

# TRABAJO FIN DE MÁSTER

MUFPEES ESPECIALIDAD MATEMÁTICAS



UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

AUTORA: SARA PARRILLA CUBIELLA

Tutor académico: Pedro José Rosa González.

Tutor de prácticas: Félix Gutiérrez Santolino.

IES Maestro Juan Calero, Monesterio.

Badajoz, septiembre de 2021.



Remolcadores  
= vectores



## ÍNDICE

1   DESCRIPCIÓN DEL CENTRO DE PRÁCTICAS .....	3
2   ANÁLISIS SOBRE LA INTERVENCIÓN DOCENTE .....	4
2.1. Identificación de la unidad didáctica. Justificación .....	4
2.2. Características del alumnado. Conocimientos previos .....	5
2.3. Objetivos .....	6
2.4. Competencias clave .....	7
2.5. Contenidos .....	8
2.6. Atención a la diversidad .....	10
2.7. Metodología. Materiales y recursos didácticos .....	10
2.8. Temporalización y secuenciación de las actividades de enseñanza-aprendizaje .....	15
2.9. Actividades realizadas. Análisis .....	18
2.10. Evaluación .....	25
3   PROPUESTAS DE MEJORA .....	30
3.1. Respecto a la metodología .....	31
3.2. Respecto a la atención a la diversidad .....	33
3.3. Respecto a las actividades de enseñanza-aprendizaje, complementarias y extraescolares .....	35
3.4. Respecto a la temporalización y secuenciación .....	38
3.5. Respecto a la evaluación .....	41
4   OTRAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS .....	43
4.1. Otras unidades didácticas impartidas. <i>Rectas y ángulos 1º de ESO.</i> .....	43
4.2. Otras unidades didácticas impartidas. <i>Geometría del plano 3º de ESO.</i> .....	44
4.3. Otras actividades impartidas .....	46
4.4. Observación docente junto al tutor .....	46
4.5. Observación docente junto a otros profesores .....	47
4.6. Reuniones del equipo docente .....	47
5   AUTOEVALUACIÓN .....	48
6   REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	50
ANEXO 1 .....	51
ANEXO 2 .....	78
ANEXO 3 .....	88

**NOTA.** Los índices de tabla y de imágenes están contenidos en el [ANEXO 1](#).

## 1 | DESCRIPCIÓN DEL CENTRO DE PRÁCTICAS

El centro [IES Maestro Juan Calero](#) es un instituto público de educación secundaria situado en C/ La Noria, nº 1 de Monesterio, en la provincia de Badajoz.

Según datos del Instituto Nacional de Estadística, Monesterio contaba con 4216 habitantes en 2020. Su actividad socioeconómica se centra principalmente en el sector agroalimentario y en menor medida en los sectores de la construcción y servicios. Aunque la tasa anual de ingresos se encuentra sustancialmente por debajo de la media española, según el departamento de orientación no existía ninguna familia en el centro en situación de precariedad económica.

En el curso 2020-2021 se encontraban matriculados 362 alumnos, siendo el 66% de ellos de Monesterio y el resto de poblaciones cercanas. Ninguno de ellos pertenecía a una minoría étnica.

El personal docente estaba constituido por 62 profesores, el 49% de ellos con carácter interino. Por otra parte, una educadora, un informático, un administrativo, un auxiliar administrativo, dos ordenanzas y cuatro limpiadoras conformaban el personal no docente.

Las enseñanzas impartidas en el centro son: Educación Secundaria Obligatoria, incluidos 2º y 3º del Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR) y 4º curso del Programa de Refuerzo y Atención en Grupo Específico (PRAGE); Bachillerato, en las modalidades de Ciencias, Humanidades y Ciencias Sociales; Formación Profesional Básica, en la modalidad de Fabricación y Montaje; y el Ciclo Formativo de Grado Medio Atención a Personas en Situación de Dependencia. Además, existe una sección bilingüe en la modalidad A1. Por otra parte, durante el curso 2020-2021 el centro estaba adscrito a los siguientes programas:

- [Proyecto Ayuda entre iguales. Alumnos acompañantes](#). Programa contra el acoso escolar.
- [Proyecto Impulsa y Programa REMA](#). Ambos de refuerzo, el segundo impartido por la tarde.
- [Programa Proyecta](#). Dirigido a alumnado que se caracteriza por aprender a gran ritmo y profundidad y de forma creativa. En el centro se ha enfocado concretamente hacia el teatro.
- [Programa Quédate](#). Su objetivo es recuperar a alumnos desmotivados y acercarlos al centro.

Respecto a las instalaciones, el instituto cuenta con tres laboratorios, un taller, una biblioteca, una sala de radio, una cafetería (actualmente cerrada por la pandemia), una sala de medios audiovisuales, dos de informática y varias pistas deportivas.



*Imagen 1. Fachada exterior IES Maestro Juan Calero, Monesterio, Badajoz.*

## 2 | ANÁLISIS SOBRE LA INTERVENCIÓN DOCENTE

Las prácticas docentes a las que se refiere este Trabajo Fin de Máster se desarrollaron entre los días 15 de marzo y 11 de mayo de 2021. Simultáneamente a la evolución de éstas se elaboró un [site web](#) que recoge, de manera descriptiva, el trabajo realizado en este periodo, las características de todos los grupos en los que se intervino, etc. Durante las prácticas se impartieron tres unidades didácticas, siendo la correspondiente al nivel de 4º de ESO el objeto de este trabajo.

### 2.1. Identificación de la unidad didáctica. Justificación

La unidad didáctica se denominó [Vectores en el plano](#) y fue impartida en un grupo de 4º de ESO en Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas MOEAC. Esta unidad se enmarca en el Bloque 3 del currículum *Geometría* según el *Decreto 98/2016, de 5 de julio, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato para la Comunidad Autónoma de Extremadura* (en adelante Decreto 98/2016). Fue la octava unidad impartida en el curso, situada al inicio del tercer trimestre, tras la unidad *Trigonometría* y antes de *Ecuaciones de la recta*, de un total de catorce unidades previstas. Cabe señalar que este orden corresponde con los apuntes elaborados por el departamento del centro y no con el de la programación didáctica del mismo.

La correcta asimilación de esta unidad es fundamental de cara a los contenidos del bloque 4 *Geometría* de Bachillerato, en el plano y en el espacio. Manejar con soltura las operaciones con vectores y el paralelismo o la perpendicularidad entre ellos es indispensable para hallar las ecuaciones de rectas y planos, establecer posiciones relativas y calcular distancias. Sin embargo,

ningún contenido relativo a vectores se encuentra entre los identificados como imprescindibles para el nivel de 4º de ESO dentro de la programación didáctica del departamento.

## 2.2. Características del alumnado. Conocimientos previos

El grupo estaba formado por tan solo ocho alumnas y ocho alumnos. Esta reducción de la ratio aplicada en el curso 2020-2021 como medida de prevención frente a la pandemia benefició el desarrollo de las clases. Aún encontrándose en él varios alumnos algo alborotadores, la dinámica del grupo era adecuada.

Respecto al nivel académico del alumnado, se observó que la mayoría contaban con un nivel medio-bajo, con numerosas inconsistencias debido al confinamiento del curso 2019-2020 y escaso trabajo en casa. En consecuencia el porcentaje de suspensos era significativo en muchas de las asignaturas. Sin embargo, en Matemáticas la media del grupo en el segundo trimestre fue 7.25, con un solo alumno suspenso en este periodo y tres en el primer trimestre. [Estas calificaciones](#) están incluidas en el Anexo 1.

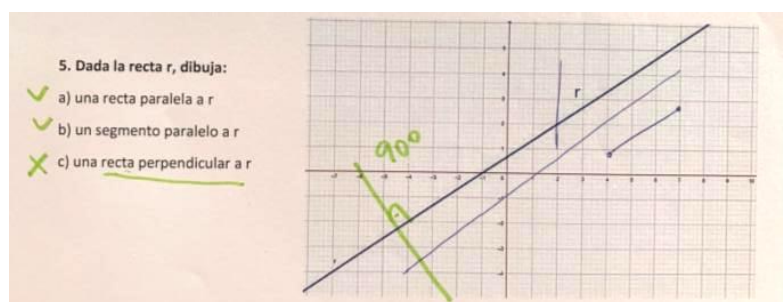
Por otra parte, aunque según la programación los alumnos de este nivel ya deberían manejar el concepto de vector, la realidad es que tan solo se habían acercado a este tema de manera superficial en la asignatura de Física. En la primera sesión de la unidad los alumnos realizaron una [prueba de evaluación inicial](#) para valorar sus conocimientos previos, que se estimó debían ser los siguientes:

- Cálculo con operaciones combinadas (desde 1º de ESO, cálculo con números enteros).
- Representación de puntos en el plano cartesiano (desde 5º de primaria).
- Perpendicularidad y paralelismo (desde 5º de primaria).
- Coseno de ángulos conocidos (en la unidad anterior, *Trigonometría* de 4º de ESO).

Tras la realización de la prueba se obtuvieron los siguientes resultados en los items evaluados:

- Operaciones combinadas con números enteros: solo el 37.5% del grupo obtuvo un 100% de resultados correctos.
- Operaciones con uso de la propiedad distributiva: el 62.5 % del grupo obtuvo el 100% de los resultados correctos.
- El 81% del grupo supo realizar los ejercicios de representación de puntos y obtención de coordenadas en el plano cartesiano.

- El 56% de los alumnos no supo representar una recta perpendicular a otra, confundiendo el concepto de 'perpendicular' con el de 'vertical'.
- Ninguno de los alumnos del grupo sabía el coseno de ángulos conocidos ( $0^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $90^\circ$ ), ya que usualmente utilizan la calculadora.



**Imagen 2.** Ejercicio 5 prueba de evaluación inicial, resolución de alumno (en azul) y corrección (en verde). Confusión entre recta perpendicular y vertical.

### 2.3. Objetivos

Durante la preparación de la unidad didáctica impartida se determinaron diferentes objetivos, algunos de ellos generales de etapa y otros didácticos. Respecto a estos últimos, tomando como punto de partida la programación didáctica y los apuntes del departamento, se añadieron otros objetivos tras consensuarlos con el tutor, identificados en la tabla 1 como O.3 Y O.4:

**Tabla 1.** Objetivos definidos para la unidad didáctica y código para su identificación.

CÓDIGO	OBJETIVOS
O.1	Reconocer vectores libres y vectores fijos en el plano y determinar sus elementos.
O.2	Operar con vectores y valorar la utilidad de estas operaciones para resolver problemas geométricos.
O.3	Conocer la relevancia del cálculo vectorial y sus múltiples aplicaciones en nuestra vida cotidiana.
O.4	Relacionar cálculo analítico y resolución gráfica, identificando el método gráfico como una herramienta indispensable que forma parte de las matemáticas.
OG.2	Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
OG.3	Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana textos y mensajes complejos.

**NOTA.** 'OG' indica que es 'objetivo general de etapa'.



## 2.4. Competencias clave

En la [tabla 4](#) se especifican las competencias clave definidas en la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato* en relación con las actividades desarrolladas en cada una de las sesiones de la unidad.

Además, con carácter general, se ha trabajado sobre ellas en el aula de la siguiente manera:

### **CCL** | *Competencia en comunicación lingüística:*

- Requiriendo la justificación de las respuestas tanto de forma oral como de forma escrita, en actividades y en pruebas de evaluación.
- Exigiendo a los alumnos que escucharan con atención e interés, controlando y adaptando su respuesta a cada situación.

### **CMCT** | *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:*

- Exponiendo el contexto del área matemática relacionada con la unidad, la geometría analítica: breve historia de la Geometría, relevancia de la geometría analítica y aplicaciones del cálculo vectorial.
- Insistiendo en la importancia de la denominación y representación correcta de los vectores, tanto analítica como geoméricamente.
- A través de la resolución de ejercicios que incorporaran la interpretación y reflexión sobre los resultados.

### **CD** | *Competencia digital:*

- Despertando la curiosidad de los alumnos por nuevas herramientas tecnológicas que no habían utilizado con anterioridad, como por ejemplo Geogebra.

### **CAA** | *Competencia para Aprender a aprender:*

- Enumerando en la sesión de presentación los conocimientos previos atribuidos a los alumnos adquiridos en cursos anteriores, así como anticipando cuáles obtendrían tras la finalización de la unidad.

- Analizando los resultados de las pruebas de evaluación de manera conjunta con los alumnos, tanto la inicial como la final. Para ello se proyectó el examen resuelto en la última sesión de la unidad y se enumeraron los errores más frecuentes cometidos por los alumnos.

#### **CSC** | *Competencias sociales y cívicas:*

- Exponiendo las particularidades de la vida profesional y personal de una de las primeras mujeres licenciadas en Harvard, arquitecta y teórica de la Geometría, Ann Tyng, en la dinámica previa al desarrollo de la unidad ([apartado 2.9.5. Actividad 5](#)) con el fin de profundizar en la igualdad entre hombres y mujeres.

#### **SIE** | *Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor:*

- Empleando el instrumento de evaluación descrito en el [apartado 2.10.2](#) a través del cual el alumno obtenía un punto positivo por cada exposición en la pizarra. Esta técnica fomenta la auto-confianza y la auto-evaluación, destrezas esenciales en la adquisición de esta competencia.

#### **CEC** | *Conciencia y expresiones culturales:*

- Realizando en la presentación de la unidad una breve exposición sobre la historia de la Geometría y su patrimonio asociado, como por ejemplo el papiro de Ahmes. Asimismo se explicó el origen del Canal de Suez, uno de los grandes logros tecnológicos del ser humano que revolucionó el comercio mundial.

## **2.5. Contenidos**

Los contenidos trabajados en la unidad corresponden a los definidos por el departamento del centro en los apuntes elaborados para 4º de ESO MOEAC. A este respecto cabe señalar dos singularidades: por una parte, en el Decreto 98/2016 el contenido relativo a los vectores se completa con las ecuaciones de la recta bajo el término general de *Introducción a la geometría analítica*. Sin embargo, siguiendo el criterio establecido por el departamento, el contenido relacionado con las ecuaciones de la recta constituyó una unidad didáctica propia que se impartió a continuación de *Vectores en el plano* y llevaba el título de *Ecuaciones de la recta y la circunferencia*.

Por otra parte, el departamento incorporó a la unidad *Vectores en el plano* contenido correspondiente al currículum de 1º de Bachillerato según el Decreto 98/2016: producto escalar y



ángulo entre dos vectores, ambos incluidos en el bloque curricular *Geometría* (bloque 4 del currículum de Bachillerato).

Se recogen en el siguiente cuadro (tabla 2) los contenidos trabajados en la unidad pertenecientes tanto al bloque 1 *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas* como al bloque 3, *Geometría*, especificados en el Decreto 98/2016. Por último se añaden los relativos al nivel de 1º de Bachillerato impartidos (sombreados de amarillo e indicados con un asterisco). A cada contenido se le ha asignado un código para su identificación posterior cuya numeración corresponde con el orden en el que aparece en el Decreto 98/2016.

**Tabla 2.** Contenidos de la unidad didáctica, bloque al que pertenecen y código de identificación.

BLOQUE	CÓDIGO	CONTENIDOS
B01	B01.C02	Análisis y comprensión del enunciado.
B01	B01.C04	Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, comprobación de las soluciones, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
B03	B03.C04	Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Paralelismo, perpendicularidad. ( <i>Ecuaciones de la recta</i> no impartido)
B03	B03.C06	Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que faciliten la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.
B04*	B04.C05*	Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas.
B04*	B04.C06*	Producto escalar. Módulo de un vector. Ángulo de dos vectores.

En el marco del contenido denominado como 'operaciones geométricas' (B04.C05\* en la tabla 2) se expusieron las operaciones de suma y resta de vectores, así como el producto de un vector por un escalar. Los contenidos detallados y el orden en el que se impartieron están recogidos en la [tabla 4](#).

Con independencia de lo anterior, se trabajaron los siguientes elementos transversales, tanto de manera específica en la actividad 5 (detallada en el apartado 2.9.) como en el desarrollo global de la unidad:

- Competencia emocional. Confianza en uno mismo.
- Capacidad para expresarse en público.
- Igualdad entre hombres y mujeres.

## 2.6. Atención a la diversidad

En el marco de esta unidad didáctica no se elaboró material específico de atención a la diversidad, aunque sí se llevaron a cabo algunas acciones al respecto en el trabajo de aula.

Por un lado, con el fin de motivar a un alumno que habitualmente entorpecía el transcurso de la clase molestando a los demás, se le asignó el papel de *ayudante* de Geogebra. Su labor consistía en realizar en el ordenador del profesor construcciones en esta aplicación, que se proyectaban en la pizarra digital simultáneamente.

Por otra parte, a las dos alumnas más aplicadas se les indicaba que avanzaran en la resolución de los ejercicios del listado, al observar que habían terminado los que se habían prescrito al grupo, o se las invitaba a hacer comprobaciones gráficas de los resultados que habían obtenido.

En las propuestas de mejora recogidas en el apartado 3 se incluyen varias acciones con el fin de enriquecer la unidad didáctica en este aspecto.

## 2.7. Metodología. Materiales y recursos didácticos

Tras reflexionar sobre la metodología a seguir en el desarrollo de una práctica docente tutorizada, se consideró adecuado partir de la aplicada usualmente por el tutor, por respeto al trabajo previo tanto de éste como de los alumnos. Sobre ella se realizaron aportaciones previamente consultadas y aprobadas por el tutor de prácticas.

Durante las sesiones previas de observación docente se advirtió que la metodología empleada era de carácter tradicional. Se distinguieron, entre otros, dos tipos de sesiones: al comienzo de las unidades didácticas se realizaban intervenciones expositivas, con ejercicios propuestos a todo el grupo que realizaban en mesa y corregían en la pizarra. Por otra parte se observaron sesiones de repaso previas a la realización del examen, en las que los alumnos proponían los ejercicios a realizar.

Se empleaban escasas herramientas tecnológicas: la pizarra digital para proyectar los apuntes y la aplicación KAHOOT para realizar un concurso a modo de preguntas-respuestas el día después de realizar un examen, siendo una actividad no evaluable. Durante el curso 2019-2020, marcado por la pandemia, los docentes comenzaron a usar la aplicación Google Classroom para el envío y entrega de tareas a los alumnos. En el curso 2020-2021 se utilizó esta plataforma tan solo para comunicar información práctica, por ejemplo para recordar que se debía llevar a clase los útiles de dibujo, no obteniendo el máximo rendimiento de las potencialidades que ofrece esta herramienta.

Partiendo de la metodología descrita y tras consultarlo con el tutor, se añadieron una serie de acciones diferenciadoras:

- Realizar una sesión a modo de presentación de la unidad con el fin de motivar a los alumnos, situarlos en el contexto y mostrarles la aplicación en la vida cotidiana de los conceptos sobre los que se iba a trabajar. En este caso la presentación se centró en un tema de la actualidad del momento: el bloqueo del Canal de Suez provocado por el barco Evergiven, y su relación con el cálculo vectorial.
- Desarrollar una sesión de trabajo en el aula de informática con Geogebra a través de Google Classroom. Para ello se preparó un libro de cuatro actividades, una de ellas de elaboración propia.
- Relacionar de manera continua la resolución analítica y gráfica de las actividades planteadas.
- Elaborar unas fichas de ejercicios de operaciones con vectores con una cuadrícula a mayor escala que la del cuaderno para facilitarles las labores de dibujo. En las sesiones en las que se utilizaron estas fichas se trabajó según la siguiente dinámica: mientras la mayoría dibujaban en su mesa sobre el papel con lápices de colores, simultáneamente otros lo hacían en la pizarra tradicional con tizas. Además, un último alumno lo resolvía en Geogebra en el ordenador del profesor, proyectando esta construcción en la pizarra digital.

Todos los alumnos del grupo participaron así activamente en el transcurso de estas sesiones, que se enriquecieron con la aplicación de esta doble técnica, analógica y digital. Aunque en un principio los alumnos eran reticentes a utilizar las herramientas de dibujo (escuadra, cartabón, regla, transportador de ángulos), defendiendo que pertenecían a la asignatura de plástica, se insistió en este aspecto ya que el trabajo manipulativo aporta beneficios para el aprendizaje, tal y como se recoge en el [Libro Blanco de las Matemáticas](#) publicado en 2020:

*La eficacia para la enseñanza de las matemáticas de los materiales manipulativos didácticos viene sostenida en el tiempo por un gran número de estudios recogidos en diversos metaanálisis.[...] Además, la investigación apoya el uso de materiales manipulativos no solo a edades tempranas.*

Por otra parte, los programas y aplicaciones de geometría dinámica como Geogebra aportan el indudable valor de la experimentación y ensayo que no permite el papel.

Cabe señalar que los alumnos no realizaban ejercicios en casa, provocando un retraso en el avance de las sesiones ya que la asimilación de los conceptos impartidos era costosa. El tutor refería que no proponía tarea para casa en ningún nivel debido a que los alumnos no la realizaban generalmente.

Por último, comentar que el tutor solía tener un papel colaborativo en las clases impartidas por la docente en prácticas, bien reforzando o insistiendo en algún aspecto de la unidad o bien asistiendo a algún alumno de manera individual.

En el siguiente cuadro se enumeran los diferentes materiales didácticos utilizados y se incluye uno de ellos de elaboración propia, el material etiquetado como **M2**.

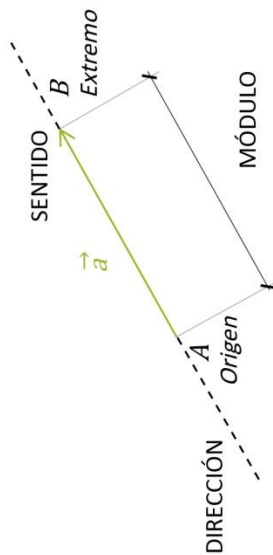
**Tabla 3.** Materiales didácticos: sesión en la que fueron utilizados, tipo de soporte y de actividad, autoría.

MATERIAL	SOPORTE	TIPO	AUTORÍA	SESIÓN Nº
<b>M1</b> <a href="#">Apuntes</a> de la unidad	Papel	Teórico	Departamento	1-10
<b>M2</b> <a href="#">Ficha resumen</a> unidad	Papel	Teórico	Propia	1-10
<b>M3</b> <a href="#">Presentación</a> unidad parte I: <i>Vectores o como resolver un problema mundial de millones de dólares.</i>	Digital	Teórico + actividad	Propia	1
<b>M4</b> <a href="#">Presentación</a> unidad parte II: <i>Vectores equipolentes, perpendicularidad, cuestiones teóricas.</i>	Digital	Teórico + actividad	Propia	7
<b>M5</b> <a href="#">Actividad</a> en Geogebra: <i>Definición de vector. Módulo.</i>	Digital	Actividad	Otros autores	3
<b>M6</b> <a href="#">Actividad</a> en Geogebra: <i>Suma y resta de vectores.</i>	Digital	Actividad	Otros autores	4
<b>M7</b> <a href="#">Listado de ejercicios</a> de la unidad	Papel	Actividad	Departamento	1-10
<b>M8</b> <a href="#">Fichas</a> operaciones con vectores (resolución gráfica y analítica)	Papel	Actividad	Propia	3-4-5
<b>M9</b> <a href="#">Libro de actividades</a> en Geogebra para realizar en sesión de Google Classroom, con una <a href="#">actividad propia</a>	Digital	Actividad	Propia + otros autores	11
<b>M10</b> <a href="#">Presentación</a> <i>Un viaje por el tiempo</i>	Digital	Actividad	Propia	Anterior a la UD

**NOTA.** El material denominado M10 se utilizó en una actividad previa al desarrollo de la unidad, descrita en el apartado 2.9.

# 1 VECTOR. ELEMENTOS

Un vector es un segmento orientado:



# 2 VECTORES EQUIPOLENTES VECTOR LIBRE

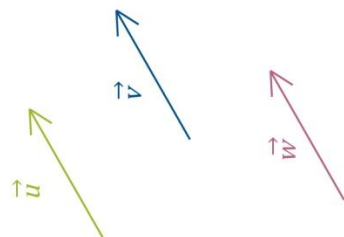
Dos vectores son equipolentes si

tienen el mismo:

- Módulo
- Dirección
- Sentido

Un vector libre está constituido por todos los vectores equipolentes a uno dado.

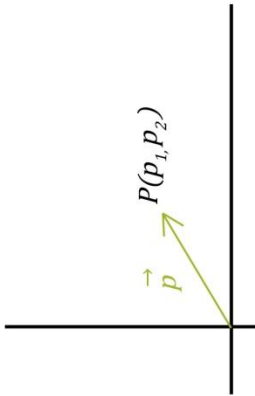
Ej.  $\vec{u}, \vec{v}$  y  $\vec{w}$  son vectores equipolentes.



# 3 VECTOR DE POSICIÓN

Sea el punto  $P(p_1, p_2)$  llamamos vector de posición al vector  $\vec{p}$  que tiene su origen en el origen del sistema de referencia y su extremo en el punto  $P$ . Las componentes del vector coinciden con las coordenadas del punto.

Ej.  $P = (3, 4) \rightarrow \vec{p} = (3, 4)$



- Representaremos los puntos con mayúsculas y los vectores con minúscula.

