conocido el coeficiente de correlación.	Obtiene bien la estimación e indica la fiabilidad de la misma conocido el coeficiente de correlación, pero la estimación parte de una recta de regresión no correcta.	Desconoce cómo hacer estimaciones o lo hace incorrectamente. O bien, no contesta.

5. Calcular un coeficiente de correlación. Interpretar
Calcular y saber interpretar un coeficiente de correlación lineal.

2.0	1.75	1.5	1.0	0.5	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Correcto el coeficiente**	**Procedimiento correcto**	**Cálculo de parámetros**	**Incorrecto**
Calcula e interpreta correctamente el coeficiente de correlación	Realiza todo el planteamiento correctamente con sólo 1 fallo de cálculo. Interpreta bien la relación	Calcula correctamente el coeficiente de correlación, pero no sabe su interpretación.	Conoce el procedimiento de cálculo del coeficiente de correlación pero tiene algunos fallos de cálculo.	Sólo realiza el cálculo de parámetros básicos como las medias o desviaciones típicas.	Desconoce cómo calcular un coeficiente de correlación lineal. O bien, no contesta.

6 a). Distribuciones marginales
Obtener las distribuciones marginales de una distribución bidimensional.

0.5	0.25	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Calcula de forma correcta las distribuciones marginales de las dos variables.	Calcula correctamente sólo una distribución marginal.	No calcula correctamente las distribuciones marginales. O bien, no contesta.

6 b). Distribución condicionada
Obtener una distribución condicionada a partir de la distribución bidimensional.

0.5	0.2	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Calcula de forma correcta la distribución condicionada.	Lo plantea correctamente, pero deja sin sumar las frecuencias	No calcula correctamente la distribución condicionada. O bien, no contesta.

6 c). Independencia entre variables
Comprobar si dos variables son independientes.

0.5	0.0
Correcto	**Incorrecto**
Plantea cómo comprobar si dos variables son independientes y llega al resultado final de forma correcta, interpretando bien su resultado.	No sabe comprobar la independencia entre variables. O bien, no contesta.

7 a). Propiedad del centro de gravedad
Conocida la recta de regresión y una de las medias, obtener la otra.

0.75	0.0
Correcto	**Incorrecto**
Calcula bien la media que se pide, sustituyendo la media conocida en la recta de regresión.	No sabe cómo calcularlo, lo calcula de forma incorrecta. O bien, no contesta.

7 b). Signo del coeficiente de correlación conocida la recta
Conocida la recta de regresión indicar el signo que tendrá el coeficiente de correlación

0.75	0.3	0.0
Correcto	**Incompleto**	**Incorrecto**
Indica bien el signo razona su respuesta	Indica bien el signo pero la justificación no es la adecuada.	No sabe la respuesta o la indica mal.

C.3.3. Ejemplo de prueba escrita de un alumno

9'55

¡Genial Eva! Buen trabajo

EMÉRITA AUGUSTA

CURSO: 1º BACH. FECHA: 6 DE MAYO DE 2022

Examen Unidad 8: Distribuciones Bidimensionales

NOMBRE: [redacted] ....

1

1. Indica, en cada uno de los siguientes casos, si se trata de una relación funcional o de una relación estadística; y, en este último caso, el signo de correlación. ***1 punto***

   a) Estatura y peso de un grupo de niños de 5 años.

   Relación estadística positiva.

   b) Lado y área de un cuadrado.

   Relación funcional.

   c) Número de horas dedicadas a ver la televisión y nota obtenida en un examen de Matemáticas

   Relación estadística negativa.

1

2. Razona y argumenta si las siguientes afirmaciones referidas a una distribución bidimensional son verdaderas o falsas. ***1 punto***

   a) Si $\sigma_{xy} < 0$ entonces el coeficiente de correlación $r < 0$ Verdadero, el signo de la covarianza es el mismo que el del coeficiente de correlación.

   b) Si $|r|$ está próximo a 0, las estimaciones hechas con la recta de regresión serán fiables.

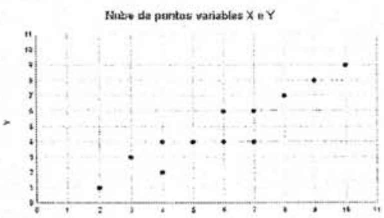
   Falso, si $|r|$ está próximo a 0 las estimaciones no serán fiables. Lo serán si $|r|$ está próximo a 1.

   c) Si $r = -1$, no existe correlación entre variables.