# 4 COORDENADAS DE UN VECTOR DETERMINADO POR DOS PUNTOS

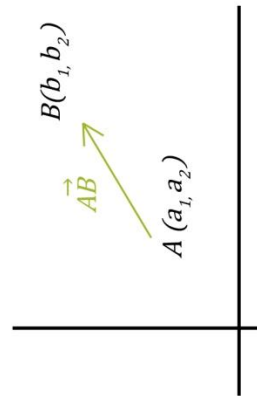
Sea  $AB$  el vector que tiene su origen en el punto  $A$  y su extremo en el punto  $B \rightarrow$

$$\vec{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

Ej.  $A = (-5, 3); B = (7, 1)$

$$\vec{AB} = (7 - (-5), 1 - 3) = (12, -2)$$

$$\vec{BA} = (-5 - 7, 3 - 1) = (-12, 2)$$



- $\vec{AB} = -\vec{BA}$ . Vectores de sentido opuesto  $\rightarrow$  signo contrario.
- Cuidado con el orden de las coordenadas.
- Cuidado con los signos al operar.

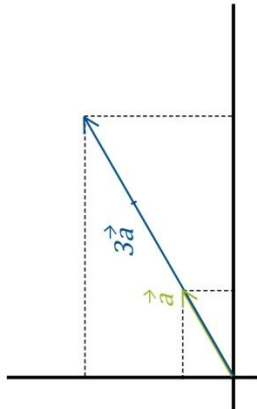
Ficha resumen 1. Vectores en plano. 4º ESO MOEAC.

Imagen 3. Material didáctico M2. Fichas resumen de la unidad elaboradas para los alumnos.

# 5 OPERACIONES CON VECTORES

## 1 | Producto de un vector por un escalar

Gráficamente



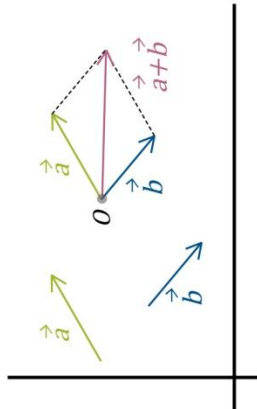
Análiticamente

Sea  $\vec{a} = (x,y) \rightarrow$   
 $K \cdot \vec{a} = K \cdot (x,y) = (Kx, Ky)$   
 Ej.  $\vec{a} = (2,1) \rightarrow 3 \cdot \vec{a} = 3 \cdot (2,1) = (6,3)$

- El resultado es un vector.
- Si K es negativo cambia el sentido del vector.

## 2 | Suma entre dos vectores

Gráficamente



MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

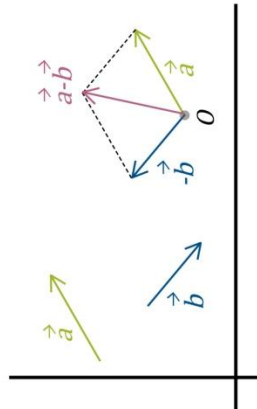
- Desplazar  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  hasta el mismo punto (punto 0).
- El vector suma parte del punto 0 y tiene su extremo en el vértice opuesto del paralelogramo trazado.

Análiticamente

Sean  $\vec{a} = (a_1, a_2)$  y  $\vec{b} = (b_1, b_2) \rightarrow$   
 $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$   
 Ej.  $\vec{a} = (2,-1); \vec{b} = (3,4)$   
 $\vec{a} + \vec{b} = (2,-1) + (3,4) = (5,3)$

## 3 | Resta entre dos vectores

Gráficamente



- Dibujamos el vector  $-\vec{b}$
- Sumamos los vectores  $\vec{a}$  y  $-\vec{b}$  con el método del paralelogramo.

Análiticamente

Sean  $\vec{a} = (a_1, a_2)$  y  $\vec{b} = (b_1, b_2) \rightarrow$   
 $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$   
 Ej.  $\vec{a} = (2,-1); \vec{b} = (3,4)$   
 $\vec{a} - \vec{b} = (2,-1) - (3,4) = (-1,-5)$

# 6 MÓDULO DE UN VECTOR

Sea el vector  $\vec{u} = (x,y) \rightarrow$   
 Módulo de  $\vec{u} = |\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$   
 Ej.  $\vec{u} = (-2,3); |\vec{u}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = 13$

- El módulo es siempre positivo.
- No olvides elevar al cuadrado las componentes.

# 7 PRODUCTO ESCALAR ENTRE DOS VECTORES

Dos formas de calcularlo:

Por definición

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$

Análiticamente

$\vec{u} \cdot \vec{v} = X_1 \cdot X_2 + Y_1 \cdot Y_2$

Ej.  $\vec{u} = (3,-2); \vec{v} = (5,4)$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (3,-2) \cdot (5,4) = 3 \cdot 5 + (-2) \cdot 4 = 15 - 8 = 7$

- El resultado es un número.
- Lo emplearemos para hallar el ángulo entre dos vectores.
- Si  $\vec{u} \perp \vec{v} \rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  ya que  $\cos 90^\circ = 0$



Por otra parte, los recursos materiales empleados fueron:

- Pizarra digital y ordenador de aula del profesor para la realización de proyecciones. Pizarra tradicional, tizas de colores.
- Cuadernos individuales y material de escritura y de dibujo para los alumnos.
- Ordenadores y conexión a internet del aula de ordenadores para la sesión número once.

## 2.8. Temporalización y secuenciación de las actividades de enseñanza-aprendizaje

En cuanto a la secuenciación y temporalización de la unidad, se programaron nueve sesiones, que finalmente se prorrogaron hasta trece. Esta ampliación se produjo por varias razones:

- La no realización de tareas en casa por parte de los alumnos, siendo el tiempo de clase el único con el que se contaba para la adquisición y manejo de conceptos. Así, se programó una sesión para operaciones con vectores y otra para aplicaciones del producto escalar, siendo finalmente necesarias tres sesiones para el primero de estos contenidos y dos para el segundo.
- Se retrasó la prueba escrita con el fin de no realizarla el viernes a última hora por indicación del tutor, que creía necesarias además dos sesiones de repaso antes de la ejecución de la prueba. Una vez definida la fecha del examen, para ajustar la secuenciación se añadió una sesión de trabajo con Geogebra en el aula de informática que no estaba prevista inicialmente.

Se recoge en el siguiente cuadro (tabla 4) la información sobre todas las sesiones, con los materiales utilizados y actividades realizadas, competencias trabajadas y objetivos.

**Tabla 4.** Sesiones impartidas en el desarrollo de la unidad didáctica. Contenidos, materiales, actividades y competencias en cada una de ellas.

SESIÓN	CONTENIDOS. Códigos según tabla 2.	MATERIALES según tabla 3/ ACTIVIDADES	COMPE- TENCIAS
<b>FASE DE INTRODUCCIÓN</b>			
<b>1</b> 6 abril	<b>INTRODUCCIÓN. VECTORES.</b> Marco de referencia: Geometría Analítica. Eje de coordenadas, elementos: puntos, rectas, etc. Nuevo elemento: vector. Representación. Para qué usamos los vectores: ejemplos vida cotidiana. Magnitudes escalares y vectoriales. Elementos de un vector: módulo, dirección sentido. <b>B03.C04</b>	<b>M3</b> Presentación de la unidad (parte I) <b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 14 y 15 del listado ejercicios.</i></li> <li>• <i>Prueba de evaluación inicial</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>CAA</b> <b>CSC</b> <b>CEC</b>
<b>FASE DE DESARROLLO</b>			
<b>2</b> 7 abril	<b>COORDENADAS DE PUNTOS Y COMPONENTES DE VECTORES.</b> Vectores equipolentes y vector libre. Componentes de un vector determinado por dos puntos. <b>B01.C02 B03.C04</b>	<b>M4</b> Presentación de la unidad (parte II) <b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 5 y 11 (coord. vector definido por dos puntos)</i></li> <li>• <i>Cuestiones teóricas (en la presentación)</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>
<b>3</b> 9 abril	<b>VECTOR DE POSICIÓN. OPERACIONES CON VECTORES I.</b> Vector de posición. Coordenadas de un punto. Producto por un escalar, método gráfico y analítico. <b>B01.C02 B01.C04 B03.C04 B04.C05*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <b>M8</b> Fichas ejs. operaciones con vectores <b>M5</b> <u>Actividad</u> Geogebra  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 4 y 2 (vector de posición)</i></li> <li>• <i>Fichas vector de posición y producto por un escalar</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>CD</b> <b>SIE</b>
<b>4</b> 12 abril	<b>OPERACIONES CON VECTORES II.</b> Suma y resta de vectores, método gráfico y analítico. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B04.C05*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <b>M8</b> Fichas ejs. operaciones con vectores <b>M6</b> <u>Actividad</u> Geogebra suma y resta vectores  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 1 y 13 del listado de ejercicios</i></li> <li>• <i>Ficha suma y resta vectores</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>CD</b> <b>SIE</b>
<b>5</b> 13 abril	<b>OPERACIONES CON VECTORES III.</b> Suma y resta de vectores, método gráfico y analítico. <b>B01.C02 B01.C04 B03.C04 B04.C05*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <b>M8</b> Fichas ejs. operaciones con vectores  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ej. 3 listado ejercicios</i></li> <li>• <i>Ficha suma y resta vectores</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>

<b>6</b> 14 abril	<b>MÓDULO DE UN VECTOR. PRODUCTO ESCALAR I.</b> Cálculo del módulo de un vector. Teorema de Pitágoras. Producto escalar. Definición y expresión analítica. <b>B01.C02 B01.C04 B03.C04 B04.C06*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Ejs 6.a; 12</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>
<b>7</b> 16 abril	<b>PRODUCTO ESCALAR II.</b> Aplicación del producto escalar. Ángulo entre dos vectores. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B04.C06*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M4</b> Presentación de la unidad (parte II) <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Ejs 6 b, c, d.</i></li> <li><i>Ejs. 9,16 (hallar ángulo)</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>
<b>8</b> 19 abril	<b>PRODUCTO ESCALAR III.</b> Vectores perpendiculares Vectores paralelos <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B04.C06*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Ej. 8 (hallar ángulo)</i></li> <li><i>Ejs. 7, 17, 18 (perpendiculares)</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>
<b>9</b> 20 abril	<b>PRODUCTO ESCALAR IV. REPASO I.</b> <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B04.C05* B04.C06*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Ejs. 10 (paralelos)</i></li> <li><i>Ej. 19 (puntos alineados)</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>
<b>FASE DE SÍNTESIS</b>			
<b>10</b> 21 abril	<b>REPASO II</b> Repaso de ejercicios de clase según preguntas alumnos. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B04.C05* B04.C06*</b>	<b>M1 y M7</b> Apuntes y ejercicios del departamento <b>M2</b> Ficha resumen de la unidad <ul style="list-style-type: none"> <li><i>Repetición ej. 17 (perpendiculares)</i></li> </ul>	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>SIE</b>
<b>11</b> 23 abril	<b>ACTIVIDAD EN SALA INFOLAB</b> <b>B01.C02 B01.C04 B03.C04 B03.C06 B04.C05*</b> <b>B04.C06*</b>	<b>M9</b> <a href="#">Libro de actividades</a> de Geogebra	<b>CMCT</b> <b>CD</b> <b>CAA</b> <b>CSC</b> <b>SIE</b>
<b>FASE DE EVALUACIÓN</b>			
<b>12</b> 26 abril	<b>PRUEBA ESCRITA UD</b> <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B04.C05* B04.C06*</b>	Examen	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>CAA</b> <b>SIE</b>
<b>13</b> 27 abril	<b>CORRECCIÓN CONJUNTA PRUEBA ESCRITA</b> Entrega notas examen. Corrección errores comunes. <b>B01.C04 B03.C04 B04.C05* B04.C06*</b>	Examen resuelto Exámenes corregidos alumnos	<b>CMCT</b> <b>CCL</b> <b>CAA</b> <b>CSC</b> <b>SIE</b>

**NOTA.** [\* ] Contenido correspondiente a 1º de Bachillerato.

## 2.9. Actividades realizadas. Análisis

Se han desarrollado actividades de diferente carácter durante el transcurso de la unidad: expositivas, de aplicación práctica, de discusión, de aprendizaje autónomo y vivencial.

Cinco de ellas, todas de elaboración propia, han sido seleccionadas con el fin de analizarlas en este apartado. El criterio para su elección ha sido que estuvieran relacionadas con todos los contenidos de la unidad y que además pertenecieran a diferentes fases de la misma (previa, de introducción, de desarrollo y de síntesis). De cada actividad se recoge en una tabla la información básica que la identifica y posteriormente se incluye su descripción y análisis.

### 2.9.1. ACT 1 | Presentación *Vectores o cómo solucionar un problema mundial de miles de millones de dólares.*

*Tabla 5. Datos identificativos actividad 1.*

FASE DE LA UD	Nº SESIÓN	TIPO DE ACTIVIDAD	DURACIÓN	MATERIAL DIDÁCTICO
Introducción	1	Expositiva	25 min	Presentación I <b>M3</b>
<b>CONTENIDO RELACIONADO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Marco de referencia: Geometría Analítica.</li> <li>• Magnitudes escalares y vectoriales.</li> <li>• El cálculo vectorial en la vida cotidiana</li> <li>• Definición de vector y elementos: módulo, dirección sentido.</li> </ul>			

En la primera sesión se realizó la introducción del tema con el objetivo de captar la atención e interés de los alumnos, contextualizar la unidad y relacionarla con la vida cotidiana.

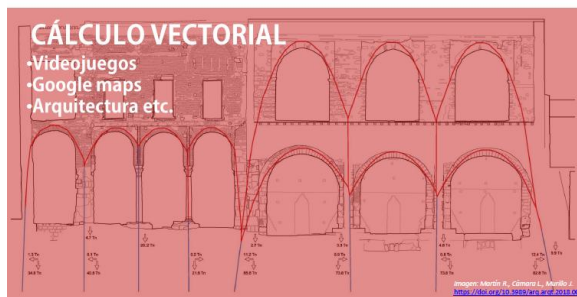
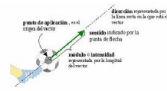
Se elaboró una presentación con imágenes en las que se expuso el cálculo vectorial en relación con un suceso reciente de gran repercusión a nivel mundial: el atasco del Canal de Suez provocado por el buque de carga *Evergiven*. Este accidente ocurrió el 29 de marzo 2021, una semana antes del inicio de las clases con este grupo.

Del Egipto actual viajamos al Egipto de hace 4.000 años para conocer uno de los primeros vestigios de la disciplina de la Geometría: el papiro de Ahmes. De ahí, realizamos un salto de nuevo en el tiempo hasta el siglo XVII con la aparición del sistema cartesiano, fundamental en la Geometría Analítica. Se hizo un repaso de los elementos conocidos del plano, rectas, puntos, etc. y presentamos un nuevo elemento: los vectores. A continuación se explicaron las características que los definen: módulo, dirección y sentido, así como las diferencias entre magnitudes escalares y vectoriales. Por último, vimos ejemplos de la vida diaria relacionados con el cálculo vectorial: los videojuegos, Google

maps, el cálculo estructural en arquitectura, etc. Finalmente se cerró la presentación con el vídeo de la liberación del barco *Evergiven*, en la que se utilizó el cálculo vectorial para calcular la dirección y fuerza de los remolcadores que intervinieron.

## ¿PARA QUÉ SIRVEN?

Magnitudes vectoriales / escalares



## ... PARA LIBERAR UN BARCO ATASCADO



*Imagen 4. Diapositivas de la presentación 'Vectores o cómo solucionar un problema mundial de miles de millones de dólares.'*

En cuanto a la valoración y evaluación de la actividad, se concluye lo siguiente:

- Los alumnos participaron activamente, preguntando sobre el suceso del barco y el cálculo vectorial, realizando además comparaciones entre lo expuesto y los conocimientos sobre vectores que habían aprendido en la asignatura de Física. Así, se obtuvo la motivación esperada para iniciar la impartición de la unidad.
- La presentación se amplió posteriormente con una segunda parte (material M4) que incluía explicaciones sobre conceptos en los que los alumnos habían mostrado dudas: rectas perpendiculares, coseno de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$  y su justificación mediante la circunferencia goniométrica, así como el concepto de vectores equipolentes.
- Se podía haber obtenido un mayor provecho del suceso en el que se centra la actividad, el incidente del barco *Evergiven*, elaborando ejercicios sobre operaciones con vectores en este mismo contexto. En el [apartado 3.1](#) de propuestas de mejora se han añadido algunos problemas en esta línea.

### 2.9.2. ACT 2 | Fichas sobre operaciones con vectores. Suma y resta de vectores.

Las actividades realizadas en la fase de desarrollo de la unidad se basaron principalmente en el listado de ejercicios incluidos en los apuntes del departamento ([material M7](#)). Sobre estas actividades se realizaron modificaciones y adaptaciones, así como materiales propios:

- Se les pidió a los alumnos que resolvieran siempre los ejercicios tanto de modo analítico como gráfico, si bien en el listado de los apuntes del departamento había algunos en los que indicaba proceder tan solo de uno de los dos modos.
- Se ordenó el listado de ejercicios en relación a los conceptos en los que se trabajaba en cada momento, la secuenciación prevista y la dificultad de los mismos.
- Por último, se maquetaron e imprimieron para los alumnos unas fichas en A4 con ejes de coordenadas y el enunciado de los ejercicios. Se pretendía por una parte facilitarles las tareas de dibujo, ampliando la escala de las construcciones gráficas; por otra, que las fichas se emplearan como material de estudio en casa ([material M8](#)).

Una de estas fichas es la que se ha seleccionado para ser incluida en el presente apartado, etiquetada como actividad 2. Además del A4 sobre el que los alumnos dibujaron, este ejercicio se complementó con una proyección que indicaba los pasos a seguir y con una actividad de Geogebra sobre suma de vectores.

**Tabla 6.** Datos identificativos actividad 2.

FASE DE LA UD	Nº SESIÓN	TIPO DE ACTIVIDAD	DURACIÓN	MATERIAL DIDÁCTICO
Desarrollo	5	Aprendizaje autónomo	55 min	Fichas <a href="#">M8</a>
<b>CONTENIDO RELACIONADO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operaciones con vectores: suma y resta. Modo analítico y gráfico.</li> <li>Componentes de un vector determinado por dos puntos.</li> <li>Vector de posición.</li> <li>Vectores equipolentes.</li> </ul>			

**SUMA Y RESTA DE VECTORES**

Ej. Sea  $A = (-13, -9)$ ,  $B = (-16, -7)$  y  $C = (-10, -10)$ .  
 Dibuja los vectores  $\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$   
 Halla  $\vec{AB} + \vec{BC}$

Ej. 3 Sean  $a = (1, 1)$ ,  $b = (-1, 2)$  y  $c = (3, 1)$  halla:  
 a)  $a + 2b + 3c$   
 b)  $3a - b$   
 c)  $2a + b - c$

**PARTE 1 primer ejercicio**

- Sumar gráficamente  $\vec{AB} + \vec{BC}$
- Calcular analíticamente  $\vec{AB} + \vec{BC}$
- Trasladar el vector suma  $\vec{AB} + \vec{BC}$  al origen
- ¿Cuáles son las coordenadas? ¿Coinciden con el cálculo?

**PARTE 2 segundo ejercicio**

- Trasladar  $\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$  al origen
- Dibujar el vector  $-\vec{BC}$
- Sumar gráficamente los vectores  $\vec{AB}$  y  $-\vec{BC}$
- Calcular analíticamente  $\vec{AB} - \vec{BC}$
- ¿Coinciden las coordenadas?

[El Ej. 3 de la hoja lo haremos en el cuaderno] **SESIÓN 4: OPERACIONES CON VECTORES II**

**Imagen 5.** Ficha de dibujo suma y resta de vectores. Diapositiva con indicaciones y enlace a actividad de Geogebra.



Respecto a la valoración de esta actividad y su ejecución por parte del alumnado, destacan los siguientes aspectos:

- Cometían errores debido a no dibujar con la exactitud necesaria, por lo que resultaba difícil contrastar lo obtenido de forma analítica con el resultado gráfico. Sin embargo, al final de la unidad se observó una mejora en este aspecto, habituándose finalmente los alumnos a resolver los problemas de ambos modos.
- En la ejecución de las primeras fichas se detectaron numerosos errores de notación: omitían las flechas tanto en la denominación de los vectores como en el dibujo, representando así segmentos sin orientación. Estos errores se fueron asimismo solventando en el transcurso de la unidad.
- En el [apartado 2.7](#) relativo a la metodología se detalla el procedimiento seguido para trabajar con estas fichas en clase, que obtuvo un resultado satisfactorio: los alumnos dibujaban en sus mesas sobre el papel, simultáneamente un alumno resolvía el problema en la pizarra tradicional y otro en el ordenador del profesor en Geogebra, proyectando esto último en la pizarra digital.

### 2.9.3. ACT 3 | Actividad en el aula de informática 'infolab': Geogebra + Classroom

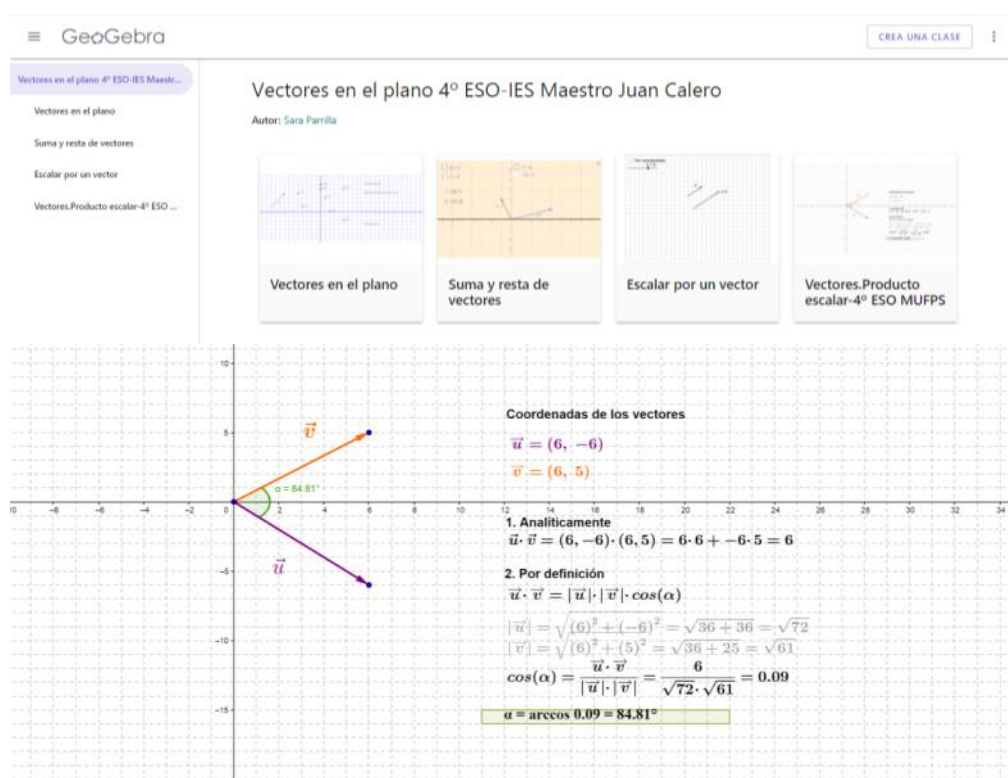
Tabla 7. Datos identificativos actividad 3.

FASE DE LA UD	Nº SESIÓN	TIPO DE ACTIVIDAD	DURACIÓN	MATERIAL DIDÁCTICO
Síntesis	11	Vivencial	50 min	<a href="#">Libro de actividades</a> en Geogebra <b>M9</b>
<b>CONTENIDO RELACIONADO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectores en el plano. Módulo de un vector.</li> <li>• Componentes de un vector determinado por dos puntos.</li> <li>• Vectores equipolentes.</li> <li>• Suma y resta de vectores.</li> <li>• Producto de un escalar por un vector.</li> <li>• Producto escalar. Cálculo de ángulo entre vectores.</li> </ul>			

En la sesión anterior a la prueba escrita se desarrolló esta actividad en el aula de informática empleando las herramientas de Geogebra y Google Classroom. Se preparó un [libro de cuatro actividades](#) al que los alumnos accedían tras registrarse en la clase con su nombre. Desde el ordenador del profesor podían visualizarse los progresos que realizaba cada uno de ellos en la resolución de las tareas. Las cuatro actividades que componían el libro constituían un repaso de todos los contenidos trabajados en la unidad. Una de ellas, de elaboración propia, versaba sobre el

producto escalar y el cálculo de ángulos entre vectores, replicando los mismos pasos explicados en clase. Estas cuatro actividades eran:

- [Vectores en el plano.](#) Vectores equipolentes, módulo del vector, cálculo de vector a partir de dos puntos.
- [Suma y resta de vectores.](#) Método gráfico del paralelogramo, método analítico.
- [Producto de un escalar por un vector.](#) Método gráfico y analítico. Incorporaba un deslizador para definir el escalar.
- [Producto escalar y cálculo de ángulos entre vectores.](#)



**Imagen 6.** Libro de actividades de Geogebra. Actividad propia sobre producto escalar y cálculo de ángulos entre vectores.

Si bien inicialmente se debatió con el tutor sobre la idoneidad de esta actividad en cuanto al comportamiento de los alumnos y el funcionamiento de la aplicación, finalmente el desarrollo fue muy satisfactorio, obteniendo las siguientes conclusiones:

- Realizar esta actividad al final de la unidad hizo que sirviera de repaso a los alumnos. Al inicio de la sesión éstos plantearon dudas concretas sobre algunos temas (por ejemplo la

construcción del paralelogramo para resolver la suma de vectores) que resolvieron de manera autónoma tras la realización de las tareas de Geogebra.

- Resultó más adecuado que los alumnos realizaran esta actividad en clase y no en casa, como se planteó en un principio, para poder así resolver sus dudas *in situ*.
- Por último, los alumnos valoraron positivamente el contar con el libro de actividades disponible en Classroom para preparar el examen durante el fin de semana, manifestando incluso su agradecimiento.



*Imagen 7. Sesión número once impartida en el aula de informática 'Infolab'.*

#### 2.9.4. ACT 4 | Cuestionario teórico oral

*Tabla 8. Datos identificativos actividad 4.*

FASE DE LA UD	Nº SESIÓN	TIPO DE ACTIVIDAD	DURACIÓN	MATERIAL DIDÁCTICO
Introducción	2	Discusión	10 min	Presentación II <a href="#">M4</a>
<b>CONTENIDO RELACIONADO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vector: dirección, sentido, módulo.</li> <li>• Magnitudes escalares y vectoriales.</li> </ul>			

En la primera sesión y tras la explicación del concepto de vector y sus elementos, se realizó una actividad conjunta para el grupo, al que se preguntaban algunas cuestiones teóricas proyectadas en la pizarra acerca de lo explicado. Se pretendía que discutieran entre ellos las respuestas y que justificaran las mismas de manera correcta:

#### CUESTIONES TEÓRICAS

- 1 | Si dos vectores están situados sobre rectas paralelas, ¿tienen la misma dirección? (=Ej. 14)
- 2 | ¿Cuál es el módulo del vector nulo, vector en el que coinciden su origen y su extremo? (=Ej. 15)
- 3 | ¿La fuerza es una magnitud escalar o vectorial? ¿ Y el volumen?
- 4 | ¿El módulo de un vector puede ser negativo?
- 5 | ¿Si dos coches van por la autovía, uno de Sevilla a Monesterio y otro de Monesterio a Sevilla, ¿su trayectoria tiene la misma dirección? ¿ Y el mismo sentido?

Respecto a la esta actividad se concluye:

- Los alumnos de este grupo no estaban habituados a justificar sus respuestas ni a trabajar con cuestiones teóricas en matemáticas. Siendo ambos aspectos fundamentales en la formación de alumnos de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas que se supone dirigirán su futuro hacia carreras científico-técnicas, se incidió especialmente en ellos a lo largo del desarrollo de la unidad. De hecho, se incluyó un ejercicio con este tipo de preguntas en la prueba de evaluación final. En este sentido, tal y como se cita en el [Libro Blanco de las Matemáticas](#):

*Las principales dificultades del estudiantado al enfrentarse a los desafíos de las matemáticas del nivel universitario son la traducción del razonamiento informal en argumentos válidos y la falta de estrategias de argumentación y de competencias para demostrar (Stylianides et al., 2017)*

### 2.9.5. ACT 5 | Dinámica Viaje por el tiempo.

*Tabla 9. Datos identificativos actividad 5.*

FASE DE LA UD	Nº SESIÓN	TIPO DE ACTIVIDAD	DURACIÓN	MATERIAL DIDÁCTICO
Previa	-	Vivencial	50 min	Presentación <a href="#">M10</a>
<b>CONTENIDO RELACIONADO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Competencia emocional. Confianza en uno mismo.</li> <li>Capacidad para expresarse en público.</li> <li>Igualdad entre hombres y mujeres.</li> </ul>			

Ajena al currículum y con el objetivo de conocer al alumnado, se diseñó una dinámica de grupo que se impartió con anterioridad al inicio de la unidad didáctica, en la última clase anterior a las vacaciones del segundo trimestre. El fin de esta actividad era, por una parte, obtener información sobre los intereses personales de los alumnos y su intención respecto a los estudios en un futuro. Por otra, se pretendía el acercamiento entre ellos y la docente en prácticas, que también participaba en la dinámica respondiendo a las cuestiones planteadas. Además, se aprovechó para trabajar elementos transversales al currículum incluidos en el Decreto 98/2016 como la igualdad entre hombres y mujeres.

Con el apoyo de una presentación con imágenes, se plantearon tres cuestiones a las que debían contestar todos por turnos, lanzándose una pelota de uno a otro. La primera de ellas, relacionada con el momento presente, era *Háblanos de alguien a quien admires y cuéntanos el porqué*. Algunos

se remitieron a personas de su entorno, generalmente por su dedicación a la familia y capacidad de trabajo, otros a personajes famosos. En respuesta a esta pregunta la profesora en prácticas habló de la figura de [Ann...Tyng](#), arquitecta, profesora y teórica de la Geometría que no obtuvo el reconocimiento que se merecía en sus inicios profesionales, en los que trabajaba a la sombra de su pareja, el premiado arquitecto Louis Kahn.

La segunda pregunta se centraba en el pasado: *¿Cuál es tu logro del que te sientes más orgulloso?* Algunos, los menos, se enorgullecían de los logros conseguidos en los estudios, otros en el deporte. Es reseñable que a la mayoría de las alumnas les costó reconocer algún logro suyo personal.

La tercera pregunta se refería al futuro: *Cierra los ojos... ¿Cómo te ves dentro de veinte años?* Muy pocos alumnos mostraron interés por hacer una carrera universitaria, mientras que un gran número de ellos expresó que pretendía trabajar en el negocio familiar o montar una empresa propia.

La dinámica se desarrolló de forma exitosa, fueron participativos a la vez que respetuosos en sus intervenciones y hubo el acercamiento esperado entre ellos y la docente en prácticas.



*Imagen 8. Diapositivas de la presentación 'Un viaje por el tiempo'.*

## 2.10. Evaluación

### 2.10.1. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

En el siguiente cuadro (tabla 10) se recoge la relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables correspondientes a esta unidad didáctica. La numeración de los códigos utilizados para identificar los contenidos, criterios y estándares corresponden con la posición que ocupan en el Decreto 98/2016. Sombreados en amarillo e indicados con un asterisco aparecen los correspondientes a 1º de Bachillerato.

**Tabla 10.** Relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y competencias.

CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	COMPETENCIAS
<b>B01.C02</b> Análisis y comprensión del enunciado.	<b>B01.CE02</b> Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	<b>B01.CE02.EE01</b> Analiza y comprende el enunciado de los problemas. (Datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).	CMCT
<b>B01.C04</b> Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, comprobación de las soluciones, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.	<b>B01.CE04</b> Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.	<b>B01.CE04.EE01</b> Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.	CMCT
<b>B03.C04</b> Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Paralelismo, perpendicularidad. (Ecuaciones de la recta no impartido)	<b>B03.CE03</b> Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.	<b>B03.CE03.EE01</b> Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores.	CMCT
<b>B03.C06</b> Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.		<b>B03.CE03.EE02</b> Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.	CD
<b>B04.C05*</b> Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas.	<b>B04.CE03*</b> Manejar la operación del producto escalar y sus consecuencias.	<b>B04.CE03.EE01*</b> Emplea con asiduidad las consecuencias de la definición de producto escalar para calcular el coseno de un ángulo, estudiar la ortogonalidad de dos vectores o la proyección de un vector sobre otro.	CMCT
<b>B04.C06*</b> Producto escalar. Módulo de un vector. Ángulo de dos vectores.		<b>B04.CE03.EE02*</b> Calcula la expresión analítica del producto escalar, del módulo y del coseno del ángulo.	CMCT



### 2.10.2. Instrumentos de evaluación y criterios de calificación

Para evaluar esta unidad se utilizaron los instrumentos de evaluación y criterios de calificación empleados habitualmente por el tutor de acuerdo con la programación didáctica del departamento.

Según éstos, la nota obtenida al finalizar una unidad se correspondía en un 90% con la calificación lograda en una prueba escrita y en un 10 % con el trabajo y la actitud del alumno en clase.

El primer instrumento de evaluación, la [prueba escrita](#), se calificaba del 1 al 10, siendo el 5 la nota mínima necesaria para aprobar. El segundo, que permitía la evaluación continua, se materializaba en un sistema de puntos positivos y negativos: por cada salida del alumno a la pizarra éste obtenía un punto positivo, hasta un máximo de diez al trimestre. No se valoraba la correcta ejecución de los ejercicios sino el interés en realizarlos. Los positivos podían ser anulados por negativos, que eran impuestos por mal comportamiento. El registro de positivos y negativos se hacía *in situ* en clase sobre una [hoja de cálculo](#).

A estos dos instrumentos se añadió una [prueba de evaluación inicial](#), no siendo práctica habitual del tutor su realización. Los resultados no fueron considerados a la hora de obtener las calificaciones finales.

La nota del trimestre se obtenía finalmente con el promedio de las notas de las distintas unidades didácticas, no realizándose examen trimestral ni final de la asignatura, que se reservaba para los alumnos suspensos.

Por último, es necesario señalar que el tutor evaluaba sin contemplar los estándares de aprendizaje evaluables establecidos en el Decreto 98/2016. En la programación didáctica del departamento no había orientaciones claras al respecto: ésta incluía unas rúbricas de evaluación de los estándares con cinco niveles de logro copiadas de una editorial de libros de texto, aunque ni los estándares ni el resto de los elementos del currículum se correspondían con la programación ni con los apuntes del departamento. Tampoco estaban clasificados los estándares que se identificaban como básicos, intermedios o avanzados.

En la siguiente tabla (tabla 11) se recogen los instrumentos utilizados, junto con los porcentajes asignados a cada uno, los estándares de aprendizaje evaluables y las competencias básicas. Tal y como puede observarse, los instrumentos de evaluación utilizados eran escasos y dejaban sin evaluar alguno de los estándares definidos. En el punto 3.5 se incluirán propuestas de mejora al respecto.

**Tabla 11.** Instrumentos de evaluación utilizados.

PORCENTAJE	NÚMERO	INSTRUMENTO	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	COMPETENCIAS
0%	10	Prueba de evaluación inicial.	B01.CE02.EE01	CMCT
90%	11	Prueba escrita realizada al final de la unidad.	B01.CE02.EE01 B01.CE04.EE01 B03.CE03.EE01 B03.CE03.EE02 B04.CE03.EE01* B04.CE03.EE02*	CMCT
10%	12	Registro de puntos positivos y negativos: ejercicios de clase y comportamiento.	B01.CE02.EE01 B01.CE04.EE01	CCL

### 2.10.3. Prueba escrita. Análisis de los resultados

Las pruebas escritas de las unidades impartidas con anterioridad a *Vectores en el plano* solían estar compuestas por ejercicios resueltos en clase, incluso con los mismos datos. Los alumnos preguntaron insistentemente si se aplicaría el mismo criterio en el examen de la unidad impartida por la docente en prácticas. Finalmente, tras consensuarlo con el tutor, la prueba consistió en varios ejercicios de clase modificados ligeramente, a los que se añadieron además unas cuestiones teóricas.

Se incluyeron en la maquetación del examen dos cuadrículas a gran escala con el fin de facilitar las tareas de dibujo de los alumnos. En el siguiente cuadro (tabla 12) se refleja la rúbrica utilizada así como los estándares de aprendizaje evaluables relacionados con cada uno de los ejercicios. Tal y como se muestra, se dió en las correcciones especial importancia a dos aspectos: a la justificación de las respuestas, tanto de las cuestiones teóricas como de los ejercicios, y al uso correcto del lenguaje matemático (flechas en los vectores, expresión del arcocoseno, etc.).

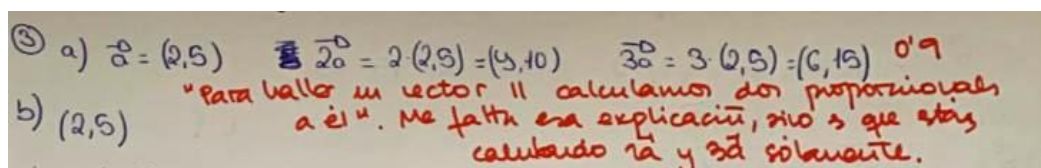
**Imagen 9.** Corrección del ejercicio 3. Exigencia de justificación en la respuesta.

Tabla 12. Prueba escrita. Rúbrica y estándares de aprendizaje evaluables.

EJERCICIO Y CALIFICACIONES					ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
<b>1. Responde a las siguientes cuestiones y <u>justifica tu respuesta</u>:</b> a) Si dos vectores están situados sobre rectas paralelas, ¿tienen la misma dirección? ¿Por qué? b) ¿Puede ser el módulo de un vector un número negativo? ¿Por qué? c) ¿Puede ser el producto escalar de dos vectores otro vector? ¿Y un número negativo? ¿Por qué? d) ¿La fuerza es una magnitud escalar o vectorial? ¿Y el volumen? ¿Por qué? e) Dos vectores son equipolentes cuando... <i>[2.5 puntos total= 0.5 puntos cada apartado]</i>					
<b>0.25</b>	<b>0.5</b>				
En cada apartado	En cada apartado				
Responde correctamente a la cuestión pero no justifica su respuesta	Responde correctamente a la cuestión y justifica su respuesta				
<b>2. Dados el vector <math>\vec{a} = (1,1)</math> y el vector <math>\vec{b}</math> con origen en el punto B (4, 2) y extremo en el punto C (3, 4) calcula:</b> a) Las componentes del vector $\vec{b}$ b) Calcula analíticamente y gráficamente el vector $\vec{s} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ c) Calcula analíticamente y gráficamente el vector $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b}$ <i>[2.5 puntos total= 0.5 puntos apartado a) y 1 punto por cada apartado b y c]</i>					<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B03.CE03.EE01</b>
<b>0.5</b>	<b>0.25</b>	<b>0.5</b>	<b>0.25</b>	<b>0.5</b>	
Apartado a)	En apart. b) y c) Analíticamente	En apart. b) y c) Analíticamente	En apart. b) y c) Gráficamente	En apart. b) y c) Gráficamente	
Calcula correctamente las componentes del vector $\vec{b}$	Calcula correctamente el vector resultante pero comete un error de notación.	Calcula correctamente el vector resultante.	Dibuja correctamente el vector resultante pero hay un error de expresión.	Dibuja correctamente el vector resultante.	
<b>3. Sabiendo que un vector tiene de coordenadas (2,5) calcula:</b> a) Dos vectores paralelos a él. b) Dos vectores perpendiculares a él. Comprueba el resultado con el producto escalar. <i>[2.5 puntos total= 1 punto apartado a y 1.5 apartado b]</i>					<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B04.CE03.EE01*</b> <b>B04.CE03.EE02*</b>
<b>0.5</b>	<b>1</b>	<b>0.25</b>	<b>0.5</b>	<b>1.25</b>	<b>1.5</b>
Apartado a)	Apartado a)	Apartado b)	Apartado b)	Apartado b)	Apartado b)
Obtiene un vector paralelo al dado.	Obtiene dos vectores paralelos al dado.	Obtiene un vector perpendicular al dado.	Obtiene dos vectores perpendiculares al dado.	Obtiene dos vectores y lo comprueba correctamente pero no justifica la respuesta	Obtiene dos vectores y lo comprueba correctamente. Justifica la respuesta.
<b>4.Cuál es el ángulo que forman dos vectores de coordenadas:</b> a) (1,1) y (-1,-1)    b) (2,0) y (0,3)    c) (-1,5) y (2,3) En cada apartado tras hacer el cálculo comprueba la respuesta gráficamente. <i>[2.5 puntos total= 0.5 puntos por cada apartado + 1 por la representación gráfica]</i>					<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B03.CE03.EE02</b> <b>B04.CE03.EE01*</b> <b>B04.CE03.EE02*</b>
<b>0.25</b>	<b>0.5</b>	<b>0.17</b>	<b>0.33</b>		
En cada apartado Analíticamente	En cada apartado Analíticamente	En cada apartado Gráficamente	En cada apartado Gráficamente		
Halla correctamente el ángulo pero comete errores de notación.	Halla correctamente el ángulo.	Dibuja correctamente los vectores. Hay un error de expresión.	Dibuja correctamente los vectores.		

Respecto a los resultados, suspendieron dos de los dieciséis alumnos y la nota media del grupo fue de 7.05, similar a la del segundo trimestre, que fue de 7.25. Las [calificaciones](#) están recogidas en el Anexo 1.

Por último, en la sesión final de la unidad se proyectó el examen resuelto y se comentaron los errores más comunes, que fueron:

- En general, los alumnos no sabían justificar sus respuestas ni contestar de manera razonada a las cuestiones teóricas, tal y como se había advertido anteriormente.
- En los ejercicios de producto escalar en los que debían calcular el ángulo entre vectores, se detectaron errores al despejar, como por ejemplo arcocoseno de un ángulo.
- Algunos de los alumnos dibujaban el vector resultante tras resolver el ejercicio de manera analítica, aunque realmente no sabían realizar la construcción gráfica.

Finalmente se señalaron, al igual que los errores, las mejores respuestas dadas por los alumnos a algunas de las preguntas.

### 3 | PROPUESTAS DE MEJORA

Las propuestas de mejora que se exponen a continuación son exclusivamente válidas en un escenario similar al de realización de las prácticas.

Sin embargo, en el caso de impartir de nuevo esta unidad con las reformas planteadas, será necesario tener en cuenta dos factores más que probables. Ambos afectarían por completo a cualquier intervención docente e invalidarían alguna de las propuestas de mejora.

- Nuevas medidas de protección frente a la pandemia que podrían exigir la modificación de la metodología propuesta. Por ejemplo, el desarrollo de las clases en modo de semipresencialidad.
- La implantación de la *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación*.

A este respecto, según el calendario de implantación definido en la *Disposición final quinta* de la ley, *Las modificaciones introducidas en el currículo, la organización, objetivos y programas de educación secundaria obligatoria se implantarán [...] para los cursos segundo y cuarto en el curso que se inicie dos años después de dicha entrada en vigor*. Por tanto tras esa

fecha habría que revisar por completo todos los elementos del currículum incluidos en este Trabajo Fin de Máster.

Mientras tanto, en la *Disposición transitoria segunda bis. Estándares de aprendizaje evaluables* se especifica que *Hasta la implantación de las modificaciones introducidas en esta Ley relativas al currículo, la organización y objetivos de educación primaria, educación secundaria obligatoria y bachillerato, los estándares de aprendizaje evaluables, a los que se refiere el artículo 6 bis, tras la redacción de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, tendrán carácter orientativo.*

A continuación se recogen una serie de propuestas sobre la metodología aplicada, la atención a la diversidad, las actividades, la temporalización y secuenciación y por último sobre la evaluación.

### 3.1. Respeto a la metodología

Respecto a la metodología en general, se considera que el desarrollo de la unidad didáctica se optimizaría aplicando las siguientes medidas:

- La prescripción de ejercicios a los alumnos para realizar en casa. Esto se considera conveniente para el correcto desarrollo de cualquier unidad didáctica, no solo para la que nos ocupa: sin el trabajo de casa no se cuenta con otro tiempo que no sea el de clase, siempre escaso, para la asimilación de conceptos. Por otra parte, es necesario que los alumnos se enfrenten a la resolución de los ejercicios en solitario, es en ese momento en el que son conscientes de si dominan o no los conceptos y procedimientos incluidos en la unidad.
- Establecer alguna norma respecto al silencio en los tiempos de trabajo en el aula. Aunque con la dinámica habitual los alumnos estaban muy motivados, en algunas ocasiones el nivel de ruido y de desorden perturbaba el desarrollo de la clase.
- Aumentar progresivamente el empleo de herramientas tecnológicas en clase. Si bien en la programación didáctica del departamento se incluía una unidad inicial llamada *Unidad 0: Competencia digital*, la realidad es que no se había impartido.

Tras la irrupción de la pandemia en el curso anterior los alumnos, las familias y los docentes mejoraron sus habilidades en este campo. Sin embargo, durante el curso 2020-2021 se puso de manifiesto que los alumnos y familias no habían adquirido el hábito de trabajar con

medios tecnológicos, ni los docentes habían adaptado a éstos su metodología, contenidos y actividades por completo.

En cualquier caso sería aconsejable realizar un estudio inicial de los medios y capacidades digitales de los alumnos y sus familias. Aunque algunos no tenían ordenador, la mayoría sí que tenía tablet en sus domicilios.

En una primera fase de implantación de este tipo de herramientas podría trabajarse con recursos como [Khan Academy](#) en sesiones realizadas en el aula de informática con el fin de testear los conocimientos adquiridos durante el transcurso de la unidad. Posteriormente se les enviaría alguna de estas tareas o contenidos para reforzar desde casa.

Por otra parte, podría editarse un libro de apuntes digital propio de la asignatura que incluyera ejercicios interactivos en el que los alumnos pudieran comprobar las soluciones. Como se ha comentado con anterioridad, éstos valoraron positivamente el tener disponible desde casa el libro de actividades de Geogebra creado para esta unidad (la actividad 3 descrita en el punto 2.9.)

- Mejorar el espacio arquitectónico, el aula, en el que se desarrollaban las clases. En general las aulas del centro tenían un aspecto frío y descuidado, al igual que el mobiliario. Frente a esta realidad, las teorías de aprendizaje nos dicen que el espacio en el que se desarrolla la actividad docente influye ampliamente en el desarrollo de la misma. En palabras de Loris Malaguzzi, impulsor de las escuelas de Reggio Emilia, *el espacio es el tercer educador* (siendo el primero el propio alumno y el segundo el docente).

Aunque este aspecto se escapa al diseño de una unidad didáctica por un profesor que ni siquiera es el tutor del grupo, quizás en consonancia con éste podría proponerse algún cambio al equipo directivo, alguna mejora en la que pudieran implicarse los alumnos con el fin de garantizar de algún modo el mantenimiento y cuidado del espacio.

En esta línea, alguna de las sesiones podrían haberse impartido en otras localizaciones distintas al aula. Por ejemplo la dinámica *Un viaje por el tiempo* podía haberse desarrollado en el patio, con los alumnos y la docente en prácticas sentados en el suelo en círculo, en una disposición más amable que en el aula tradicional.

### 3.2. Respeto a la atención a la diversidad

Se propone la incorporación a la unidad de actividades específicas de atención a la diversidad. Aunque no se hallaban en el grupo alumnos que precisaran adaptaciones curriculares, se podrían haber prescrito actividades de refuerzo para varios de ellos: para los dos que suspendieron la prueba escrita y para los otros cuatro que obtuvieron una calificación ligeramente superior a un cinco.

Estas actividades de apoyo se organizarían a modo de fichas, una por cada una de los conceptos a consolidar, ya que el fraccionamiento del contenido facilita su asimilación. Así, se podrían entregar fichas diferentes a cada alumno en relación a sus necesidades. En la página siguiente se incluye un posible modelo de este material de refuerzo (ficha R3), en este caso sobre el producto de un vector por un escalar. Todas las fichas tendrían el mismo formato y estructura y contendrían:

- Un breve resumen a modo de recordatorio de la explicación teórica.
- Un ejercicio resuelto a modo de ejemplo.
- Dos o tres ejercicios sobre el mismo concepto a resolver por el alumno.

Este material se podría complementar con actividades específicas de [Khan Academy sobre vectores](#) que los alumnos podrían resolver desde casa. En cualquier caso todas las actividades de refuerzo propuestas deberían tenerse en consideración en la evaluación de la unidad con el fin de implicar a estos alumnos en su realización.

Por otra parte, sería aconsejable diseñar otras actividades específicas para las dos alumnas con el nivel académico más alto de la clase. Debido a su timidez no preguntaban más allá de lo necesario, aunque quizás les habría motivado enfrentarse a ejercicios de mayor dificultad.

Así, se les podría plantear profundizar en algunos contenidos a través de ejercicios como *hallar el punto medio entre otros dos puntos, calcular un punto simétrico a otro, hallar vértices de cuadriláteros, calcular vectores unitarios, normalizar un vector, etc.* Se recogen algunas tareas de este tipo, etiquetadas como 'actividades de ampliación', tras la ficha de refuerzo R3.



# R3 OBJETIVO

## REALIZAR OPERACIONES CON VECTORES. PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

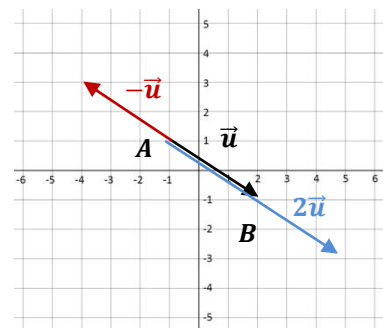
### RECUERDA

- Para **multiplicar un vector  $\vec{u}$  por un número real  $k$**  se multiplica el módulo del vector por el número real, y se mantiene la dirección del vector. El sentido será el mismo si  $k$  es positivo y contrario si  $k$  es negativo.
- Análiticamente, si  $\vec{u}=(u_1,u_2)$ , el producto de un número real  $K$  por un vector  $\vec{u}$  se calcula multiplicando cada coordenada por el número  $k$ .

### ¿CÓMO SE RESUELVE?

Dado el vector  $\vec{u}$  de origen el punto  $A(-1,1)$  y extremo el  $B(2,-1)$  calcula gráfica y analíticamente el producto de  $\vec{u}$  por los números  $-1$  y  $2$  para obtener los vectores  $-\vec{u}$  y  $2\vec{u}$ .

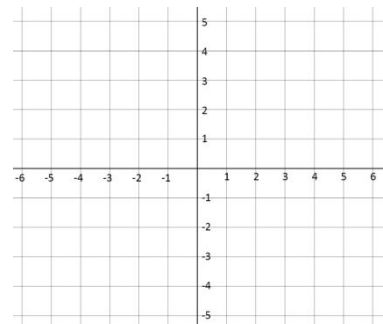
En primer lugar calculamos el vector  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2-(-1), (-1)-1) = (3, -2)$   
 $-\vec{u} = (-1) \cdot \vec{u} = (-3, 2)$   
 $2\vec{u} = 2 \cdot \vec{u} = 2 \cdot (3, -2) = (6, -4)$



### AHORA TÚ

Sabiendo que el vector  $\overrightarrow{AB}$  tiene su origen en el punto  $A(-2,2)$  y su extremo en el punto  $B(2,3)$ , calcula gráfica y analíticamente  $k \cdot \overrightarrow{AB}$  en todos estos casos:

- $k = -3$
- $k = 2$
- $k = -2$
- $k = 1/2$



**ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN**

**Ej.A1** | Sean los puntos  $A(2,7)$ ,  $B(3,-2)$  y  $C(-2,3)$ , **calcula:**

- El módulo del vector  $\overrightarrow{AB}$ .
- Un vector de la misma dirección que  $\overrightarrow{AB}$ , sentido contrario y módulo 5.
- Los puntos que dividen al segmento  $BC$  en tres partes iguales.