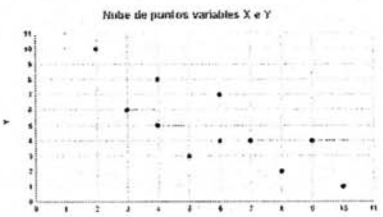
   Falso, si $r=-1$, significa que hay una relación funcional.

1

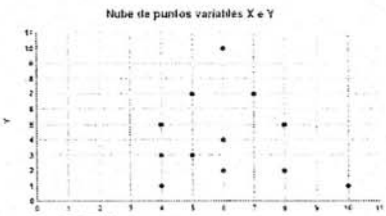
3. Dadas las siguientes nubes de puntos correspondientes a los datos recogidos de dos variables, asocia el valor que crees que tendrá el coeficiente de correlación, en cada caso, entre los valores siguientes: $-0,79$, $-0,3$ y $0,93$. ***1 punto***



0'93



-0'79



-0'3

2

4. Se ha analizado en distintos modelos de impresoras cuál es el coste por página en blanco y negro y cuál es el coste por página en color. La siguiente tabla nos da los seis primeros pares de datos obtenidos:

X: B y N (cts.)	8	11	17	21	14	10
y ~~X~~: Color (cts.)	33	49	95	106	58	53

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X. ***1,5 punto***

b) ¿Cuánto nos costaría imprimir una página en color en una impresora en la que el coste por página en blanco y negro fuera de 12 céntimos de euro? ¿Es fiable la estimación? (Sabemos que $r = 0,97$). ***0,5 punto***

2

5. Se han realizado unas pruebas de habilidad (puntúan de 0 a 5) en un grupo de alumnos. Las siguientes puntuaciones corresponden a las obtenidas por seis alumnos en dos de ellas:

1ª prueba	5	5	4	3	2	4
2ª prueba	4	3	4	4	3	2

Calcula el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las variables? ***2 puntos***

1'5

6. Se ha preguntado a los 75 estudiantes de 1º de Bachillerato de un centro escolar por el número de horas diarias que dedican al estudio, X, y el número de asignaturas suspendidas, Y. Los resultados se recogen en la siguiente tabla:

X \ Y	$0-2$	$2-4$	$4-6$
$0-1$	0	8	15
$1-2$	3	6	15
$2-3$	20	8	0

a) Obtén las distribuciones marginales de las variables X e Y. ***0,5 puntos***

b) ¿Cómo se distribuye el número de horas de estudio diarias para los que suspenden más de 2 asignaturas? ***0,5 puntos***

c) Comprueba si las dos variables son independientes. ***0,5 puntos***

1'05

7. La media de los gastos mensuales de una empresa (en decenas de miles de euros) es $0,7$ con una desviación típica de $0,28$. La recta de regresión de las ventas mensuales (también en decenas de miles de euros) respecto a los gastos es $y = 72,5x + 15,65$.($X = gastos$; $Y = ventas$)

a) Calcula la media de las ventas mensuales. ***0,75 puntos***

b) ¿Qué signo tendrá el coeficiente de correlación entre gastos y ventas? ***0,75 puntos***

[redacted]

5

- Calcular r.

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
5	4	25	16	20
5	3	25	9	15
4	4	16	16	16
3	4	9	16	12
2	3	4	9	6
4	2	16	4	8
23	20	95	70	77

1. $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N} = \frac{23}{6} = 3'83$

$\bar{y} = \frac{\Sigma y_i}{N} = \frac{20}{6} = 3'33$

Centro de gravedad $\rightarrow$ $(3'83, 3'33)$
$(\bar{x}, \bar{y})$

2. $\sigma_{xy} = \frac{\Sigma x_i y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{77}{6} - 12'75 = 0'08$

$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{95}{6} - 3'83^2} = \sqrt{15'83 - 14'67} = 1'08$

$\sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2}{N} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{70}{6} - 3'33^2} = \sqrt{11'67 - 11'09} = 0'76$

3. $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{0'08}{1'08 \cdot 0'76} = \frac{0'08}{0'82} = 0'1$; $\boxed{r = 0'1}$ Con este resultado de r, concluimos que hay una correlación extremadamente débil entre las variables.