**Ej.A2** | Los puntos  $A(-11,-9)$  y  $C(7,5)$  son vértices opuestos del cuadrado  $ABCD$ . **Calcular las coordenadas de los otros dos vértices.**

**Ej. A3** | Dados los siguientes puntos  $A(9,-5)$ ,  $B(3,3)$ ,  $C(2,10)$ ,  $D(-6,4)$  y  $E(-4,6)$ , **responde:**

- ¿Son los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$  paralelos? ¿Y perpendiculares?
- ¿Están  $C$ ,  $D$  y  $E$  alineados?
- Calcula el punto medio del vector  $\overrightarrow{CD}$
- Halla el simétrico de  $D$  respecto de  $E$ .
- Si el segmento  $AD$  se divide en 4 partes iguales, halla las coordenadas de los puntos intermedios.

### 3.3. Respecto a las actividades de enseñanza-aprendizaje, complementarias y extraescolares.

La unidad didáctica impartida se centró en la realización de ejercicios principalmente, dejando en un segundo plano la resolución de problemas. Sin embargo, esta labor está relacionada directamente con los contenidos del bloque 1 *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*. A este respecto, en cuanto a las actividades de enseñanza-aprendizaje se podrían implementar las siguientes mejoras:

- Incorporar ejercicios y problemas diseñados específicamente en el contexto del bloqueo del Canal de Suez por el barco Evergreen. Este nuevo material contendría actividades como las que siguen:

**Ej.1** | Supongamos que la posición del Evergreen en el Canal de Suez corresponde con las coordenadas  $E(14, 140)$ . En un primer momento hace una llamada de auxilio para que acudan los dos remolcadores más cercanos. Uno de ellos se encuentra en la posición  $A(-21,100)$  y otro en la posición  $C(40,73)$ .

Si consideramos que ambos remolcadores avanzan con la misma velocidad, **¿cuál de los dos llegará primero al punto donde se encuentra el barco?**



Imagen: Agencia EFE

**Ej.2** | Una vez liberado, el Evergiven se desplaza la dirección definida por el vector  $(15,7)$ . Sin embargo, debe tener en cuenta la corriente, que lleva orientación  $(-3,4)$ . **¿Cuál es el vector de desplazamiento real del barco? Calcula el módulo de este vector desplazamiento.**

- Añadir al listado de ejercicios actividades que relacionen las operaciones con vectores y la vida cotidiana, cercanos a la realidad del alumnado, con nombres de alumnas y situaciones reales:

**Ej.1** | Se va a construir una nueva carretera que une Monesterio con Calera de León con el objetivo de que Lucía llegue siempre puntual a clase. Las coordenadas de cada uno de estos pueblos en el sistema de coordenadas en el que estamos trabajando es  $M(12,21)$  y  $C(17,23)$ . El pueblo de Pallares se encuentra en las coordenadas  $P(3,9)$ . **¿Es posible unir con una única carretera sin curvas estos tres pueblos?**

**Ej.2** | El día de la excursión en bici con Bonilla, el profe de Educación Física, Paula sale de su casa situada en el punto  $P(7, 5)$  y se desplaza según el vector  $\vec{u} = (9,5)$ . Su amiga Cintia sale con la misma velocidad de la posición  $C(12,43)$  en dirección al instituto, que se encuentra en el punto  $I(28,53)$ . Si ambas mantienen su dirección, **¿pueden llegar a encontrarse por el camino?**

- Con el fin de contar con otro instrumento de evaluación que tenga en cuenta los estándares que no fueron evaluados, tal y como se comentará posteriormente, se propone una nueva actividad evaluable (etiquetada como instrumento I4 en la [tabla 16](#)). Ésta se centrará en la resolución de problemas y en el uso de recursos tecnológicos. Se fortalecerá con ello la competencia digital y el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, escasamente trabajadas con anterioridad.

La actividad se materializará en un trabajo en grupo que seguirá la siguiente dinámica:

### Trabajo colaborativo | *La maquinaria perfecta*



Vamos a formar grupos de cuatro alumnos. En este trabajo todos tenemos mucho que aportar: necesitaremos matemáticos, informáticos, profesionales del diseño, comunicadores, etc. Todos somos importantes y entre todos formaremos la 'maquinaria perfecta'.

Cada uno de los equipos recibirá un encargo: deberá resolver cinco problemas con la ayuda de los vectores. El último de ellos, para el que emplearemos la herramienta Geogebra, nos indicará dónde se encuentra algo muy preciado para todos nosotros.

*Finalmente cada grupo tendrá que exponer al resto de la clase cómo ha resuelto sus problemas y dará las coordenadas del punto en el que ha calculado que está el objetivo. Por último comprobaremos quién estaba en lo cierto.*

Los problemas a resolver serán similares a los expuestos anteriormente, relacionados con la vida cotidiana. Para resolver el último problema, que será de desplazamientos y habrá que recurrir a operaciones con vectores para solucionarlo, se les pedirá que diseñen una actividad de Geogebra sencilla con el plano del centro educativo que se les facilitará.

Toda esta batería de nuevas actividades a añadir responde a la reflexión de BATANERO C. (2001) :

*El trabajo del profesor es en cierta medida inverso del trabajo del matemático profesional: En lugar de 'inventar' métodos matemáticos adecuados para resolver problemas, debe 'inventar' problemas interesantes que conduzcan a un cierto conocimiento matemático.*

Por último, se proponen las siguientes actividades extraescolares complementarias:

- Participación en el proyecto de divulgación científica [A..por..Ciencias](#) de la Universidad de Extremadura. El proyecto pretende acercar la ciencia y la tecnología a los centros educativos con actividades distendidas, sin perder el rigor científico. Se dirige a estudiantes de educación Primaria y secundaria, especialmente a las alumnas ya que según el informe publicado por la UNESCO en 2019 [Descifrando el código](#), a los seis años las niñas se perciben a sí mismas como 'menos inteligentes' que los niños, algo que se pone de manifiesto años más tarde, en la elección de su futuro profesional.

Las actividades están dirigidas por profesoras de matemáticas e informática de la Universidad de Extremadura, ofreciendo a las alumnas referentes femeninos en ciencia con los que compararse.

- Visita a algún centro de investigación de la Universidad y encuentro informal con un investigador o investigadora con el objetivo de conocer cómo se hace ciencia y cómo son las personas que se dedican a ello (durante la [Semana de la Ciencia](#), por ejemplo, o en alguna otra efeméride).
- Un taller práctico sobre cómo estudiar matemáticas. En todos los grupos conocidos durante las prácticas aparecía el mismo problema de manera sistémica: los alumnos no tomaban buenos apuntes, estudiaban solo el día antes del examen y se aprendían los ejercicios de memoria.

El profesor de la Universidad de Alicante Julio Molero, miembro del Grupo de divulgación matemáticas 'Dimates', recoge en una serie de [diez infogramas](#) consejos para estudiar, tomar apuntes en clase, prepararse y realizar un examen, etc., a partir de los cuales se podrían impartir una o dos sesiones sobre este tema.

### 3.4. Respetto a la temporalización y secuenciación

En cuanto a la temporalización, esta unidad se debía haber impartido en el segundo trimestre y no al inicio del tercero como ocurrió, debido al retraso acumulado durante todo el curso. Dicho retraso provocó que finalmente no se pudieran impartir todas las unidades programadas.

Antes de entrar en detalle en la secuenciación, se propone modificar los contenidos impartidos y ajustarlos a los especificados en el Decreto 98/2016. En concreto, esta modificación consistiría en eliminar el contenido relativo a producto escalar, correspondiente con el nivel de 1º de Bachillerato, e incorporar los relativos a ecuaciones de la recta.

Debido al confinamiento del curso 2019-2020, este grupo no estudió las ecuaciones de la recta, contenidas en el currículum de 3º de ESO MOEAC según el Decreto 98/2016. Aunque pueda ser apropiado dedicarle una unidad en exclusiva debido al desconocimiento de los alumnos sobre el tema, parece preferible relacionar en una misma unidad los conceptos de vectores y ecuaciones de la recta y posiciones relativas entre éstas, dejando para el curso posterior el producto escalar.

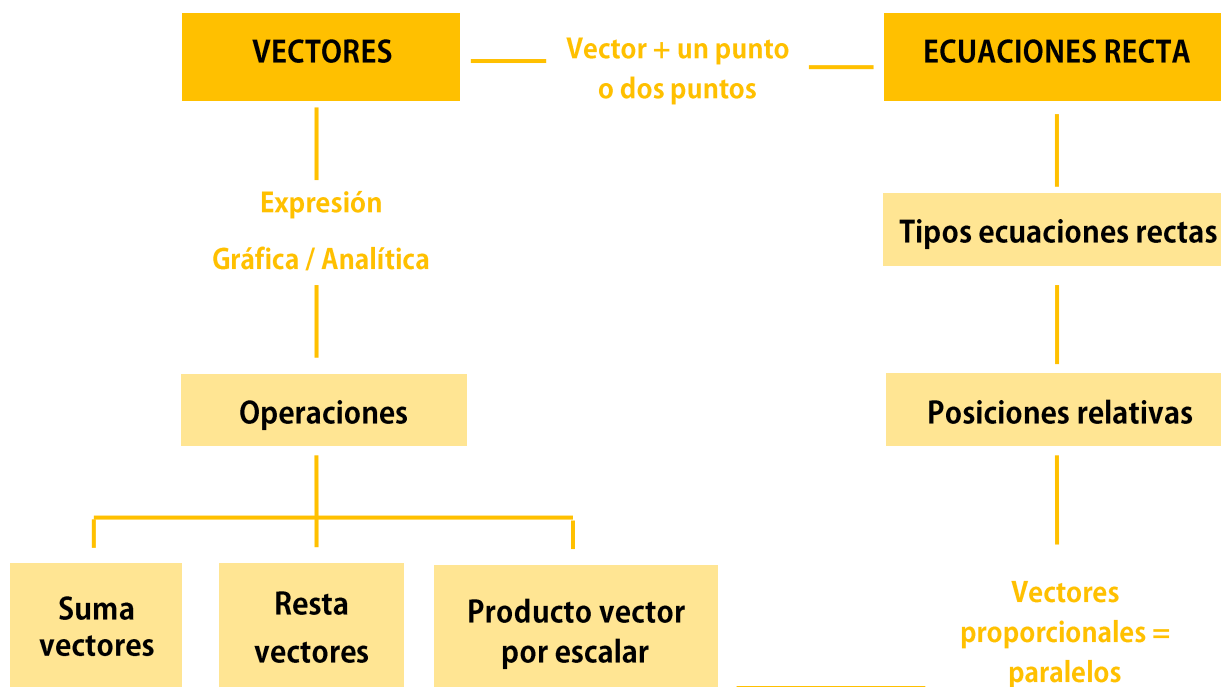
Así es como aparece por ejemplo en los apuntes de [Marea Verde](#), en los que denomina a esta parte 'Introducción a la geometría analítica', tal y como se designa asimismo en el Decreto 98/2016, con el objetivo de consolidar en 4º de la ESO los conceptos básicos para profundizar en la geometría analítica en 1º y 2º de bachillerato.

Se eliminarían por tanto los contenidos sombreados en amarillo de la [Tabla 2](#) y se añadiría la parte de ecuaciones de la recta incluida en el contenido B03.C04:

**Tabla 13.** Modificación en los contenidos de la unidad didáctica anteriormente recogidos en la tabla 2.

BLOQUE	CÓDIGO	CONTENIDOS
B03	B03.C04	Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. <b>Ecuaciones de la recta.</b> Paralelismo, perpendicularidad.

El esquema conceptual que relacionaría unos conceptos con otros, materializando una secuencia de razonamiento sería el que sigue:



**Imagen 10.** Mapa conceptual de la unidad relacionando los contenidos incorporados y los existentes.

Otras consideraciones generales respecto a la temporalización y secuenciación de cualquier unidad didáctica tras la experiencia de las prácticas son:

- Programar las sesiones teniendo en cuenta el horario semanal. Por ejemplo, los viernes a última hora los alumnos presentaban mayor dificultad para concentrarse, por lo que sería aconsejable evitar en estas sesiones clases de carácter expositivo. Sin embargo la sesión número once, impartida en el aula de informática en ese mismo tramo horario, se desarrolló satisfactoriamente, quizás al ser una sesión más participativa y motivadora.
- Determinar y comunicar la fecha del examen de manera adecuada: aunque por una parte es conveniente avisar a los alumnos con la máxima antelación, no es posible fijar la fecha hasta que el docente tenga cierta seguridad sobre la asimilación de los contenidos por parte del alumnado. Será por tanto necesario establecer el día exacto poniendo en una balanza esos dos aspectos, lo que será más fácil contando con una mayor experiencia docente y conocimiento de los grupos.

En el siguiente cuadro se refleja la nueva propuesta para la secuenciación de las sesiones tras la incorporación de las ecuaciones de la recta y la eliminación del producto escalar. Aparecen sombreadas en amarillo las sesiones modificadas. También se ha ajustado el total de sesiones hasta 12.

**Tabla 14.** Secuenciación de sesiones modificada.

SESIÓN	CONTENIDOS. Códigos según tabla 2.
<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN. VECTORES.</b> Marco de referencia: Geometría Analítica. Eje de coordenadas, elementos: puntos, rectas, etc. Nuevo elemento: vector. Representación. Para qué usamos los vectores. Ejemplos vida cotidiana. Magnitudes escalares y vectoriales. Elementos de un vector: módulo, dirección sentido. <b>B03.C04</b>
<b>2</b>	<b>COORDENADAS DE PUNTOS Y COMPONENTES DE VECTORES.</b> Vectores equipolentes y vector libre. Componentes de un vector determinado por dos puntos. <b>B01.C02 B03.C04</b>
<b>3</b>	<b>VECTOR DE POSICIÓN. OPERACIONES CON VECTORES I.</b> Vector de posición. Coordenadas de un punto. Producto por un escalar, método gráfico y analítico. <b>B01.C02 B01.C04 B03.C04</b>
<b>4</b>	<b>OPERACIONES CON VECTORES II. MÓDULO DE UN VECTOR. CUESTIONARIO (ver evaluación)</b> Suma y resta de vectores, método gráfico y analítico. Cálculo del módulo de un vector. Teorema de Pitágoras. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04</b>
<b>5</b>	<b>ECUACIONES DE LA RECTA I.</b> Ecuación vectorial. Ecuación paramétrica. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04</b>
<b>6</b>	<b>ECUACIONES DE LA RECTA II.</b> Ecuación continua. Ecuación general. <b>B01.C02   B01.C04 B03.C04</b>
<b>7</b>	<b>ECUACIONES DE LA RECTA III.</b> Ecuación explícita. Ecuación punto pendiente. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04</b>
<b>8</b>	<b>POSICIONES RELATIVAS ENTRE RECTAS. CUESTIONARIO (ver evaluación)</b> Vectores paralelos. Rectas paralelas, coincidentes y secantes. <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04</b>
<b>9</b>	<b>REPASO. PRESENTACIÓN TRABAJO EN GRUPO (ver evaluación)</b> Repaso de ejercicios de clase según preguntas alumnos. <b>B01.C04 B03.C04 B03.C06</b>
<b>10</b>	<b>ACTIVIDAD EN SALA INFOLAB</b> <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04 B03.C06</b>



<b>11</b>	<b>PRUEBA ESCRITA UD</b> <b>B01.C02  B01.C04 B03.C04</b>
<b>12</b>	<b>CORRECCIÓN CONJUNTA PRUEBA ESCRITA</b> Entrega notas examen. Corrección errores comunes. <b>B01.C04 B03.C04</b>

### 3.5. Respecto a la evaluación

Tras la modificación de contenidos propuesta, variarán en consecuencia los criterios y estándares de aprendizaje evaluables de la tabla 10. Se eliminarán los sombreados en amarillo, correspondientes a 1º de Bachillerato y se añaden los estándares señalados en negrita en el siguiente cuadro:

**Tabla 15.** Estándares de aprendizaje evaluables añadidos y criterios correspondientes.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
<b>B03.CE03</b> Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.	<b>B03.CE03.EE01</b> Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores. <b>B03.CE03.EE02</b> Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector. <b>B03.CE03.EE03</b> Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla. <b>B03.CE03.EE04</b> Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos. <b>B03.CE03.EE05</b> Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad. <b>B03.CE03.EE06</b> Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.

Estos nuevos estándares deben estar relacionados tanto con las actividades que se programen como con los instrumentos de evaluación.

Por otra parte, se propone añadir nuevos instrumentos de evaluación ya que se han considerado solo dos (más la prueba de evaluación inicial) en el desarrollo de la unidad didáctica.

Además, estos instrumentos deberían ir encaminados a aumentar el carácter continuo de la evaluación: *La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la Educación Secundaria Obligatoria será continua, formativa e integradora*, tal y como indica la ley de educación en su

redacción anterior y en la actualmente vigente, tras la aprobación de la *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación*.

Asimismo, todos los estándares propuestos deben estar relacionados con un instrumento de evaluación. Por estas dos razones, se propone aumentar el número de instrumentos a seis, siendo el porcentaje que le correspondería a cada uno en la calificación final de la unidad el que se indica en la siguiente tabla:

**Tabla 16.** Instrumentos de evaluación propuestos.

PORCENTAJE	NÚMERO	INSTRUMENTO	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	COMPETENCIAS
0%	10	Prueba de evaluación inicial.	<b>B01.CE02.EE01</b>	CMCT
70%	11	Prueba escrita realizada al final de la unidad.	<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B03.CE03.EE01</b> <b>B03.CE03.EE02</b> <b>B03.CE03.EE03</b> <b>B03.CE03.EE04</b> <b>B03.CE03.EE05</b>	CMCT
5%	12	Cuestionarios digitales a realizar en el aula en sesiones intermedias de la unidad.	<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B03.CE03.EE01</b> <b>B03.CE03.EE02</b> <b>B03.CE03.EE03</b> <b>B03.CE03.EE04</b> <b>B03.CE03.EE05</b>	CMCT CD
5%	13	Actividad Geogebra-Classroom en aula de informática.	<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B03.CE03.EE01</b> <b>B03.CE03.EE02</b> <b>B03.CE03.EE06</b>	CMCT CD
10%	14	Trabajo en grupo <i>La maquinaria perfecta</i> .	<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B03.CE03.EE01</b> <b>B03.CE03.EE02</b> <b>B03.CE03.EE06</b>	CMCT CD CCL CSC
10%	15	Registro de puntos positivos y negativos: ejercicios de clase y comportamiento.	<b>B01.CE02.EE01</b> <b>B01.CE04.EE01</b> <b>B03.CE03.EE01</b> <b>B03.CE03.EE02</b> <b>B03.CE03.EE03</b> <b>B03.CE03.EE04</b> <b>B03.CE03.EE05</b>	CCL

**NOTA.** Se indican en negrita los estándares no evaluados con los instrumentos de evaluación previos y que se incorporan en esta propuesta de mejora.

Respecto a los instrumentos que se proponen, habría que hacer alguna puntualización:

- Se propone que en la prueba escrita **I1** se obtenga una puntuación mínima de un 4 para obtener la nota final de la unidad con el promedio de todos los instrumentos.
- El instrumento I3 podría ser la misma actividad que se realizó, numerada como actividad 3 en el [apartado 2.9.](#), pero considerándola evaluable.
- Respecto al instrumento **I5**, sería similar al utilizado por el tutor usualmente. Sin embargo, se aplicaría de manera un tanto diferente: los alumnos no saldrían de manera voluntaria a la pizarra, si no aleatoriamente según las indicaciones del profesor. Además sí que se tendría en cuenta la correcta resolución del ejercicio, el planteamiento y su justificación.

Como última mejora propuesta respecto a la evaluación, sería necesario articular algún sistema que evaluara la intervención docente a través de una doble vía. Por una parte, con información recabada a los alumnos y por otra, realizando una autoevaluación sobre la consecución de los objetivos marcados, los resultados obtenidos y el desarrollo de la unidad en general.

## 4 | OTRAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS

Junto a la unidad *Vectores en el plano* se impartieron la unidad [Rectas y ángulos](#) en un grupo de 1º de ESO y la unidad [Geometría del plano](#) en un grupo de 3º de ESO.

Además, durante el desarrollo de las prácticas se llevaron a cabo actividades de diferente carácter, descritas con detalle en el [site-web](#). Sin embargo, no fue posible asistir a ninguna actividad extraescolar, suspendidas en el curso 2020-21 debido a las restricciones sanitarias. Tampoco se celebró en este periodo ninguna reunión entre el tutor y las familias, efectuándose la atención a padres durante este curso de manera telefónica.

### 4.1. Otras unidades didácticas impartidas. *Rectas y ángulos* 1º de ESO.

Esta unidad estaba enmarcada en el Bloque 3 del currículum, *Geometría*. Se situó temporalmente en el inicio del tercer trimestre, tras la unidad *Iniciación al Álgebra* y antes de *Polígonos*.

El tutor de prácticas era asimismo tutor de esta clase, formada por siete alumnas y nueve alumnos. Respecto a las características del grupo, estaban motivados y atentos, siendo en ocasiones demasiado tumultuosos. Contaba con dos alumnos repetidores, uno de ellos doble repetidor. Otro de los alumnos y una alumna asistían al programa Impulsa, mientras que un tercero recibía refuerzo

en el aula de las especialistas en pedagogía terapéutica y audición y lenguaje. Respecto a la asignatura de matemáticas, solo un alumno suspendió tanto el primero como el segundo trimestre, el alumno doblemente repetidor. La media del grupo en la asignatura era alta, un 7.20 en el primer trimestre.

Se realizó una [prueba de evaluación inicial](#), planteada a modo de juego. Partiendo de la misma metodología aplicada en 4º de ESO se realizaron algunos ajustes de adaptación a este curso y a la edad de los alumnos:

- Uso de explicaciones breves, con ejemplos de la vida cotidiana en la medida de lo posible. (Ej. búsqueda de líneas paralelas y perpendiculares en el aula, calles del pueblo).
- Realización de alguna actividad manipulativa individual. (Ej. plegado de un folio para explicar el concepto de rectas y puntos como intersecciones entre éstas).
- Envío de trabajos para casa a modo de reto o juego (actividad [Tu nombre en ángulos](#)).
- Realización de un concurso con Geogebra a modo de repaso en la sesión previa al examen.

En cuanto a la secuenciación y temporalización, se programaron nueve sesiones y finalmente fueron trece las impartidas. El contenido de cada una de ellas, los materiales y actividades trabajadas y su relación con las competencias se incluye en el [anexo.2](#).

Se utilizaron los mismos criterios que el tutor para evaluar y calificar esta unidad. En la elaboración de la [prueba escrita](#) se emplearon ejercicios resueltos en clase a los que se añadió uno de elaboración propia. Además, se les pidió que justificaran las respuestas, algo a lo que no estaban habituados. Se obtuvieron buenos resultados: suspendieron dos alumnos de los quince examinados y la nota media fue 7.04.

Por último, se concluye que aunque impartir clase en este nivel es más intenso, la relación que se establece con los alumnos es mucho más estrecha que con los de los niveles superiores. La gran complicidad, confianza y respeto que tenían con su tutor, facilitó en gran medida el trabajo de la docente en prácticas. Por otra parte, este era el grupo donde se encontraba el mayor número de casos particulares: alumnos con refuerzo, absentismo, acoso escolar, etc. Todas estas singularidades dificultaban en ocasiones el desarrollo normal de la clase.

#### **4.2. Otras unidades didácticas impartidas. Geometría del plano 3º de ESO.**

Enmarcada en el Bloque 3 del currículum, *Geometría*, esta unidad se situó temporalmente en el inicio

del tercer trimestre, tras *Funciones lineales y cuadráticas* y antes de la denominada *Triángulos*.

El grupo estaba formado por siete alumnas y nueve alumnos. Contaba con varias alumnas muy participativas y aunque el nivel en general no era muy alto, la dinámica del grupo era muy eficiente. En él se encontraba la alumna más brillante de todos los grupos del tutor, sin alta capacidad reconocida. Respecto al rendimiento en matemáticas de la clase, cuatro alumnos suspendieron el segundo trimestre y tres el primero. La media del grupo en el segundo trimestre fue de 5.4.

Al igual que en las otras unidades, en la primera sesión los alumnos realizaron una [prueba de evaluación inicial](#) para estimar sus conocimientos previos. En el desarrollo de la unidad se aplicó la metodología usual, con las siguientes particularidades:

- Se realizaron un gran número de problemas en clase. Los alumnos eran muy participativos y fue posible mandar algunos ejercicios para casa sobre los que al día siguiente preguntaban.
- Se pretendía que calcularan áreas y perímetros sin aplicar fórmulas aprendidas de memoria. Para ello se elaboró una [ficha](#) específica con las áreas y los perímetros de figuras más complejas obtenidas por descomposición de otras figuras.
- En la sesión de presentación se planteó un reto con un juego manipulativo sobre construir un puente resistente con papel.
- La última sesión de la unidad, tras la entrega de notas de la prueba escrita, se desarrolló en el aula de informática. Los alumnos trabajaron con las herramientas Geogebra-Classroom un [libro de actividades](#) sobre movimientos en el plano elaborado a partir de actividades de otros autores.