4

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
8	33	64	1089	264
11	49	121	2401	539
17	95	289	9025	1615
21	106	441	11236	2226
14	58	196	3364	812
10	53	100	2809	530
81	394	1211	29924	5986

$$\boxed{y = \bar{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \bar{x})}$$

$\bar{y} = \frac{394}{6} = 65'67$

$\bar{x} = \frac{81}{6} = 13'5$

$\sigma_{xy} = \frac{5986}{6} - 65'67 \cdot 13'5 = 111'12$

$\sigma_x = \sqrt{\frac{1211}{6} - 13'5^2} = 4'42$

$\sigma_y = \sqrt{\frac{29924}{6} - 65'67^2} = 25'98$

$$y = \bar{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \bar{x});\ 65'67 + \frac{111'12}{4'42^2}(x - 13'5) = 65'67 + 5'69(x - 13'5) =$$

$$= 65'67 + 5'69x - 76'81 = -11'14 + 5'69x.$$

$$\boxed{y = -11'14 + 5'69x}$$

b)

$$y = -11'14 + 5'69 \cdot 12 = 57 \text{ céntimos}$$

Según nuestra estimación es muy probable que si el por la página en blanco y negro fuera 12 céntimos, imprimirla a color nos costaría 57 céntimos. Esta estimación es muy fiable porque el coeficiente de correlación es 0'97, es decir, es muy próximo a 1.

(6)

x \ y	0-2	2-4	4-6	Distribución marginal de y
0-1	0	8	15	23
1-2	3	6	15	24
2-3	20	8	0	28
Distribución marginal de x	23	22	30	75

a) La distribución marginal de x es

x/y	0-2	2-4	4-6	Total
	23	22	30	75

La dist. marginal de y =

0-1	23
1-2	24
2-3	28
Total	75.

[redacted]

b)

x/y	más de 2 asignaturas suspensas
0-1	23
1-2	21
2-3	8
	52

c)

x/y	0-2 (hi)	2-4	4-6	hi total marginal.
0-1	0	8/22=0'36 ~~0'11~~	~~0'2~~ 0'5	0'31
1-2	~~0'04~~ 3/23=0'13	6/22=0'28 ~~0'08~~	~~0'2~~ 0'5	0'32
2-3	~~0'27~~ 20/23=0'87	0'36 ~~0'11~~	0	0'37.
	1	1	1	

Lo has calculado sobre el total de N en lugar de con los totales de cada suceso. Realmente también es correcto, pues se verifica que las proporciones no se mantienen entre ellos.

Las variables NO son independientes porque no se obtiene el mismo resultado.

OK.

(7) 0'85

a) La media es 66'4 ✓ OK.

0'75 $y = \bar{y} + 72'5(x - 0'7) = \bar{y} - 50'75 = 15'65$

$\boxed{\bar{y} = 66'4}$ decenas de miles de euros.

b) 0'3 $r = \cancel{\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}} = \cancel{\frac{}{0'28}}$ El signo de correlación será positivo, cuanto más venta más gasto

La justificación es porque la pendiente de la recta de regresión es positiva. 72'5 es > 0.

~~$\sigma_y = \sqrt{}$~~

C.4. CALIFICACIONES FINALES UNIDAD DIDÁCTICA "ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL"

1º BACHILLERATO CIENCIAS SOCIALES. RESULTADOS

ALUMNADO	NOTA PROYECTO	Aprobados	NOTA EXAMEN	Aprobados	NOTA FINAL 80% examen 20% proyecto	APROBADOS FINAL
Alumno 1	4,1		3,08		**3,28**	
Alumno 2	4,1		2,79		**3,05**	
Alumno 3	0		0,333		**0,27**	
Alumno 4	4,5		1,49		**2,09**	
Alumno 5	4,4		2,07		**2,54**	
Alumno 6	4,5		0,96		**1,67**	
Alumno 7	9,6	1	0,78		**2,54**	
Alumno 8	9,6	1	3,31		**4,57**	
Alumno 9	9,8	1	9,55	1	**9,60**	1
Alumno 10	4,7		3,57		**3,80**	
Alumno 11	5,1	1	3,32		**3,68**	
Alumno 12	5,1	1	0,48		**1,40**	
Alumno 13	5,3	1	3,32		**3,72**	
Alumno 14						
Alumno 15	0		1,08		**0,86**	
Alumno 16						
Alumno 17	5	1	3,44		**3,75**	
Alumno 18	4,5		5,45	1	**5,26**	1
Alumno 19	4,9		8,2	1	**7,54**	1