Respecto a la secuenciación y temporalización, se programaron nueve sesiones y finalmente se desarrollaron diez, justo hasta el día de finalización de las prácticas. De acuerdo con el tutor se ajustaron los contenidos del tema, eliminando la parte inicial y trabajando la parte final mediante una actividad en Geogebra. El contenido de cada una de ellas, los materiales y actividades trabajadas y su relación con las competencias se incluyen en el [anexo 3](#).

Se ha partido de los mismos criterios de evaluación y calificación que en los otros dos niveles pero con una pequeña diferencia: debido a la premura por acabar la unidad se les facilitó a los alumnos un [listado de quince problemas resueltos](#) con la indicación de que en el examen se incluirían cinco de ellos. A la hora de calificar se tuvo muy en cuenta la justificación correcta de las respuestas por esta razón. Respecto a los resultados de la [prueba escrita](#), suspendieron tres alumnos de los diecisiete y la nota media fue 7.13.

En cuanto a la atención a la diversidad, para la alumna con un nivel académico muy superior al de la clase, se prescribió una actividad del libro de texto marcada en éste como 'desafío'. Además se le propuso la utilización de una aplicación para trabajar la geometría euclídea con diferentes retos, muy intuitiva como Geogebra pero con un enfoque más lúdico: [euclídea.xyz](#).

### 4.3. Otras actividades impartidas

Ajenas al currículum y con el objetivo de conocer al alumnado, se diseñaron e impartieron tres actividades diferentes para 2º, 3º y 4º de ESO. Con los alumnos de 1º de ESO hubo más interacción desde el principio por lo que no se elaboró para ellos ninguna actividad de este tipo. En los siguientes enlaces al site-web se encuentra la descripción de cada una de ellas:

- [Dinámica de presentación en 3º de ESO](#). *Hay una jungla ahí fuera*. El objetivo era que los alumnos se describieran a sí mismos de forma metafórica, a través de la descripción de ciertos animales, para poder conocerlos a nivel personal.
- [Actividad sobre la Niña y la Mujer en la Ciencia en 2º de ESO](#). Se conversó sobre el método científico y el papel de la mujer en la ciencia, proyectando tres vídeos al respecto.

### 4.4. Observación docente junto al tutor

Junto con el tutor se realizaron tareas de observación docente en los siguientes cursos, materias y actividades:

- Matemáticas de 2º de ESO. El grupo estaba formado por seis alumnas y trece alumnos, con un gran número de alumnos que mostraban apatía y desinterés en clase. Se observaron las unidades de *Proporcionalidad*, *Funciones* y *Funciones proporcionales* [[Diario de clases 2º](#)]. Se asistió a los alumnos en todas las sesiones cuando trabajaban en mesa tras las explicaciones del tutor. Asimismo se supervisó la realización de dos exámenes de recuperación con los alumnos que se examinaban en un aula distinta.
- Matemáticas de 1º de ESO, 3º y 4º MOEAC en las unidades didácticas anteriores y posteriores a las impartidas por la docente en prácticas. En 1º de ESO se trabajó sobre la unidad *Iniciación al Álgebra* antes de comenzar con la de *Rectas y Ángulos*. Posteriormente se inició la unidad *Geometría*, que constaría de un trabajo en grupo. [[Diario de clases 1º](#)].

En 3º de ESO estaba finalizando la unidad *Funciones* en los días de la llegada al centro. Se continuó con *Funciones lineales y cuadráticas* antes de empezar con *Geometría*. [[Diario de clases 3º ESO MOEAC](#)]

En 4º de ESO concluyeron la unidad *Trigonometría* en los primeros días de las prácticas. Tras ella se prosiguió con *Vectores en el plano*. Una vez finalizada la docencia de esta unidad el tutor continuó con *Ecuaciones de la recta y la circunferencia*. [\[Diario de clases 4º MOEAC\]](#).

- Tutoría en 1º de ESO. Se observaron diferentes actividades en las sesiones semanales de tutoría, algunas con material preparado por el departamento de orientación, como una sesión sobre adicciones, otras impartidas directamente por las integrantes del departamento y otras en las que se resolvieron problemas propios de la tutoría, como los cambios de ubicación de los alumnos en el aula.
- Guardia en un grupo de 1º de PMAR. Guardias de recreo.

#### 4.5. Observación docente junto a otros profesores

- Sesión del Ámbito Científico-Tecnológico en 1º de Formación Profesional Básica. Fue posible asistir a una de las últimas clases de este grupo antes de que comenzaran sus prácticas en empresa. Los nueve alumnos del grupo iban a pasar a esa nueva fase del curso, aunque varios de ellos habían suspendido en este ámbito. La mayoría contaba con problemas de comportamiento, habiéndoseles aplicado medidas disciplinarias en numerosas ocasiones. La clase versaba sobre poliedros, la profesora repartió entre los alumnos varios cuerpos de madera y proyectó un vídeo de animación infantil.
- Sesión del Ámbito Científico-Tecnológico en 2º de PMAR. La profesora del ámbito señalaba que la mitad de los alumnos del grupo, tres, presentaban dificultades para el aprendizaje, mientras que los otros tres eran alumnos disruptivos. Respecto a la clase, estuvieron trabajando con escalas en el plano.
- Sesión de Matemáticas II en 2º de Bachillerato de Ciencias. Impartida por el director del departamento sobre geometría acerca del cálculo de distancias en el espacio.
- Sesión de la especialista en Pedagogía Terapéutica (PT) con cuatro alumnos con necesidades educativas especiales (ACNEE). En total había seis alumnos con esta designación escolarizados en el centro. Tenían dos sesiones de dos horas a la semana con la PT en la que realizaban actividades diversas como recetas de cocina, manualidades, etc., que pretendían tener un carácter de 'servicio' a la comunidad.

#### 4.6. Reuniones del equipo docente

Fue posible asistir a varios encuentros del profesorado:



- Junta de Evaluación del 2º Trimestre de un grupo de 1º de ESO (la tutoría del tutor de prácticas). Asistieron profesores del grupo-aula, profesoras de refuerzo y orientación y el secretario del centro. En general, todos los profesores referían que se trataba de un grupo muy hablador. El tutor les aconsejó que pusieran partes en respuesta a cualquier mal comportamiento, así como que entraran pronto en el aula en los cambios de clase. Se señaló el fracaso general en las asignaturas que tienen gran cantidad de material para estudiar. Finalmente se revisaron los resultados de los alumnos uno por uno en todas las asignaturas.
- Claustro de profesores. El objetivo principal de este claustro era hacer balance de los resultados del 2º trimestre por parte del equipo directivo: notas comparadas con el anterior, número de partes impuestos a los alumnos, número de confinados por COVID, etc.

## 5 | AUTOEVALUACIÓN

Este apartado de autoevaluación, redactado en primera persona, aborda desde un punto de vista personal el análisis tanto de las prácticas docentes como del máster en su conjunto.

Respecto a las prácticas, cada día en el centro supuso un gran aprendizaje, aún partiendo de experiencia previa en la impartición de clases particulares y talleres de divulgación científica. Subrayaría las siguientes enseñanzas:

- La importancia de tener complicidad con los alumnos, a la vez que autoridad, en un ejercicio diario de equilibrio imposible entre estos dos extremos.
- Advertir la relevancia del departamento de orientación en un centro educativo.
- Aprender de la eficiencia y agilidad mental del tutor de prácticas, capaz, entre otras muchas cosas, de impartir cuatro sesiones seguidas en cuatro grupos de niveles diferentes.
- Descubrir la trascendencia de las relaciones personales en el éxito de la función docente: con los alumnos, el resto del profesorado, las familias, etc.

En el sentido opuesto, se recogen las siguientes observaciones que podrían optimizar la experiencia de las prácticas:

- Habría sido preferible impartir dos unidades didácticas, en lugar de tres, para poder preparar con mayor profundidad las sesiones y dedicar más tiempo a la elaboración del site y el informe. Asimismo, encuentro que sería muy enriquecedor impartir una misma unidad en grupos de diferentes características.

- Aún no pudiendo tener queja de la tutorización recibida, considero que sería preferible que los tutores no fueran profesores interinos. Algunos tienen una menor carga lectiva y pueden encontrarse en una situación personal difícil con una oposición cercana.

En cuanto a cómo me desarrollé en general durante las prácticas, el balance es muy positivo, aunque presenté algunas vacilaciones sobre todo en el tema de la disciplina. Por otra parte, creo que fui más exigente con los mejores alumnos de cada grupo que con los de nivel más bajo.

Respecto a la fase teórica del máster considero que la asistencia a clase y el trabajo junto a mis compañeros en el segundo semestre supuso una experiencia más enriquecedora que la del primero, llevada a cabo en evaluación global y tras una matriculación tardía. Aún así, encuentro que hubo aprendizajes muy provechosos en ambos semestres:

- Los conocimientos adquiridos sobre los elementos del currículum y la legislación en asignaturas como *Didáctica de las Matemáticas* y *Procesos educativos y realidad escolar*.
- Las diversas herramientas tecnológicas conocidas gracias a *Metodología Experimental y Aprendizaje de las Matemáticas* e *Innovación docente*: Geogebra, Látex, Moddle, aplicaciones de Google, etc. Por ejemplo, con estas últimas se elaboró el site-web, imprescindible para la redacción del informe de prácticas y de este Trabajo Fin de Máster.
- Las características de los adolescentes y sus pautas de comportamiento estudiadas en *Psicología y Educación del adolescente*, un conocimiento esencial para los docentes.

Por contra, perfeccionaría las siguientes particularidades de esta primera fase teórica:

- Existía contenido duplicado en algunas asignaturas sin que realmente ninguna lo abordara en profundidad, como por ejemplo la gestión del conflicto en el aula.
- Se otorgaba escasa relevancia a las habilidades docentes necesarias para dar clase en los cursos inferiores de la ESO. En general, el foco de la mayoría de las asignaturas estaba puesto en los niveles superiores como Bachillerato.

Por último, destacar que el máster en conjunto ha supuesto un gran reto debido a mis circunstancias personales y a los años transcurridos alejada del mundo académico y de las matemáticas, que he afrontado con capacidad de trabajo, imaginación, experiencia en divulgación, manejo de recursos y, por último, interés a partes iguales por enseñar y aprender.

## 6 | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LEY ORGÁNICA 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.

ORDEN ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.

DECRETO 98/2016, de 5 de julio, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato para la Comunidad Autónoma de Extremadura.

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y EMPLEO, JUNTA DE EXTREMADURA. (2020), *Guía general para la organización y desarrollo de la actividad educativa para el curso 2020/21 en todos los centros sostenidos con fondos públicos de la Comunidad Autónoma de Extremadura*.

MOYA, F., RODRIGO, J., HERNÁNDEZ, S. MAREA VERDE. *Apuntes de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º B de ESO*.

VARIOS AUTORES. *Unidad 5: Vectores y Geometría*. Colegio Internacional de Sevilla San Fco. de Paula.

VARIOS AUTORES (2020). *Vectores*. Apuntes 4º ESO Matemáticas B. IES 'Fuente Lucena', Alhaurín el grande, Málaga. Recuperado de:

<https://iesfuentelucena.org/web/wp-content/uploads/2020/01/Matematicas-4%C2%BA-ESO-Tema-5-Vectores.pdf>

COLERA, J., COLERA, R., GAZTELU, I., OLIVEIRA, M. (2016). *Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas 4. ESO*. Profesorado. Anaya + Digital.

VARIOS AUTORES. *Matemáticas 4º ESO B, adaptación curricular*. Ed. Santillana Educación.

JANE, N., LYNN, L., & STEPHEN, G. (2015). *Disciplina Positiva en el Salón de Clase*. Ed. Rondine, SC.

MARTÍN DE DIEGO, D., CHACÓN, T., CURBERA, G., MARCELLÁN, F. Y SILES, M.(COORDS.) (2020). *Libro blanco de las matemáticas*. Madrid: Fundación Ramón Areces y Real Sociedad Matemática Española.

Recuperado de: <https://www.fundacionareces.es/fundacionareces/es/publicaciones/libro-blanco-de-las-matematicas.html>

BATANERO C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación UGR.

# **ANEXO 1**

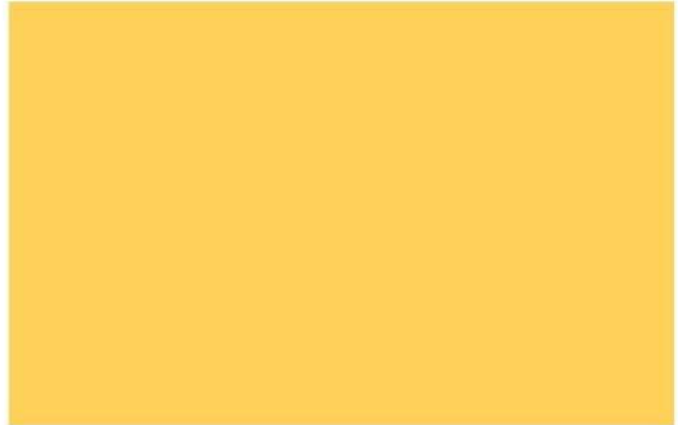
---

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1   Objetivos definidos para la unidad didáctica y código para su identificación. ....	6
Tabla 2   Contenidos de la unidad didáctica, bloque al que pertenecen y código de identificación. ....	9
Tabla 3   Materiales didácticos: sesión en la que fueron utilizados, tipo de soporte y de actividad, autoría. ....	12
Tabla 4   Sesiones impartidas en el desarrollo de la unidad didáctica. Contenidos, materiales, actividades y competencias en cada una de ellas. ....	16
Tabla 5   Datos identificativos actividad 1. ....	18
Tabla 6   Datos identificativos actividad 2. ....	20
Tabla 7   Datos identificativos actividad 3. ....	21
Tabla 8   Datos identificativos actividad 4. ....	23
Tabla 9   Datos identificativos actividad 5. ....	24
Tabla 10   Relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y competencias. ....	26
Tabla 11   Instrumentos de evaluación utilizados. ....	28
Tabla 12   Prueba escrita. Rúbrica y estándares de aprendizaje evaluables. ....	29
Tabla 13   Modificación en los contenidos de la unidad didáctica anteriormente recogidos en la tabla 2. ....	38
Tabla 14   Secuenciación de sesiones modificada. ....	40
Tabla 15   Estándares de aprendizaje evaluables añadidos y criterios correspondientes. ....	41
Tabla 16   Instrumentos de evaluación propuestos. ....	42

## ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1   Fachada exterior IES Maestro Juan Calero, Monesterio, Badajoz. ....	4
Imagen 2   Ejercicio 5 prueba de evaluación inicial, resolución de alumno (en azul) y corrección (en verde). Confusión entre recta perpendicular y vertical. ....	6
Imagen 3   Material didáctico M2. Fichas resumen de la unidad elaboradas para los alumnos. ....	13
Imagen 4   Diapositivas de la presentación 'Vectores o cómo solucionar un problema mundial de miles de millones de dólares.' ....	19
Imagen 5   Ficha de dibujo suma y resta de vectores. Diapositiva con indicaciones y enlace a actividad de Geogebra. ....	20
Imagen 6   Libro de actividades de Geogebra. Actividad propia sobre producto escalar y cálculo de ángulos entre vectores. ....	22
Imagen 7   Sesión número once impartida en el aula de informática 'Infolab'. ....	23
Imagen 8   Diapositivas de la presentación 'Un viaje por el tiempo'. ....	25
Imagen 9   Corrección del ejercicio 3. Exigencia de justificación en la respuesta. ....	28
Imagen 10   Mapa conceptual de la unidad relacionando los contenidos incorporados y los existentes. ....	39



# VECTORES EN EL PLANO

---

Se recogen en este anexo los materiales utilizados y actividades realizadas en las sesiones de la unidad *Vectores en el plano* de 4º de ESO MOEAC, así como las calificaciones obtenidas por los alumnos, en el orden que sigue a continuación.

**Materiales y actividades de elaboración propia:**

- **M3** Presentación de la unidad parte I *Vectores o cómo solucionar un problema mundial de miles de millones de dólares.*
- **M4** Presentación de la unidad parte II.
- **M8** Fichas operaciones con vectores.

Aunque no forma parte del desarrollo de esta unidad, para la dinámica inicial de presentación con el grupo se elaboró la siguiente presentación:

- **M10** Presentación *Un viaje por el tiempo.*

**Materiales y actividades del departamento:**

- **M1** Apuntes del departamento.
- **M7** Listado de ejercicios de la unidad.

**Instrumentos de evaluación:**

- **I0** Prueba de evaluación inicial.
- **I1** Prueba escrita UD.
- **I2** Registro de puntos positivos y negativos.

**Calificaciones alumnos:**

- Calificaciones 2º Trimestre desglosadas.
- Calificaciones prueba escrita unidad didáctica.





**El canal de Suez, bloqueado**

Únicos 300 buques, entre petroleros o de transporte de contenedores están inmovilizados.

El buque "Ever Given" de 400 metros de eslora encalló la noche del martes

- 6 días atascado
- 400 barcos inmovilizados
- Pérdidas millonarias
- Comercio mundial paralizado

*Fuente: La Vanguardia*



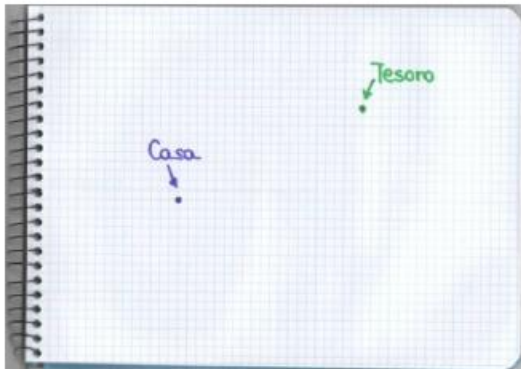
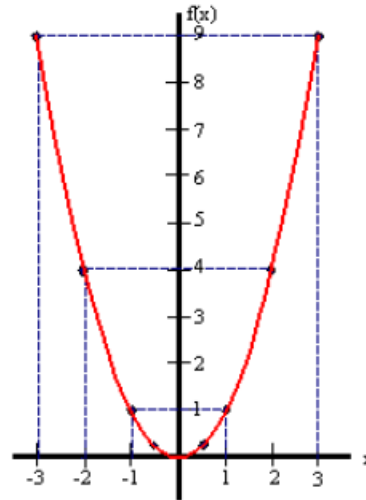
## GEOMETRÍA ANALÍTICA

$$f(x) = x^2$$

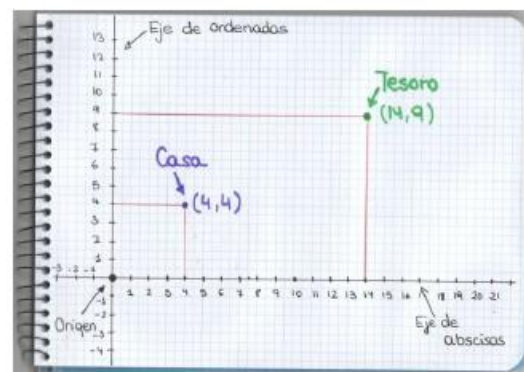
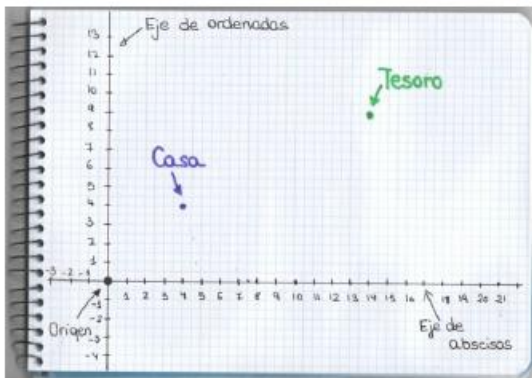


# GEOMETRÍA ANALÍTICA

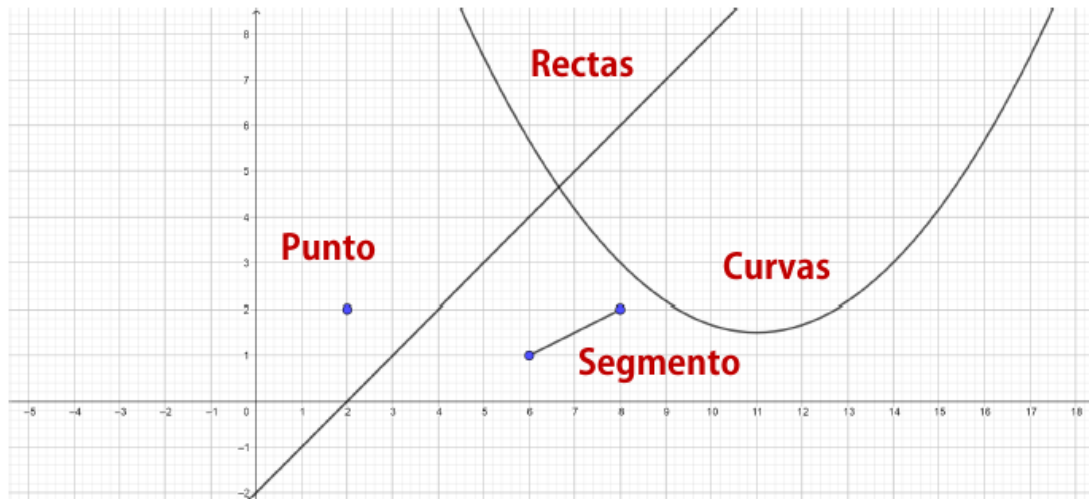
$$f(x) = x^2$$



## EJES CARTESIANOS COORDENADAS

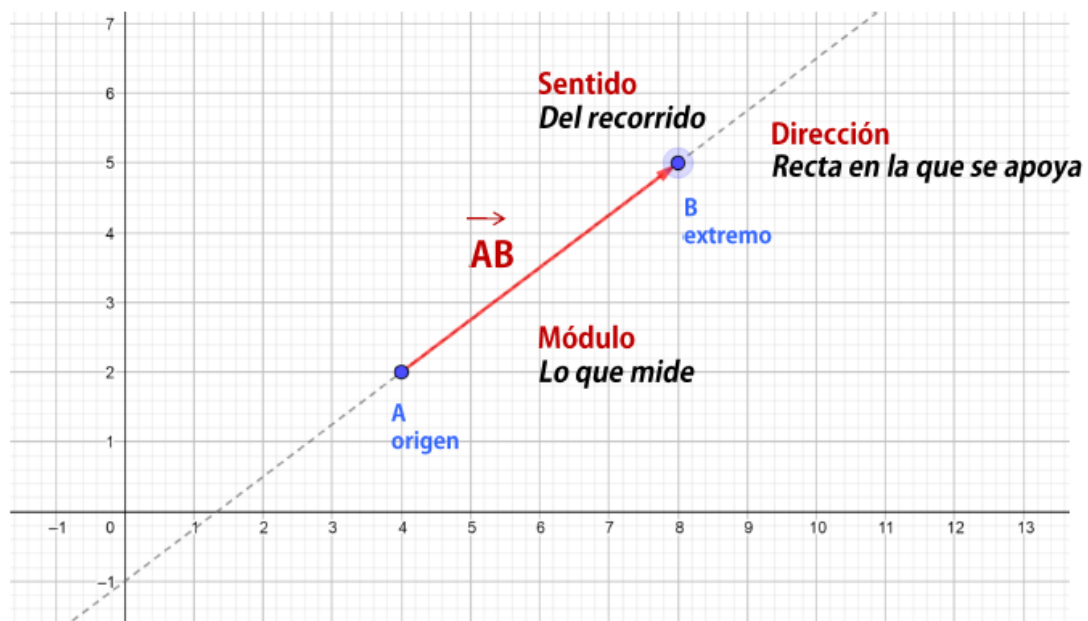


## ¿QUÉ CONOCEMOS?



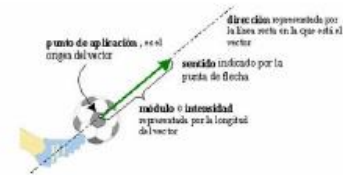
**Vamos a añadir un nuevo elemento ...**

## VECTOR = *sector orientado*



## ¿PARA QUÉ SIRVEN?

Magnitudes vectoriales / escalares



## CÁLCULO VECTORIAL

- Videojuegos
- Google maps
- Arquitectura etc.