Nº DE APROBADOS PROYECTO	7
Nº DE APROBADOS PRUEBA ESCRITA	3
NOTA MEDIA PRUEBA ESCRITA	3,51
Nº APROBADOS UD. DIDÁCTICA	3

C.5. HOJA DE EJERCICIOS DE POLINOMIOS PARA ALUMNOS DE 2º ESO

	Ficha EJERCICIOS UD6_parteII. - POLINOMIOS Nombre y Apellidos:	

FICHA 2: Repaso Grado, Suma y Resta polinomios.
Producto de polinomios. Extracción de Factor común.

EJERCICIO Nº1.- Indica el grado de cada uno de los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 3x^2 + 2x - 6$ b) $4 - 3x^2$

c) $2x^5 - 4x^2 + 1$ d) $7x^4 - x^3 + x^2 + 1$

EJERCICIO Nº2.- Completa las casillas para que el resultado sea correcto:

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x - 5 \\ + \square x^2 + \square x - \square \\ \hline 5x^2 - x - 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square x^3 - 3x^2 + \square x - 8 \\ + \ 4x^3 + \square x^2 - 5x - \square \\ \hline 6x^3 + 2x^2 - x - 10 \end{array}$$

EJERCICIO Nº3.- Opera:

a) $2 \cdot (x^3 - 3x^2 + 2x + 2)$

b) $(-4) \cdot (2x^2 - 5x - 1)$

c) $x \cdot (3x^3 - 4x^2 - 6x - 1)$

d) $x^2 \cdot (5x^2 + 3x + 4)$

e) $(-2x) \cdot (x^3 - 2x^2 + 3x + 2)$

EJERCICIO Nº4.- Reduce:

a) $2(3x - 1) + 3(x + 2)$

b) $3(x^2 - 2x - 1) - 2(x + 5)$

c) $4(2x^2 - 5x + 3) - 3(x^2 + x + 1)$

EJERCICIO Nº5.- Opera como en el ejemplo:

- $\mathbf{(x^2 + 3) \cdot (x^2 - 1) = x^2 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x^2 - 1) =}$
  $\mathbf{= x^3 - x^2 + 3x^2 - 3 = x^3 + 2x^2 - 3}$

a) $(x + 1) \cdot (x^2 + 4)$ b) $(x^3 + 1) \cdot (x^2 + 5)$

c) $(x^2 - 2) \cdot (x + 7)$ d) $(x^3 - 3x + 5) \cdot (2x - 1)$

EJERCICIO Nº6.- Multiplica:

a) $(x - 1) \cdot (2x - 3)$ b) $(3x - 2) \cdot (x - 5)$

c) $(2x + 3) \cdot (3x - 4)$ d) $(x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$

EJERCICIO Nº7.- Extrae factor común:

a) $3x + 3y + 3z$ b) $2x - 5xy + 3xz$

c) $a^2 + 3a$ d) $3a - 6b$

e) $2x + 4y + 6z$ f) $4x - 8x^2 + 12x^3$

g) $9a + 6a^2 + 3a^3$ h) $2a^2 - 5a^3 + a^4$

FICHA 2: Repaso Grado, Suma y Resta polinomios.
Producto de polinomios. Extracción de Factor común.

EJERCICIO Nº8.- Descompón en factores el numerador y el denominador y, después, simplifica.

a) $\dfrac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ b) $\dfrac{5x+15}{x^2+6x+9}$

c) $\dfrac{3x+3}{3x^2-3}$ d) $\dfrac{x^2+2x+1}{5x^2+5x}$

e) $\dfrac{5x^2-6x}{2x^3-12x^2+18x}$ f) $\dfrac{3x^3+6x^2+3x}{6x^3+6x^2}$

EJERCICIO Nº9.- Calcula el valor numérico del polinomio $2x^3 - 7x - 2$.

a) Para $x = 0$ b) Para $x = 1$ c) Para $x = -1$

EJERCICIO Nº10.- Reduce estas expresiones:

a) $2x + 4 + x - 6$

b) $5x^2 + 2 + 6x - x - 3x^2 + 1$

c) $6x^3 + 7x - 2x^2 + x^2 - 5x^3 + 17$

EJERCICIO Nº11.- Calcula el producto:

$(2x - 1) \cdot (x^3 + 3x - 6)$.

EJERCICIO Nº12.- Saca factor común a:

a) $3a^2 + 6a$ b) $4x^3 + 6x^2 - 2x$

EJERCICIO Nº13.- Simplifica:

a) $\dfrac{3a}{3a^2+6a}$ b) $\dfrac{x^2-9}{x^2-6x+9}$

C.6. HOJA DE EJERCICIOS CO-DOCENCIA PROYECTO CONECTA2

ECUACIONIZATE

$ax + by = c$

GRUPO:

COMPONENTES:

1

RESUELVE MENTALMENTE:

a) $2x=6$
b) $x + 3 = 10$
c) $1 - x = 12$
d) $2x = 16$
e) $2x = 16$
f) $7x = 49$

2

QUITA PARÉNTESIS Y RESUELVE:

a) $4x + 1 + 3x - 5 = 2(x - 2) + 30$
b) $3(x + 8) = 6(x - 2) + 24$
c) $3(x + 8) - (x - 4) = 12$
d) $2(4 - x) + 3(4x + 16) = 3$
e) $x + 2(x - 1) = 4$
f) $4(X-10)=-6(2-X)-6X$

3

RESUELVE TRANSPONIENDO TÉRMINOS:

a) $2X -3=6+X$

b) $x + 4 + x = 18 + 3$

c) $x + 3x + 4x = 8$

d) $5x - 2 + 2x = 6x + 8$

e) $4x + 3x - 2x = 45$

f) $-x + 4x - 3 = 5 - 2x$

4

RESUELVE:

a) $\dfrac{x-1}{6} - \dfrac{x-3}{2} = -1$

b) $\dfrac{3}{2}(2x+4) = x + 20$

c) $-(x+4) + \dfrac{x}{3} = -\dfrac{8x}{3}$

5

Un padre tiene 35 años y su hijo 5. ¿Al cabo de cuántos años será la edad del padre tres veces mayor que la edad del hijo?

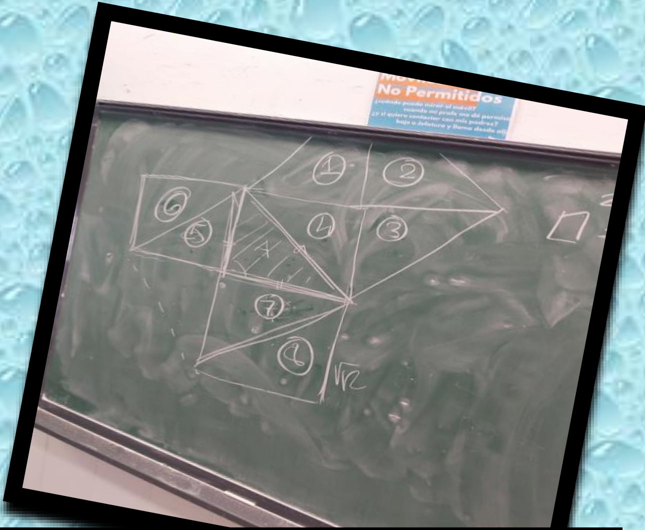
6

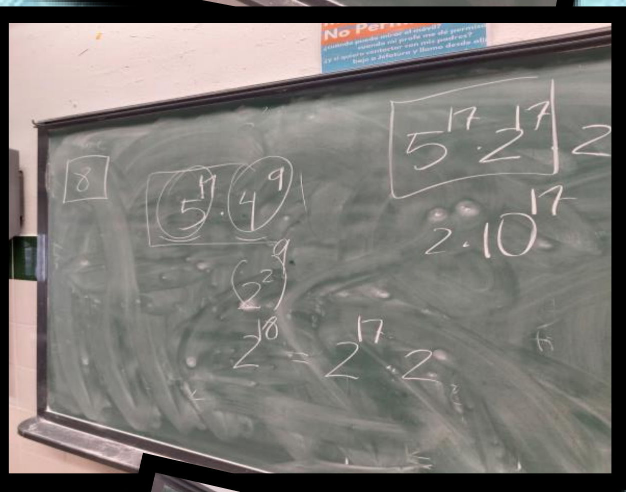
Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