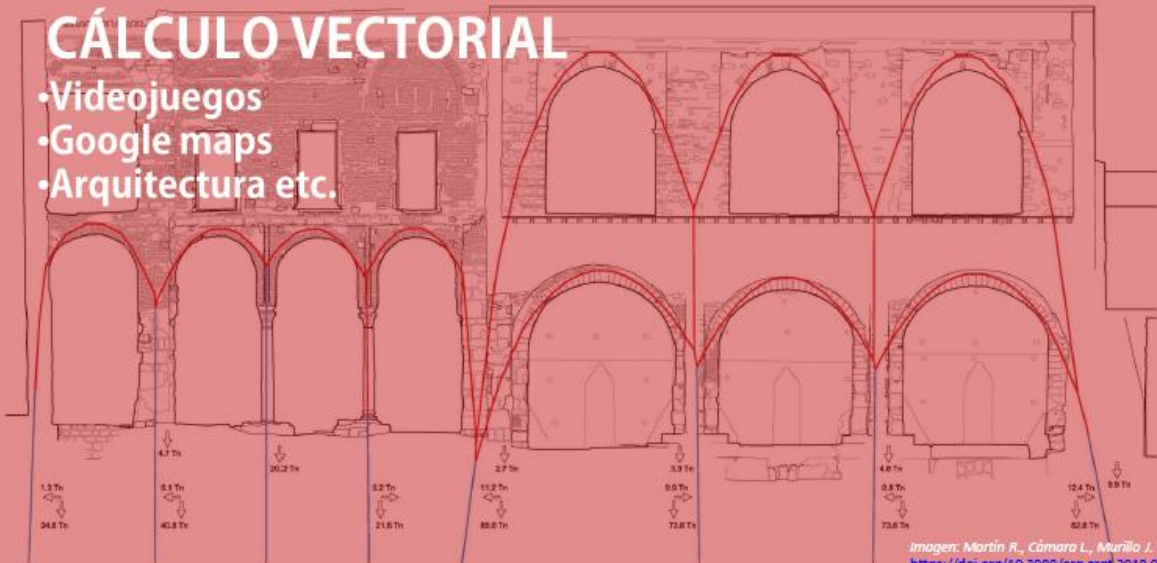


Imagen: Martín R., Cámara L., Murillo J.  
<https://doi.org/10.3989/ara.arq.2018.001>

## ... PARA LIBERAR UN BARCO ATASCADO

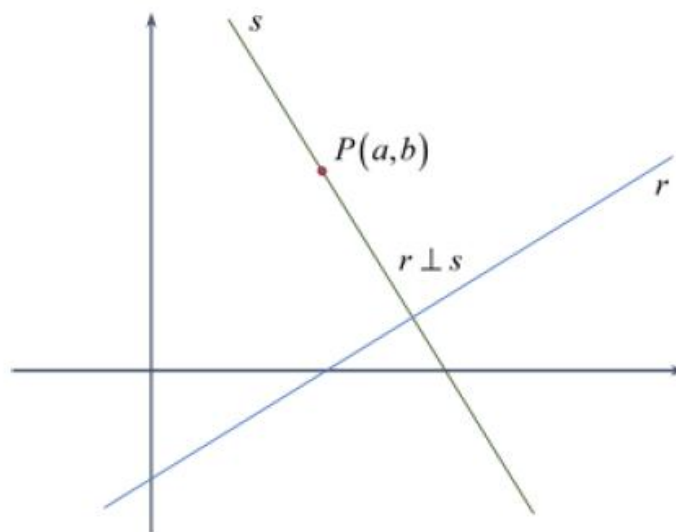


## Cuestiones:

1. Si dos vectores están situados sobre rectas paralelas, ¿tienen la misma dirección? (Ej. 14)
2. ¿Cuál es el módulo del vector nulo, vector en el que coinciden su origen y su extremo? (Ej. 15)
3. ¿La fuerza es una magnitud escalar o vectorial? ¿Y el volumen?
4. ¿El módulo de un vector puede ser negativo?
5. Si dos coches van por la autovía, uno de Sevilla a Monesterio y otro de Monesterio a Sevilla, ¿su trayectoria tiene la misma dirección? ¿Y el mismo sentido?

## Perpendicular:

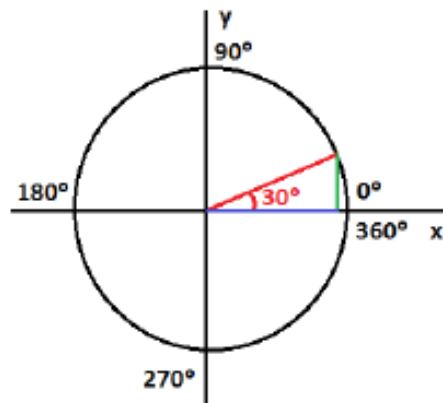
- Forman  $90^\circ$
- Dividen al plano en 4 partes iguales



$$\cos 90^\circ = 0$$

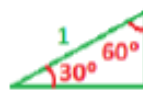
$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\cos 180^\circ = -1$$

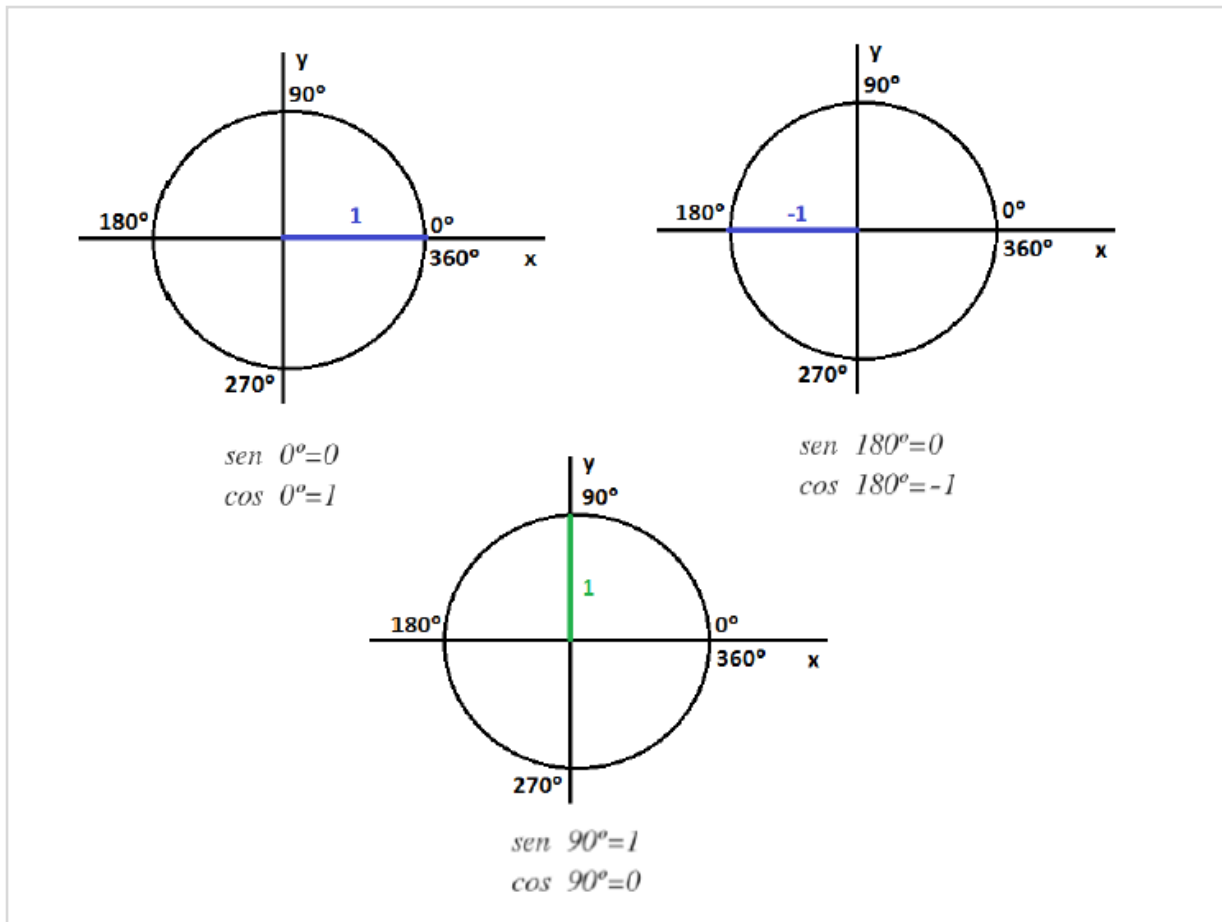


$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

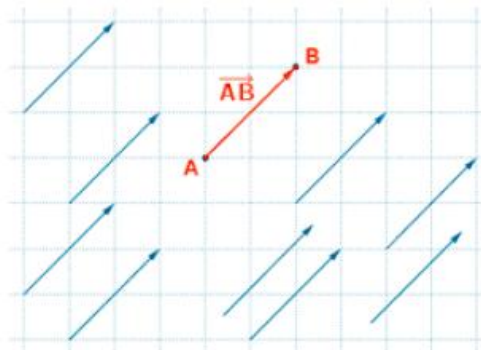






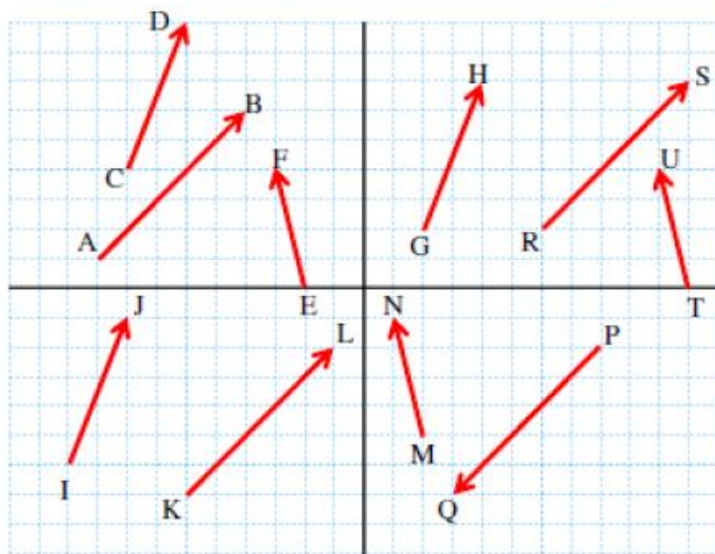
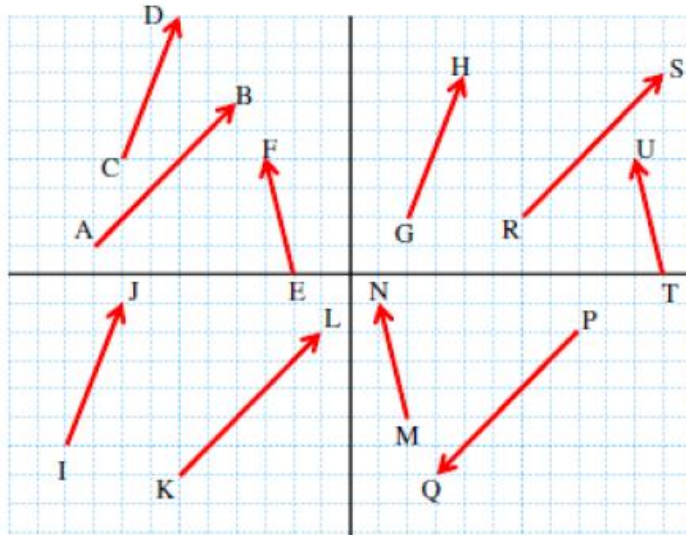
## VECTORES EQUIPOLENTES. VECTOR LIBRE

Un vector es EQUIPOLENTE a otro si tiene el mismo módulo, dirección y sentido



Al conjunto de vectores equipolentes de un vector se le llama VECTOR LIBRE

## ¿Cuáles son equipolentes?



$\vec{AB}, \vec{RS}$  y  $\vec{KL}$

$\vec{EF}, \vec{MN}$  y  $\vec{TU}$

$\vec{CD}, \vec{GH}$  y  $\vec{IJ}$

<p>2. Representa los siguientes vectores:</p> <p>a. <math>\vec{a} = (4, 3)</math></p> <p>b. <math>\vec{b} = (-2, 7)</math></p> <p>c. <math>\vec{c} = (5, 0)</math></p> <p>d. <math>\vec{d} = (0, 8)</math></p> <p>e. <math>\vec{e} = (1, 0)</math></p>	<p>4. Las coordenadas de los puntos A, B, C y D son: A(3, 0), B(5, -1), C(7, 4) y D(0, -4). Representa los vectores de posición <math>\vec{a}</math>, <math>\vec{b}</math>, <math>\vec{c}</math> y <math>\vec{d}</math>.</p>
--	--

## VECTORES DE POSICIÓN

## PRODUCTO POR UN ESCALAR

<p>Ej. 1 Dados los puntos:</p> <p>O(7,2) P(11,5)</p> <p>a) Dibuja el vector OP b) Calcula sus coordenadas c) Dibuja los vectores 2OP, -4OP d) Calcula las coordenadas de los vectores 2OP, -4OP</p> <p>Ej. 2 Dados los puntos:</p> <p>M(-8,3) N(-11,6)</p> <p>a) Dibuja el vector MN b) Calcula sus coordenadas c) Dibuja los vectores 3MN, -2MN d) Calcula las coordenadas de los vectores 3MN, -2MN</p>	
---	--

### PARTE 1 primer ejercicio



1. Sumar gráficamente  $\vec{AB} + \vec{BC}$
2. Calcular analíticamente  $\vec{AB} + \vec{BC}$
3. Trasladar el vector suma  $\vec{AB} + \vec{BC}$  al origen
4. ¿Cuáles son las coordenadas? ¿Coinciden con el cálculo?

### PARTE 2 segundo ejercicio

1. Trasladar  $\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$  al origen
2. Dibujar el vector  $-\vec{BC}$
3. Sumar gráficamente los vectores  $\vec{AB}$  y  $-\vec{BC}$
4. Calcular analíticamente  $\vec{AB} - \vec{BC}$
5. ¿Coinciden las coordenadas?

[El Ej. 3 de la hoja lo haremos en el cuaderno]

SESIÓN 4: OPERACIONES CON VECTORES II

Ej. Sea $A = (-13, -5)$ ; $B = (-16, -7)$ y $C = (-10, -10)$ : Dibuja los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{BC}$ Halla $\vec{AB} + \vec{BC}$ Halla $\vec{AB} - \vec{BC}$	12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	SUMA Y RESTA DE VECTORES
Ej. 3 Sean $a = (1, 1)$ $b = (-1, 2)$ $c = (3, 1)$ halla: a) $s = 2a + 3b$ b) $r = a - b$ d) $u = a + b + c$	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	
-17 -16 -15 -14 -13 -12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 1	



1

## PRESENTE

Háblanos de alguien a quien admires.  
Explica el porqué .





2

## PASADO

¿Cuál es tu logro del que te sientes más orgulloso?



3

## FUTURO

Cierra los ojos... ¿cómo te ves dentro de veinte años?





## 8

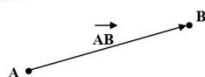
## VECTORES EN EL PLANO.

## 1. VECTORES.

Un vector es un segmento orientado que queda determinado por dos puntos en el plano,  $A$  y  $B$ , y el orden de éstos. El primero de los puntos se llama origen del vector y el segundo extremo, y se escribe  $\overrightarrow{AB}$ .

## ELEMENTOS DE UN VECTOR.

- **Módulo:** es la longitud del segmento  $\overline{AB}$ . Se representa así  $|\overrightarrow{AB}|$
- **Dirección:** es la recta sobre la que está situado el vector  $\overrightarrow{AB}$ .
- **Sentido:** es la forma de recorrer el vector cuando vamos del punto  $A$  al punto  $B$ . En una dirección tenemos siempre dos sentidos, no confundir dirección con sentido.



Los vectores se representan con dos letras mayúsculas, origen y extremo, o bien con una minúscula, y en ambos casos siempre con una flecha encima.

Si el origen y el extremo coinciden a ese vector se le llama vector nulo y tiene de módulo cero. Se representa  $\overrightarrow{AA}$  o también  $\vec{O}$ .

Dos vectores son **equivalentes** (o equipolentes) cuando tienen el mismo módulo, dirección y sentido, aunque estén aplicados en puntos distintos del plano.



Estos tres vectores son equivalentes o equipolentes. Al conjunto de vectores equipolentes a uno dado se llama **vector libre**.

## 2. COORDENADAS CARTESIANAS DE VECTORES Y PUNTOS.

## 2.1. COORDENADAS DE UN VECTOR.

Sean  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  dos vectores perpendiculares y de módulo uno; sea  $O$  un punto cualquiera del plano. El conjunto  $R = \{O; \vec{i}, \vec{j}\}$  forma un sistema de referencia que se llama **sistema de referencia canónico del plano**. Mira el dibujo de la siguiente página. En un sistema de referencia como este cualquier otro vector se puede expresar en función de los dos vectores  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$ .

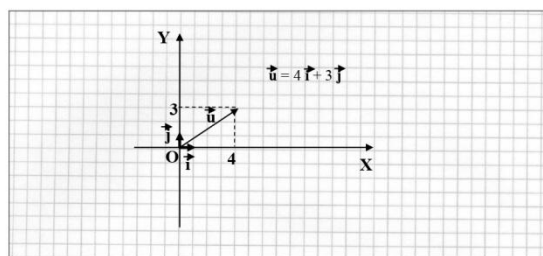
58/111

**Autor:** Alejandro Fernández Muñoz.

Departamento de matemáticas. IES Maestro Juan Calero, Monesterio.

Extracto tema completo. Vectores y coordenadas

Por ejemplo, el vector  $\vec{u} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ ; como puedes observar, los dos vectores  $\vec{i}, \vec{j}$  son perpendiculares entre sí y tienen su origen en el punto  $O$



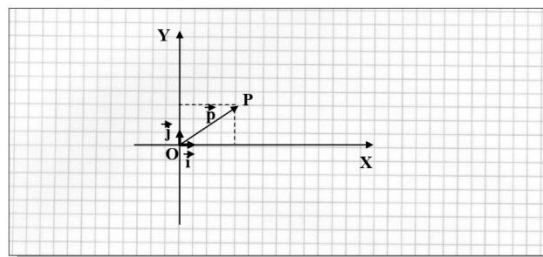
Al par de números  $(4, 3)$  le llamaremos **coordenadas** del vector  $\vec{u}$ .

Las **coordenadas** del vector  $\vec{u}$  respecto del sistema de referencia  $R = \{O; \vec{i}, \vec{j}\}$  son el par de números  $(x, y)$  que verifican  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

## 2.2. COORDENADAS DE UN PUNTO.

Consideremos el sistema de referencia  $R$ , y sea  $P$  un punto cualquiera del plano. Se llama **vector de posición** del punto  $P$  al vector  $\overrightarrow{OP}$  que tiene su origen en el punto  $O$  del sistema de referencia y su extremo en  $P$ , lo representaremos por  $\vec{p}$ .

Las coordenadas de un punto en un sistema de referencia  $R$  son las mismas que las de su vector de posición. Para representar puntos utilizaremos siempre una letra mayúscula.



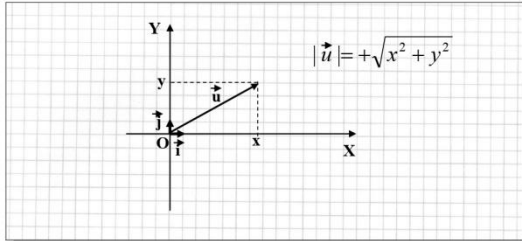
Las coordenadas del punto  $P(3,4)$  son las mismas de su vector de posición  $\vec{p} = (3,4)$

59/111

Como podéis ver  $\vec{a} + \vec{AB} = \vec{b}$ , y despejando tenemos que  $\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ , luego las coordenadas del vector  $\vec{AB}$  se obtienen restando las coordenadas de los vectores de posición de los puntos A y B, es decir, restando las coordenadas de esos puntos.

#### 4. MÓDULO DE UN VECTOR.

Como sabemos, el módulo de un vector es su longitud. Para calcular el módulo de un vector utilizaremos sus coordenadas y el Teorema de Pitágoras. Tengamos un vector  $\vec{u}$  de coordenadas (x, y), es decir,  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ :



Como veis en el dibujo, el vector forma un triángulo rectángulo con el eje X. El módulo del vector sería la hipotenusa y las dos coordenadas, que son las proyecciones del vector sobre los ejes, serían los catetos. La expresión que acabamos de ver se llama **expresión analítica** del módulo de un vector. Utilizaremos la palabra analítica cuando trabajemos con las coordenadas.

#### 5. PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES.

Los vectores se pueden multiplicar entre sí: **escalarmente o vectorialmente**. En el primer caso obtendremos un **número (escalar)** y en el segundo un vector. En este curso sólo veremos el producto escalar porque el vectorial necesita de herramientas matemáticas que todavía no poseéis.

El producto escalar de dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , y se designa  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ , se obtiene del siguiente modo:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$$

donde  $\alpha$  es el ángulo que forma  $\vec{u}$  con  $\vec{v}$ .

De la expresión anterior se puede deducir que el producto escalar es un **número**, pues es el producto de dos módulos (números) por un coseno (otro número). No lo olvidéis.

**Autor:** Alejandro Fernández Muñoz.

Departamento de matemáticas. IES Maestro Juan Calero, Monesterio.

Extracto tema completo. Módulo de un vector y producto escalar.

También de la fórmula se puede deducir que el producto escalar es conmutativo porque si multiplicamos  $\vec{v}$  por  $\vec{u}$  lo único que cambia en la fórmula es que ahora el ángulo que forma  $\vec{v}$  con  $\vec{u}$  sería el opuesto de  $\alpha$ :  $(-\alpha)$ , porque se mide al revés, y si recordáis de temas anteriores  $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ , por lo que el resultado final sería el mismo.

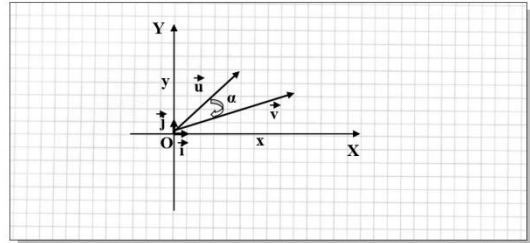


Figura 5

#### 5.1. EXPRESIÓN ANALÍTICA DEL PRODUCTO ESCALAR.

Consideremos el sistema de referencia R. Calculemos los siguientes productos escalares:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = |\vec{i}| \cdot |\vec{i}| \cdot \cos(\vec{i}, \vec{i}) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$\vec{j} \cdot \vec{j} = |\vec{j}| \cdot |\vec{j}| \cdot \cos(\vec{j}, \vec{j}) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \quad (*)$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = |\vec{i}| \cdot |\vec{j}| \cdot \cos(\vec{i}, \vec{j}) = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

Existe otra forma de obtener el producto escalar de dos vectores sin necesidad de conocer el ángulo que forman. Para ello utilizaremos sus coordenadas. Sean dos vectores  $\vec{u} = (x_1, y_1)$  y  $\vec{v} = (x_2, y_2)$ ; estos vectores los podemos poner así

$$\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} \quad ; \quad \vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$$

Si multiplicamos  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  tendremos que multiplicar las dos expresiones y teniendo en cuenta (\*) nos quedaría después de simplificar que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$  que sería la **expresión analítica del producto escalar**, veámoslo:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j}) \cdot (x_2\vec{i} + y_2\vec{j}) = x_1x_2\vec{i} \cdot \vec{i} + x_1y_2\vec{i} \cdot \vec{j} + y_1x_2\vec{j} \cdot \vec{i} + y_1y_2\vec{j} \cdot \vec{j} = x_1x_2 + y_1y_2$$

**Autor:** Alejandro Fernández Muñoz. Departamento de matemáticas.  
IES Maestro Juan Calero, Monesterio.

## EJERCICIOS

Matemáticas, 4º ESO Académicas. Curso 2018-19

**TEMA 8: Vectores en el Plano**

- Efectúa las siguientes operaciones con vectores:
  - $(2, -5) - (1, -7)$
  - $3[(2,1) + (5, -2)]$
  - $4[(6, -7) - (6, -7)]$
  - $(4, -1) \cdot (6, -7)$
- Representa los siguientes vectores:
  - $\vec{a} = (4, 3)$
  - $\vec{b} = (-2, 7)$
  - $\vec{c} = (5, 0)$
  - $\vec{d} = (0, 8)$
  - $\vec{e} = (1, 0)$
- Dados los tres vectores  $\vec{a} = (1, 1)$ ,  $\vec{b} = (-1, 2)$  y  $\vec{c} = (3, 1)$ , calcula de forma analítica las siguientes operaciones. Calcula de forma gráfica los apartados a), b) y d)
  - $s = 2a + 3b$
  - $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b}$
  - $\vec{t} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
  - $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
  - $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{b} - 3\vec{c}$
- Las coordenadas de los puntos A, B, C y D son: A(3, 0), B(5, -1), C(7, 4) y D(0, -4). Representa los vectores de posición  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  y  $\vec{d}$ .
- Para los puntos del ejercicio anterior, halla las coordenadas de los siguientes vectores:
  - $\vec{AB}$
  - $\vec{AC}$
  - $\vec{AD}$
  - $\vec{BC}$
  - $\vec{BD}$
  - $\vec{CD}$
- Conocemos las coordenadas de los vectores  $\vec{u} = (3, -1)$ ,  $\vec{v} = (5, 2)$  y  $\vec{w} = (-7, 1)$ , calcula:
  - Sus módulos
  - $\vec{u} \cdot \vec{v}$
  - $\vec{u} \cdot \vec{w}$
  - $\vec{v} \cdot \vec{w}$
- Calcula el producto escalar de los siguientes vectores y di si alguna de las parejas de vectores es perpendicular:
  - $\vec{a} = (2, -7)$  y  $\vec{b} = (3, -9)$
  - $\vec{c} = (5, 0)$  y  $\vec{d} = (0, -6)$
  - $\vec{e} = (-1, 5)$  y  $\vec{f} = (-2, 0)$
  - $\vec{g} = (2, -3)$  y  $\vec{h} = (3, -2)$
- Calcula los ángulos de un triángulo de vértices A(0, -2), B(-1, 6) y C(2, 3).
- Las coordenadas de dos vectores son  $\vec{a} = (-1, 5)$  y  $\vec{b} = (2, 3)$ . Halla el ángulo formado por dichos vectores.
- Dado el vector  $\vec{u} = (-3, 4)$ , calcula un vector que lleve la misma dirección que él. Calcula un vector unitario del vector  $\vec{u}$ .
- El vector  $\vec{AB}$  tiene de coordenadas (5, -6). Si A(1, -3), calcula las coordenadas del punto B.
- ¿Puede ser el módulo de un vector un número negativo? ¿Puede ser el producto escalar de dos vectores otro vector? ¿Y un número negativo?
- ¿Es posible que la suma de dos vectores no mulo sea un vector nulo? ¿Cómo son los vectores?
- Si dos vectores están situados sobre rectas paralelas ¿tienen la misma dirección?
- ¿Cuál es el módulo del vector nulo?
- ¿Cuál sería el ángulo que forman dos vectores de coordenadas (1, 1) y (-1, -1)? ¿Y si los dos vectores tuvieran las coordenadas (1, 0) y (-1, 0)? ¿Y si fueran (2, 0) y (0, 3)?
- Sabiendo que un vector tiene de coordenadas (2, 5), calcula dos vectores perpendiculares a él.
- Los vectores  $\vec{u} = (5, 3)$  y  $\vec{v} = (-3, 5)$  ¿son perpendiculares? Generaliza el resultado para que dos vectores de coordenadas (x, y) y (x', y') sean perpendiculares.
- Averigua el valor de x para que los siguientes puntos estén alineados: R(2, 7); S(5, -1) y Q(x, -25)

EVALUACIÓN INICIAL. UD VECTORES EN EL PLANO 4º ESO MOEAC.

Alumno/a:.....

**1. Calcula:**

$5 - (-2) + 7 - 1 + 10 + (-3) =$

$5 \cdot (-2) + 7 \cdot (-2) - 12 =$

$5 \cdot (-2) - 7 \cdot (-2) \cdot (-2) =$

$5 + 1 - (-7) - 2 - 10 =$

**2. Calcula sin resolver paréntesis:**

$5 \cdot (3 + 4) =$

$7 \cdot (5 - 2) + 3 \cdot (4 + 3) =$

**3. Escribe el valor de:**

$\cos 180^\circ =$

$\cos 0^\circ =$

$\cos 90^\circ =$

**4. En el siguiente sistema de coordenadas**

a) Dibuja los siguientes puntos:

E (0, -2)

F (5, -2)

G (-1, 0)

H (2, -1)

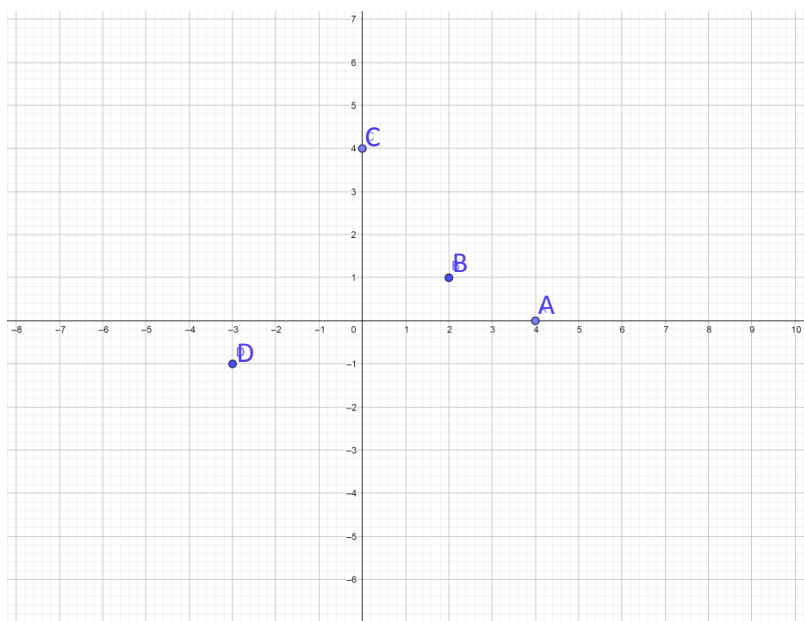
b) ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos :

A ( , )

B ( , )

C ( , )

D ( , )

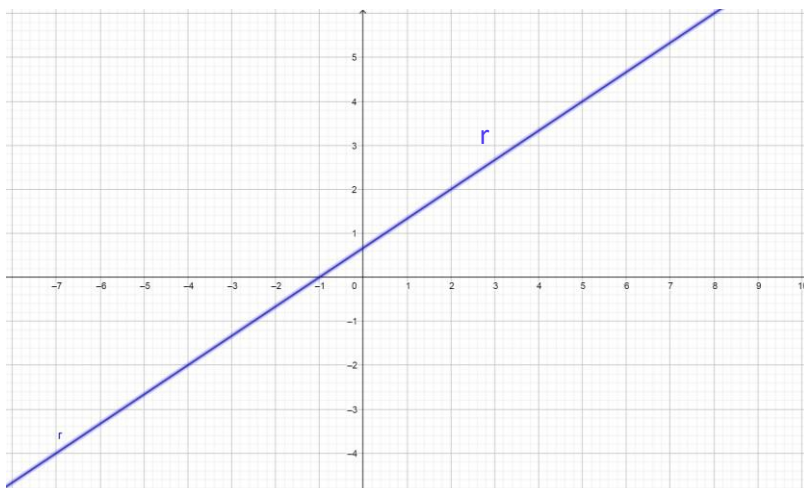


**5. Dada la recta r, dibuja:**

a) una recta paralela a r

b) un segmento paralelo a r

c) una recta perpendicular a r



## Examen Tema 8, Vectores en el plano, 4º ESO A. 26 de abril de 2021

Alumno/a:.....

**1. Responde a las siguientes cuestiones y justifica tu respuesta:**

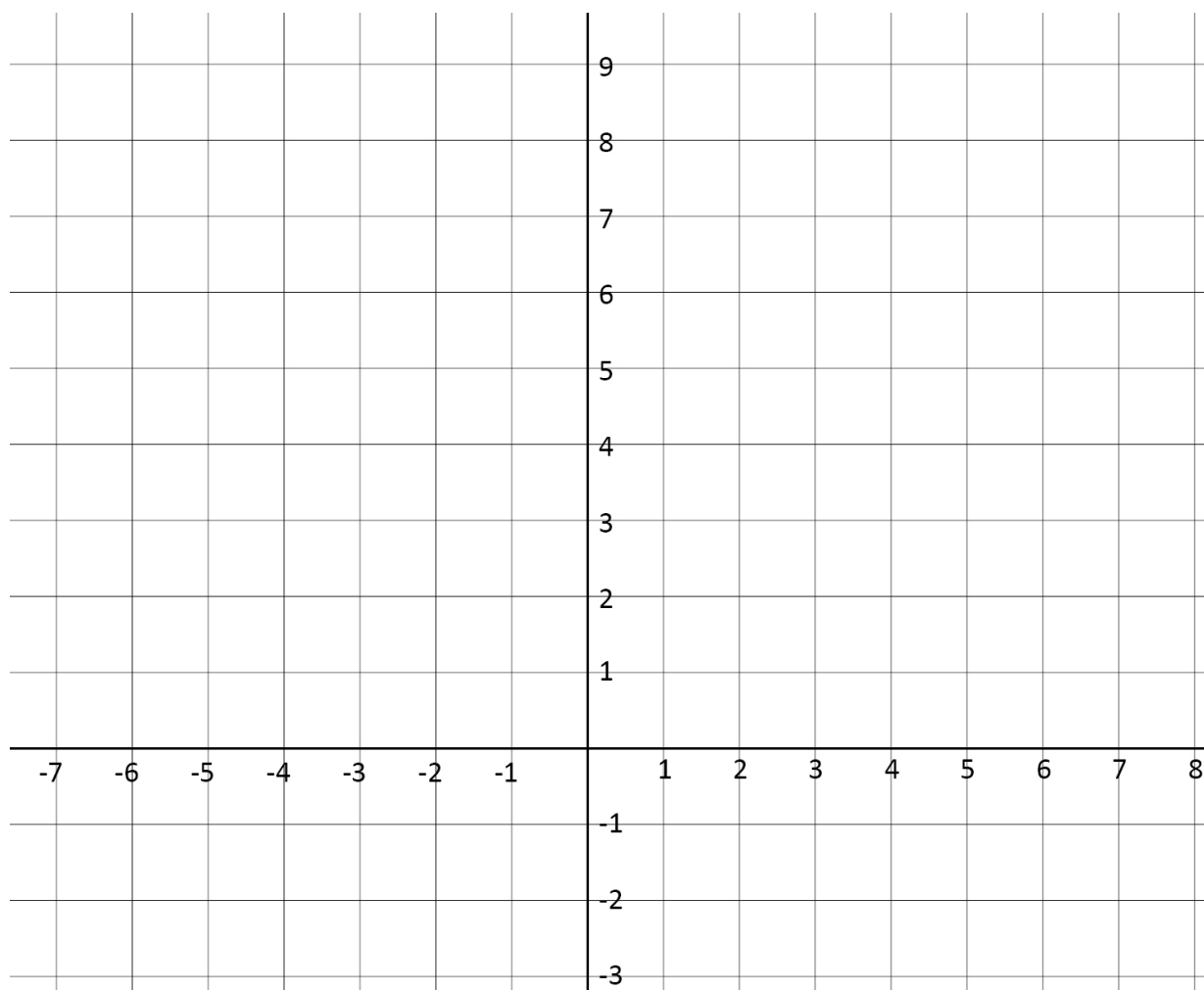
- Si dos vectores están situados sobre rectas paralelas, ¿tienen la misma dirección? ¿Por qué?
- ¿Puede ser el módulo de un vector un número negativo? ¿Por qué?
- ¿Puede ser el producto escalar de dos vectores otro vector? ¿Y un número negativo? ¿Por qué?
- ¿La fuerza es una magnitud escalar o vectorial? ¿Y el volumen? ¿Por qué?
- Dos vectores son equipolentes cuando...

[2.5 puntos total= 0.5 puntos cada apartado]

**2. Dados el vector  $\vec{a} = (1,1)$  y el vector  $\vec{b}$  con origen en el punto B (4, 2) y extremo en el punto C (3, 4) calcula:**

- Las coordenadas del vector  $\vec{b}$
- Calcula analíticamente y gráficamente el vector  $\vec{s} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$
- Calcula analíticamente y gráficamente el vector  $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b}$

[2.5 puntos total= 0.5 puntos apartado a) y 1 punto por cada apartado b y c]



**3. Sabiendo que un vector tiene de coordenadas (2,5) calcula:**

- Dos vectores paralelos a él.
- Dos vectores perpendiculares a él. Comprueba el resultado con el producto escalar.

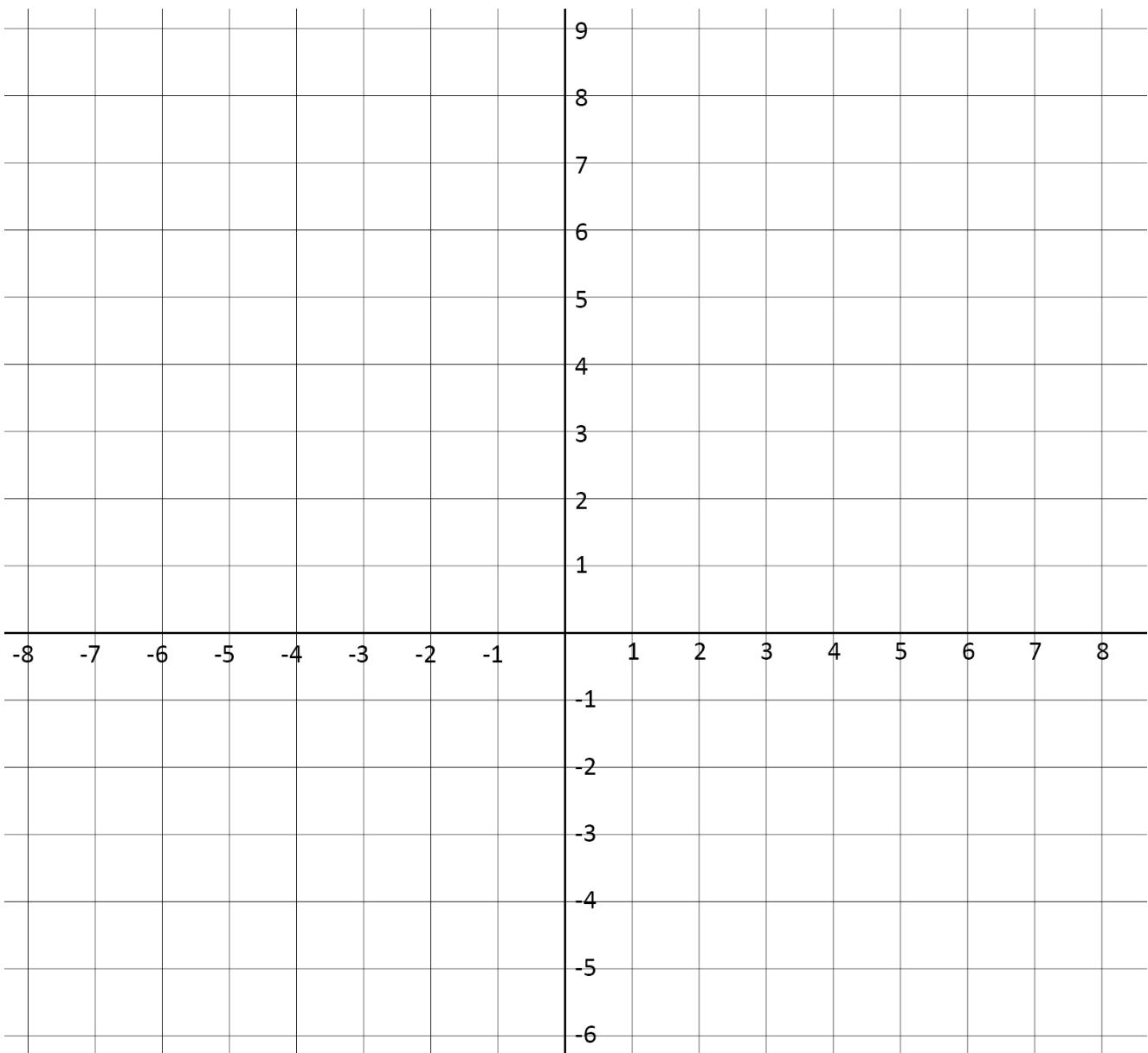
[2.5 puntos total= 1 punto apartado a y 1.5 apartado b]

**4. Cuál es el ángulo que forman dos vectores de coordenadas:**

- (1,1) y (-1,-1)
- (2,0) y (0,3)
- (-1,5) y (2,3)

En cada apartado tras hacer el cálculo comprueba la respuesta gráficamente.

[2.5 puntos total= 0.5 puntos por cada apartado + 1 por la representación gráfica]



	CALENDARIO															Total
	6	7	9	12	13	14	16	19	20	21	23	26	27	28	30	
Alumno 1		1	1					1					1			4
Alumno 2																0
Alumno 3	-1		0				0	0	0	1						0
Alumno 4								1		1			1			3
Alumno 5		1					1						1			3
Alumno 6			1													1
Alumno 7			1													1
Alumno 8										1						1
Alumno 9	-1	1	0				-1	-1	0							-2
Alumno 10	-1	1	0				-1	-1	0	1						-1
Alumno 11		1	1					1								3
Alumno 12																0
Alumno 13		1						1								2
Alumno 14		1	1				1		1				1			5
Alumno 15								1								1
Alumno 16							1	1	0							2

## ORDINARIA 2º TRIM

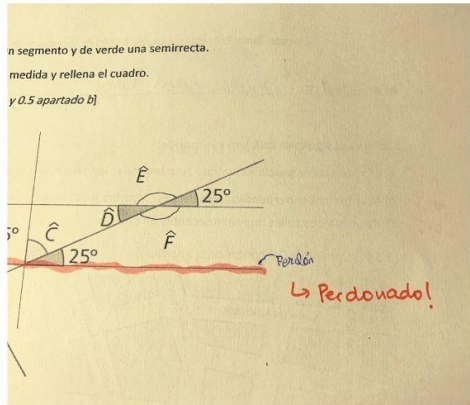
Alumno	10-feb	02-mar	22-mar	Media Exámenes	Aula	Media Evaluación	Rayuela
Alumno 1	7,9	9,8	9,7	8,22	7	8,92	9
Alumno 2	6,9	9,8	9	7,71	6	8,31	8
Alumno 3	7,75	8,3	6,75	6,84	10	7,84	8
Alumno 4	7,9	8,6	7,25	7,125	8	7,925	8
Alumno 5	8	10	9,5	8,25	6	8,85	9
Alumno 6	5,5	7,6	3,25	4,905	3	5,205	5
Alumno 7	4,55	8,4	8,5	6,435	3	6,735	7
Alumno 8	5,9	9,6	9,5	7,5	6	8,1	8
Alumno 9	5,5	3,5	4,5	4,05	4	4,45	4
Alumno 10	5,3	4,4	6,25	4,785	7	5,485	5
Alumno 11	5,7	9,5	8	6,96	5	7,46	7
Alumno 12	2	5,5	8,25	4,725	0	4,725	5
Alumno 13	6,55	9,7	6	6,675	5	7,175	7
Alumno 14	6,65	9,5	9	7,545	4	7,945	8
Alumno 15	9,1	9,7	9,5	8,49	7	9,19	9
Alumno 16	8,5	9,7	9,15	8,205	6	8,805	9

## CALIFICACIONES PRUEBA UD

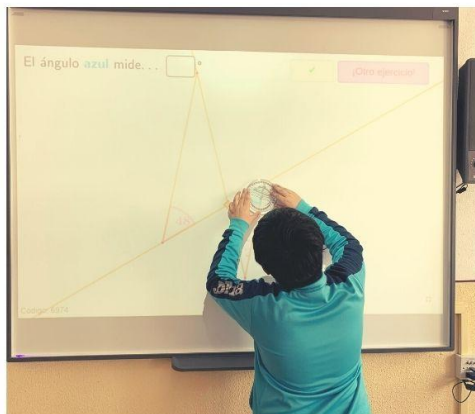
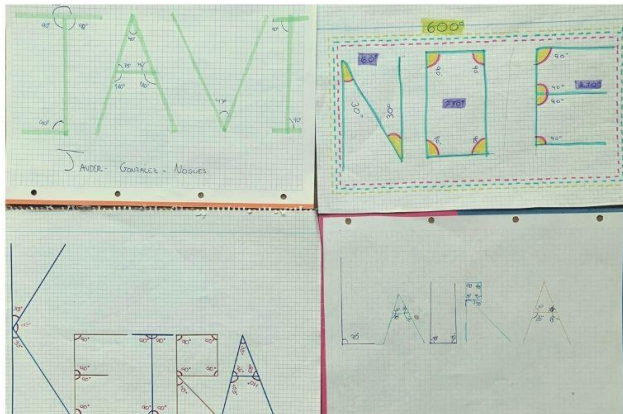
Alumno	26-abr. Calificación
Alumno 1	8,8
Alumno 2	9,8
Alumno 3	3,75
Alumno 4	6,9
Alumno 5	9,3
Alumno 6	5,2
Alumno 7	5,4
Alumno 8	8,95
Alumno 9	5
Alumno 10	5,5
Alumno 11	6,65
Alumno 12	2
Alumno 13	8,95
Alumno 14	8,2
Alumno 15	9,8
Alumno 16	8,65



# **ANEXO 2**



# 1º ESO



# UD RECTAS Y ÁNGULOS

---

Se recoge en este anexo la información sobre todas las sesiones de la unidad RECTAS Y ÁNGULOS DE 1º de ESO, así como sobre los materiales utilizados y actividades realizadas.

SESIÓN	CONTENIDOS	MATERIALES / ACTIVIDADES / COMPETENCIAS
<b>1</b> 20 abril	<b>INTRODUCCIÓN. EVALUACIÓN INICIAL.</b> ¿Qué es la geometría? Evaluación inicial: cambio unidades y clasificación ángulos. Clasificación rectas.	Presentación de elaboración propia. Prueba evaluación inicial. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Pasatiempos busca-ángulos</i></li> <li>• <i>Experimentos de plegado de A4</i></li> </ul> <b>CMCT/ CL / CAA / CSCC / SIE</b>
<b>2</b> 21 abril	<b>RECTAS EN EL PLANO. ÁNGULOS I.</b> Identificar puntos, rectas, segmentos. Posiciones de la recta: paralelas, concurrentes y perpendiculares. Identificar y representar ángulos. Clasificar ángulos: obtusos, agudos, rectos.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs 1-4 pág. 183</i></li> <li>• <i>Ejs 14 y 15 pág.185</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>3</b> 22 abril	<b>ÁNGULOS II. CAMBIO DE UNIDADES I.</b> Medir ángulos con el transportador. Unidades de medida de ángulos. Cambio de unidades.	Esquema cambio unidades Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 7,8,10 pág. 185</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>4</b> 23 abril	<b>CAMBIO DE UNIDADES II.</b> Cambios de unidades. Forma compleja e incompleja.	Esquema cambio unidades Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 11 y 12 pág. 185</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>5</b> 26 abril	<b>CAMBIO DE UNIDADES III. POSICIÓN RECTAS Y ÁNGULOS.</b> Ejercicios cambio unidades. Ángulos en distintas posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford Ficha ejercicios cambio unidades <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 17 y 18 pág. 186</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>6</b> 27 abril	<b>POSICIONES RECTAS Y ÁNGULOS II.</b> Ángulos en distintas posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 19 y 20 pág. 186</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>7</b> 28 abril	<b>MEDIATRIZ Y BISECTRIZ I</b> Identificar mediatriz y bisectriz. Construcción geométrica.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford Construcción Geogebra mediatriz-bisectriz <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 24, 25 pág. 189</i></li> </ul> <b>CMCT/ CL / CD / CAA / SIE</b>
<b>8</b> 29 abril	<b>MEDIATRIZ Y BISECTRIZ II</b> Identificar mediatriz y bisectriz. Construcción geométrica.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford Construcción Geogebra mediatriz-bisectriz <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejs. 27, 28 pág. 189</i></li> </ul> <b>CMCT/ CL / CD / CAA / SIE</b>
<b>9</b> 30 abril	<b>REPASO I</b> Repaso de ejercicios unidad.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford <b>CMCT/ CL / CAA / SIE</b>
<b>10</b> 3 mayo	<b>REPASO II</b> Repaso de ejercicios unidad.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Ejercicio Tu nombre en ángulos.</i></li> </ul> <b>CMCT/ CL / CAA / SIE</b>
<b>11</b> 4 mayo	<b>REPASO III</b> Repaso de ejercicios unidad.	Concurso con aplicación de Geogebra: <i>Medimos ángulos mediante comparaciones.</i> <b>CMCT / CD / CCL / CAA / CSCC / CEC / SIE</b>
<b>12</b> 5 mayo	<b>PRUEBA ESCRITA UD</b>	Examen. <b>CMCT/ CL / CAA / SIE</b>
<b>13</b> 6 mayo	<b>CORRECCIÓN CONJUNTA PRUEBA ESCRITA</b> Entrega de notas examen. Corrección errores comunes.	Examen resuelto. Exámenes corregidos. <b>CMCT/ CL / CAA / CSCC / SIE</b>

Para el desarrollo de esta unidad, se han utilizado entre otros los siguientes **materiales de otros autores**:

- Libro de texto en digital de la Editorial Oxford.
- [Actividad](#) Geogebra: mediatriz y bisectriz.
- [Actividad](#) Geogebra: medir ángulos mediante comparaciones.
- [Ficha ejercicios](#) cambios unidades Editorial Santillana.

Por otra parte se han elaborado los siguientes **materiales y actividades de elaboración propia** (y quedan incorporados a este ANEXO):

- Presentación inicial de la unidad.
- Esquema cambio unidades.

Se elaboraron asimismo los siguientes **instrumentos de evaluación**:

- Prueba de evaluación inicial.
- Prueba escrita de evaluación de la unidad.

Por último se realizaron las siguientes **actividades manipulativas** de otros autores:

- Ejercicio *Tu nombre en ángulos*.
- Puntos y rectas con papiroflexia.