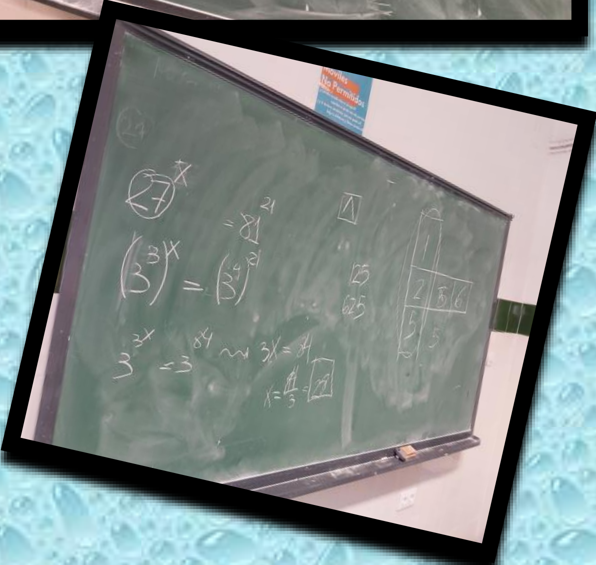
7

Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

C.7. OLIMPIADAS MATEMATICAS

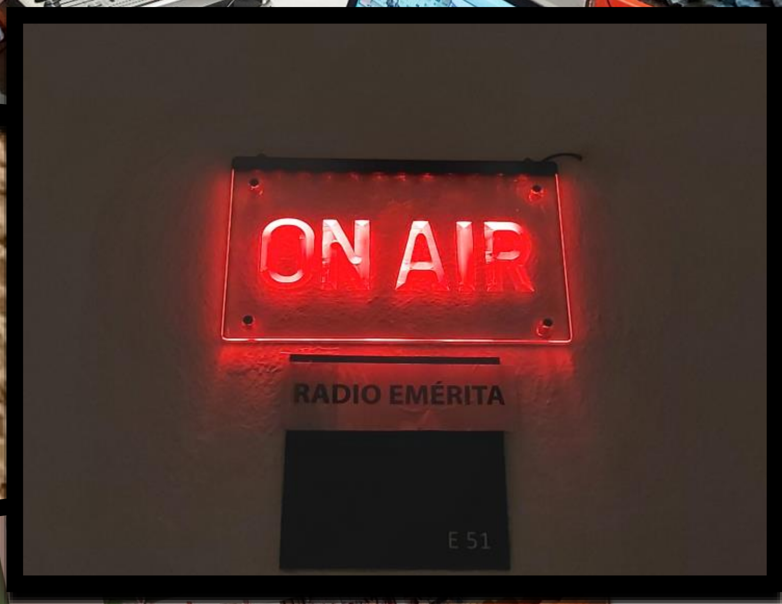






Equipo
IES EMERITA AUGUSTA

C.8. RADIO EDU



Escucha ahora
radio edu

C.9. CELEBRACIÓN DEL DÍA DEL CENTRO

¡¡DÍA DEL CENTRO IES EMERITA AUGUSTA!!

Curso 2021-2022

8 DE ABRIL

:00
...ller de
Teatro
SUM

10:00-12:00
Taller de
Elaboración
de Jabón
Biología

12:00 - 13:00
Taller de
MeriDa
GIMNA...

...30 - 11:45
...aller de
Baile
...rohouse
GIMNASIO

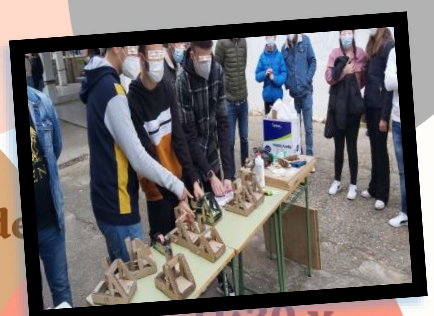
...:00
...ación
...tos
Extremeños
HALL

10:00 - 12:00
Crêpes
Delicieuses
CAFETERÍA

13:30
PREMIO
CONC...
PL...
EXT...

...5 - 12:00
...eografía
K-Pop
...IMNASIO

11:30 -12:30
Experimentos de
Física
LAB. Física



11:30 -12:30
Taller de
Disoluciones

10:30-11:30 y
de 12:00 a
13:00
Cifras y Punto
Taller de Tecno.

13:00

...AB. Química

12:30 -13:30
Valoración de
disoluciones

C.10. ACTIVIDAD APP LUDEMÉRITA

Equipo
IES EMERITA AUGUSTA