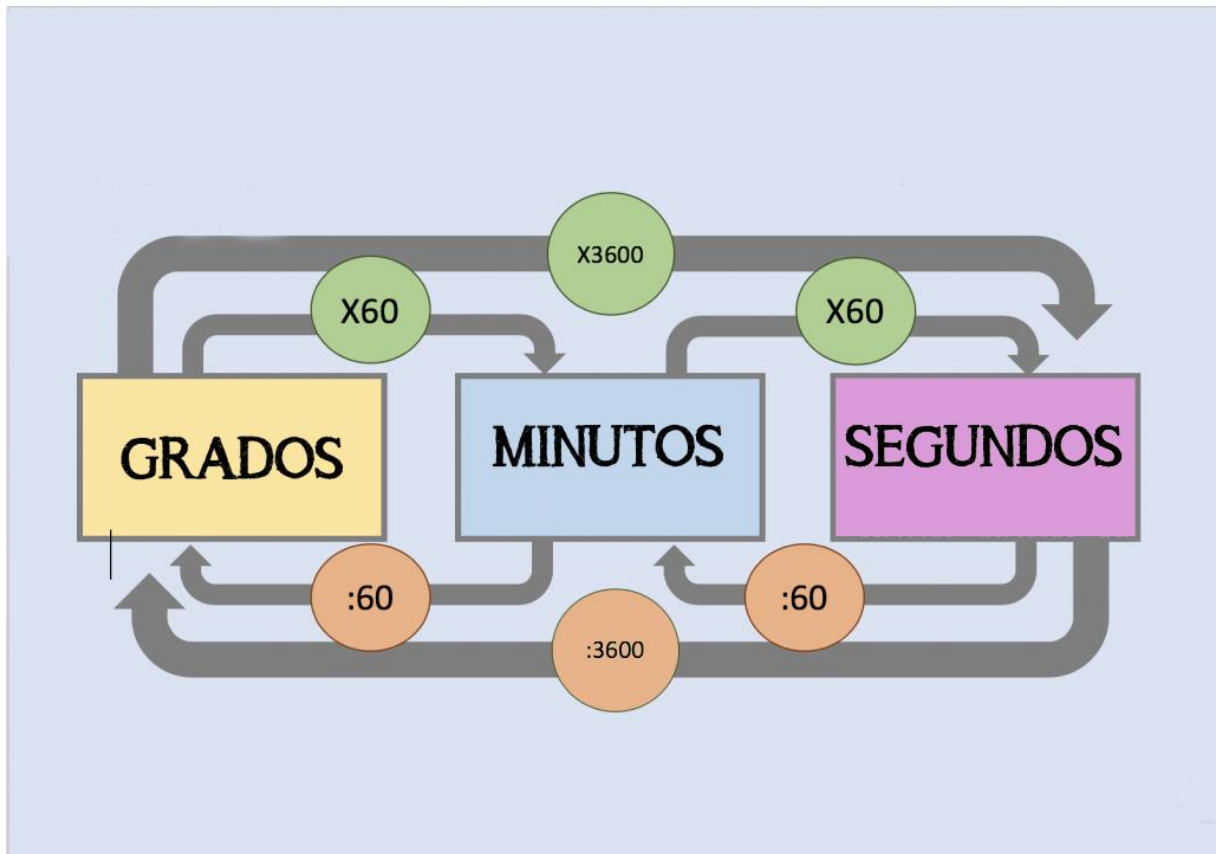
# RECTAS Y ÁNGULOS

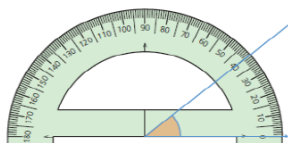
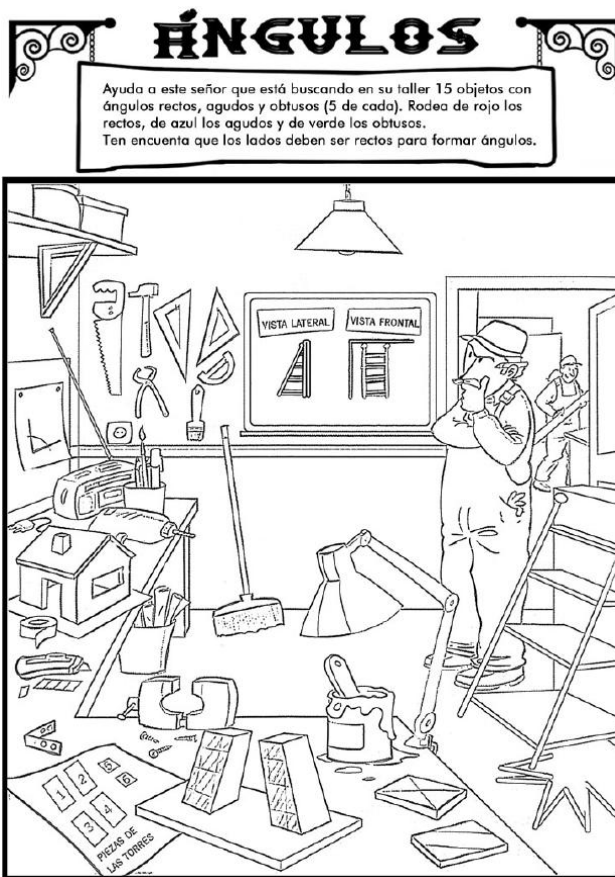


## GEOMETRÍA *Medir la tierra*

Papiro de Ahmes 1650 a.C.







El ángulo de la figura mide.....

**RECUERDA...**

$1^\circ =$	'
$1' =$	''
$1^\circ =$	''

$70' =$	°	'
---------	---	---

$250'' =$	'	''
-----------	---	----

$2^\circ 3' 45''$ es .....	'' (segundos)
----------------------------	---------------

$130' =$	°	'
----------	---	---

$310'' =$	'	''
-----------	---	----

$12^\circ 35'$ es .....	' (minutos)
-------------------------	-------------

# 1º

# B

de...

bullicioso  
bueno bromista  
bárbaro bello brutal  
bailongo bondadoso

Examen Tema 9, Rectas y ángulos 1º ESO B. 5 de mayo de 2021

Alumno/a: .....

**1. Observa el siguiente callejero y responde:**

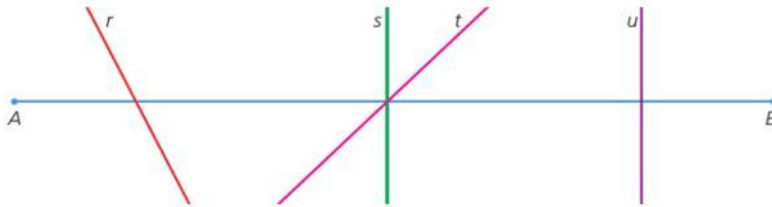
- a) ¿Existen calles **paralelas** a otras? Nombra todas las parejas que encuentres.
- b) ¿Existen calles **perpendiculares** a otras? Nombra todas las parejas que encuentres.
- c) Nombra dos calles que sean **secantes** entre ellas.

[1.5 puntos total= 0.5 puntos cada apartado]



**2. Observa el dibujo y responde:**

- a) ¿Cuál de estas rectas es la mediatriz del segmento AB?
- b) ¿Por qué el resto no lo son?

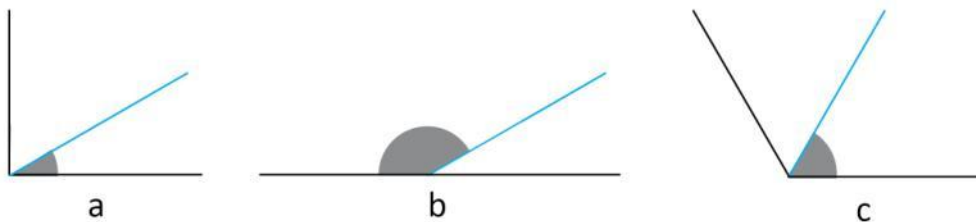


[1 punto total= 0.5 puntos cada apartado]

**3. De las siguientes figuras a, b y c:**

- a) ¿Alguno de los ángulos tiene su bisectriz dibujada correctamente?
- b) Mide con el transportador el ángulo sombreado en cada caso.
- c) Conociendo el ángulo sombreado, calcula el ángulo que queda **sin usar el transportador**.

[1.5 puntos total= 0.5 puntos por cada apartado]

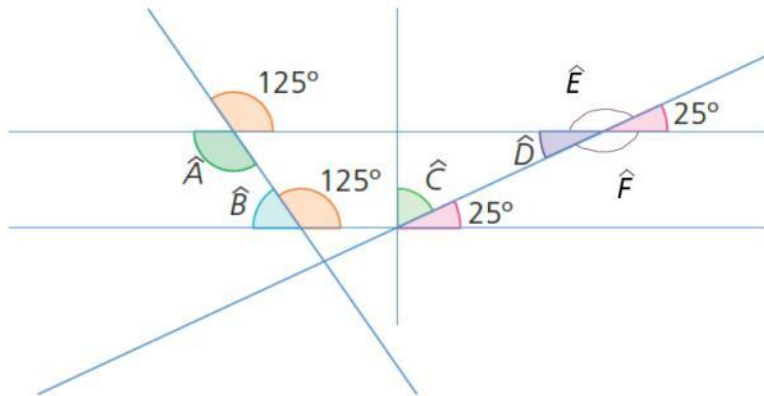




4. En el siguiente dibujo:

- a) Señala de rojo una recta, de azul un segmento y de verde una semirrecta.  
 b) Observa los ángulos que no tienen medida y rellena el cuadro.

[2 puntos total= 1.5 punto apartado a y 0.5 apartado b]



ÁNGULO	¿CUÁNTO MIDE?	¿POR QUÉ?
$\hat{A}$		
$\hat{B}$		
$\hat{C}$		
$\hat{D}$		
$\hat{E}$		
$\hat{F}$		

5. Calcula la medida de los ángulos pedidos:

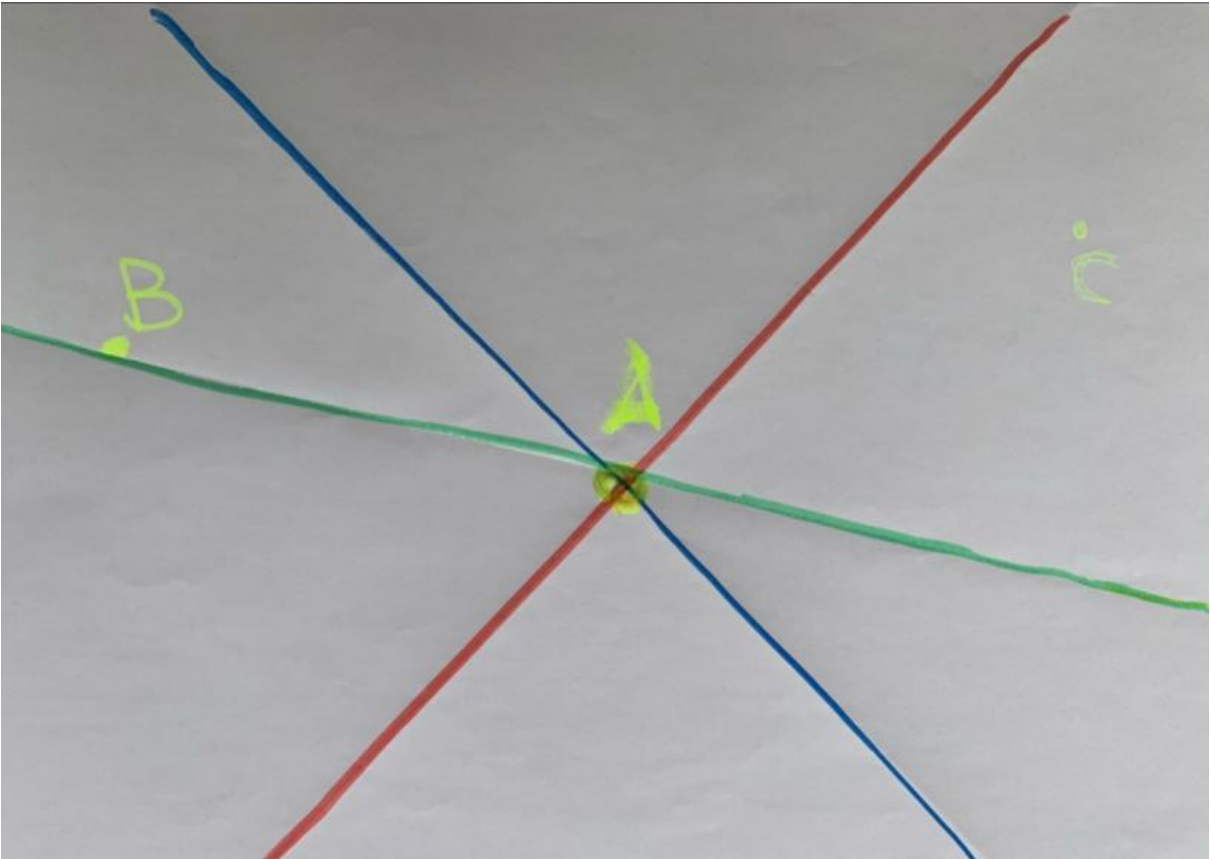
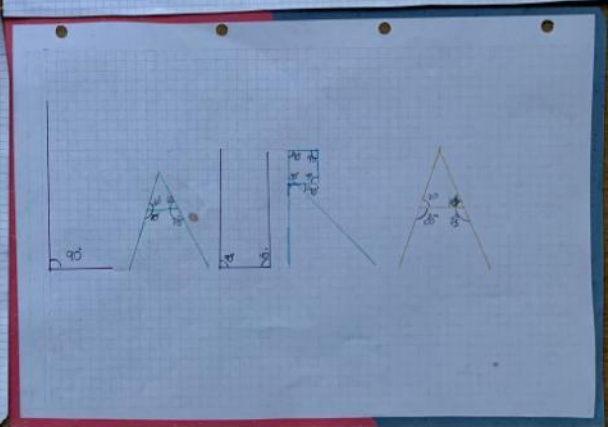
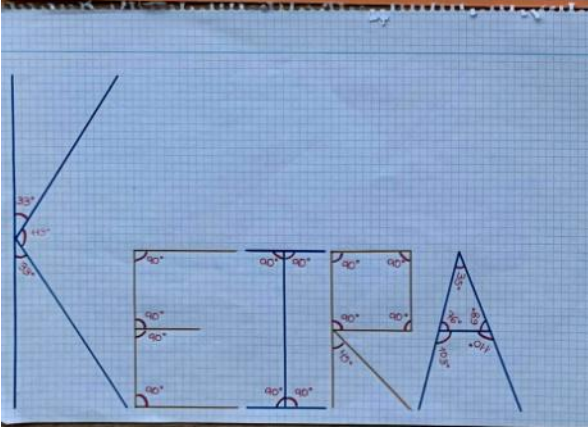
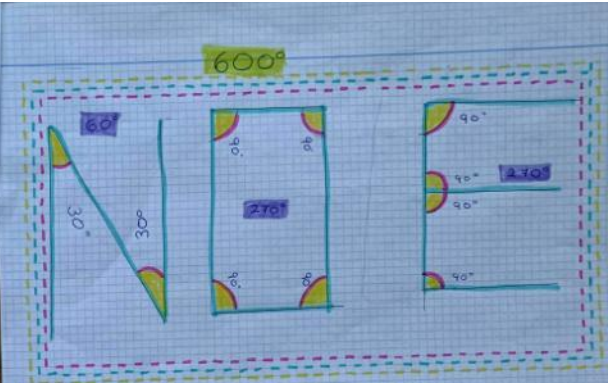
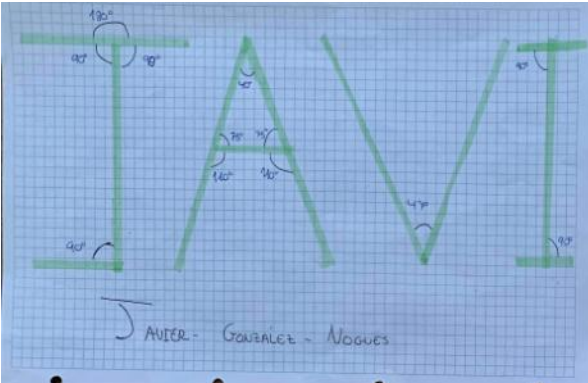
- a) El **complementario** de  $72^\circ 45' 5''$                       b) El **suplementario** de  $3^\circ 59' 7''$

[2 puntos total= 1 punto cada apartado]

6. Expresa los siguientes ángulos en la medida indicada:

- a)  $56030''$  en grados, minutos y segundos.                      b)  $32^\circ 45' 56''$  en segundos.

[2 puntos total= 1 punto cada apartado]



# **ANEXO 3**

---



# 3º ESO MOEAC



# GEOMETRÍA DEL PLANO

---

Se recoge en este anexo la información sobre todas las sesiones de la unidad GEOMETRÍA DEL PLANO DE 3º de ESO MOEAC, así como sobre los materiales utilizados y actividades realizadas

SESIÓN	CONTENIDOS	MATERIALES / ACTIVIDADES / COMPETENCIAS
<b>1</b> 23 abril	<b>INTRODUCCIÓN. EVALUACIÓN INICIAL. RELACIONES ENTRE ÁNGULOS I</b> Relevancia de la Geometría. Geometría en la naturaleza y en la vida diaria. Evaluación inicial: relación entre ángulos y rectas. Relaciones entre ángulos. Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice. Áreas de polígonos y círculo.	Presentación de elaboración propia. Prueba evaluación inicial. Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Reto ¿Sabes más matemáticas que una abeja?</i></li> <li>▪ <i>Reto: construye un puente de papel</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / CSCC / SIE</b>
<b>2</b> 27 abril	<b>RELACIONES ENTRE ÁNGULOS II. TEOREMA DE PITÁGORAS I</b> Relacionar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo mediante el teorema de Pitágoras.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford Vídeo 'Derivando' <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Ejs 10-13 pag 200</i></li> <li>▪ <i>Ejs 14-15 pag 201</i></li> <li>▪ <i>Ej. 18 pag 202</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / CSCC / CEC / SIE</b>
<b>3</b> 28 abril	<b>TEOREMA DE PITÁGORAS II</b> Resolución de problemas mediante Pitágoras.	Unidad didáctica libro Ed. Oxford Vídeo Teorema Pitágoras+agua <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Ejs. 19-20 pag 203</i></li> <li>▪ <i>Ejs. 21-28 pag 203</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>4</b> 29 abril	<b>PERÍMETROS Y ÁREAS I</b> Obtener medidas de longitudes y áreas de figuras poligonales	Ficha resumen perímetros y áreas Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Ejs 31-34 pag 205 Ejs 35-38 pag 206</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>5</b> 30 abril	<b>PERÍMETROS Y ÁREAS II. PROBLEMAS</b> Resolver problemas reaccionados con el cálculo de longitudes y áreas.	Ficha resumen perímetros y áreas Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Ejs 35-38 pag 206</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>6</b> 4 mayo	<b>PERÍMETROS Y ÁREAS II. FIGURAS CIRCULARES I</b> Longitudes y áreas de figuras circulares.	Ficha resumen perímetros y áreas Unidad didáctica libro Ed. Oxford <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Ejs. 2,3 pag 226</i></li> </ul> <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>7</b> 5 mayo	<b>FIGURAS CIRCULARES II. REPASO I</b> Longitudes y áreas de figuras circulares. Resolución de problemas.	Ficha resumen perímetros y áreas. Colección de problemas resueltos. <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>8</b> 6 mayo	<b>REPASO II</b> Resolución de problemas.	Ficha resumen perímetros y áreas. Colección de problemas resueltos. <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>9</b> 7 mayo	<b>PRUEBA ESCRITA UD</b>	Examen. <b>CMCT / CCL / CAA / SIE</b>
<b>10</b> 11 mayo	<b>CORRECCIÓN CONJUNTA PRUEBA ESCRITA.MOVIMIENTOS EN EL PLANO. CIERRE UNIDAD</b> Notas examen. Corrección errores comunes. Reconocer los movimientos en el plano.	Examen resuelto. Exámenes corregidos alumnos Libro actividades geogebra sobre movimientos en el plano Vídeo <i>Architectural Ready-mades</i> <b>CMCT / CD / CCL / CAA / CSCC / CEC / SIE</b>



Para el desarrollo de esta unidad, se han utilizado entre otros los siguientes materiales de otros autores:

- Libro de texto en digital de la Editorial Oxford.

Asimismo se proyectaron estos **materiales audiovisuales**:

- [Video](#) de 'Derivando': ¿Por qué es importante el Teorema de Pitágoras?
- [Demostración](#) Teorema de Pitágoras con agua.
- ¿Para qué sirve la Geometría? Vídeo [Architectural Ready-mades](#).

Además se elaboraron los siguientes **materiales propios** (y quedan incorporados a este ANEXO):

- Presentación de la unidad didáctica. Actividad manipulativa asociada.
- Ficha resumen perímetros y áreas de figuras planas.
- [Libro de actividades](#) de Geogebra sobre movimientos en el plano a partir de actividades de otros autores.

Se elaboraron asimismo los siguientes **instrumentos de evaluación**:

- Prueba de evaluación inicial.
- Prueba escrita de evaluación de la unidad.

Por último se preparó una [colección de problemas resueltos](#) procedentes del libro de texto que se facilitó a los alumnos para que prepararan el examen.

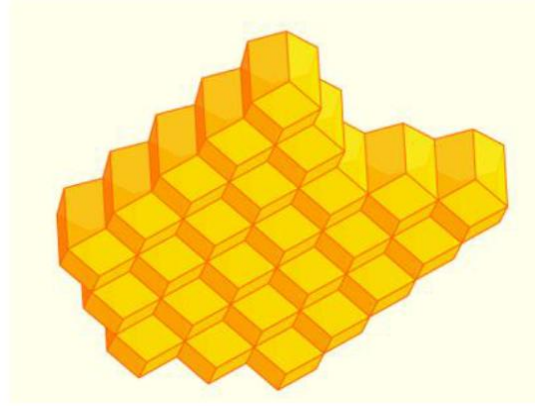
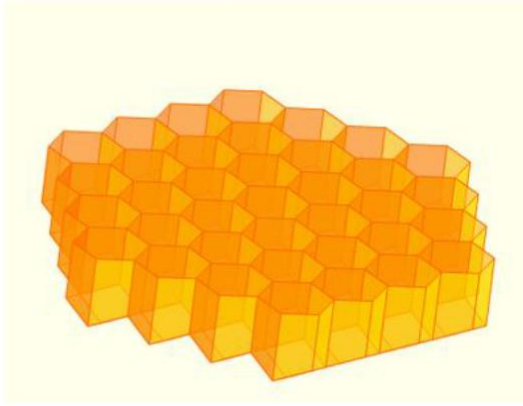


## **Pappus de Alejandría** 320 d.C.

*Las abejas..., en virtud de una cierta intuición geométrica..., saben que el hexágono es mayor que el cuadrado y que el triángulo, y que podrá contener más miel con el mismo gasto de material.*

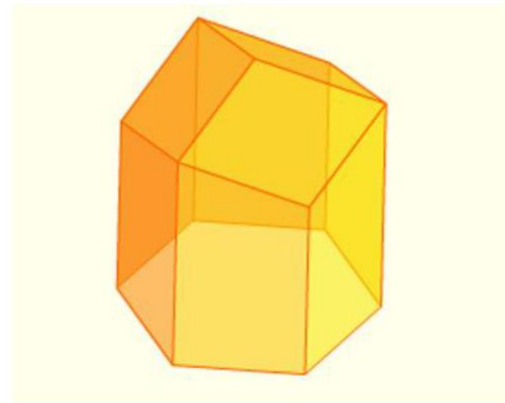




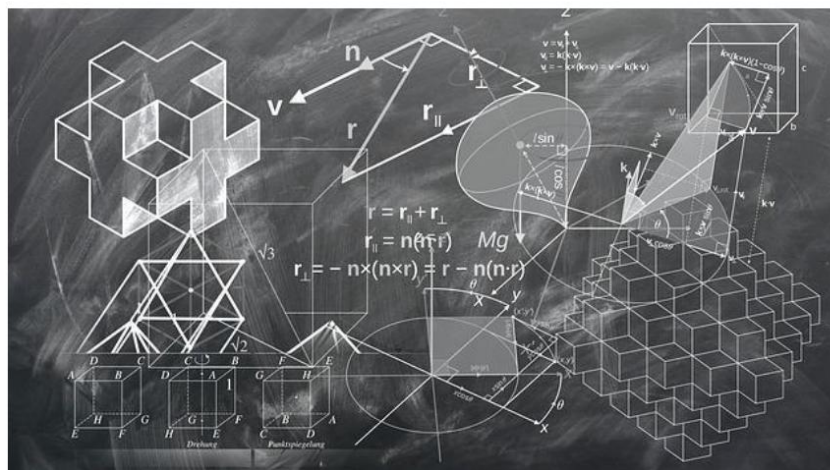


**Kepler** 1611

***Dodecaedro rómbico***



## ¿Para qué sirve?



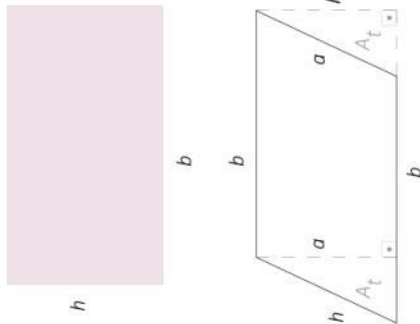


**No superarás mi reto...**



# Polígonos

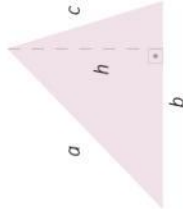
# PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS



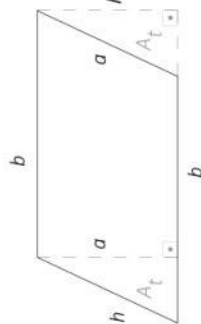
**Rectángulo**  
 $P = 2b + 2h$   
 $A = b \cdot h$



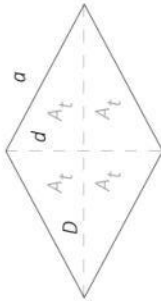
**Cuadrado**  
 $P = 4a$   
 $A = a^2$



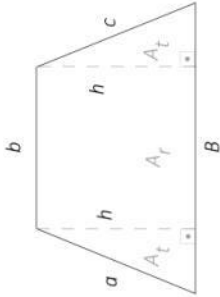
**Triángulo**  
 $P = a + b + c$   
 $A = \frac{b \cdot h}{2}$



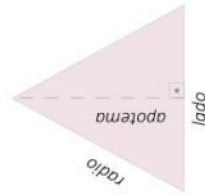
**Romboide**  
 $P = 2a + 2b$   
 $A = b \cdot h$



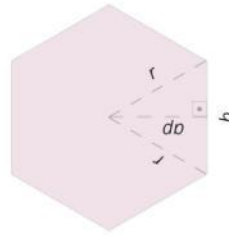
**Rombo**  
 $P = 4a$   
 $A = \frac{D \cdot d}{2}$



**Trapezio**  
 $P = a + b + c + B$   
 $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

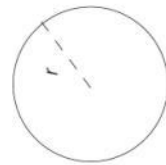


Un polígono regular de  $n$  lados se descompone en  $n$  triángulos isosceles iguales



**Polígono regular**  
 $P = b \cdot n^{\text{o}} \text{ lados}$   
 $A = \frac{P \cdot ap}{2}$

**x 6 =**



**Circunferencia**  
 $L = 2\pi r$



**Círculo**  
 $A = \pi r^2$



**Sector circular**  
 $A = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$



**Corona circular**  
 $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

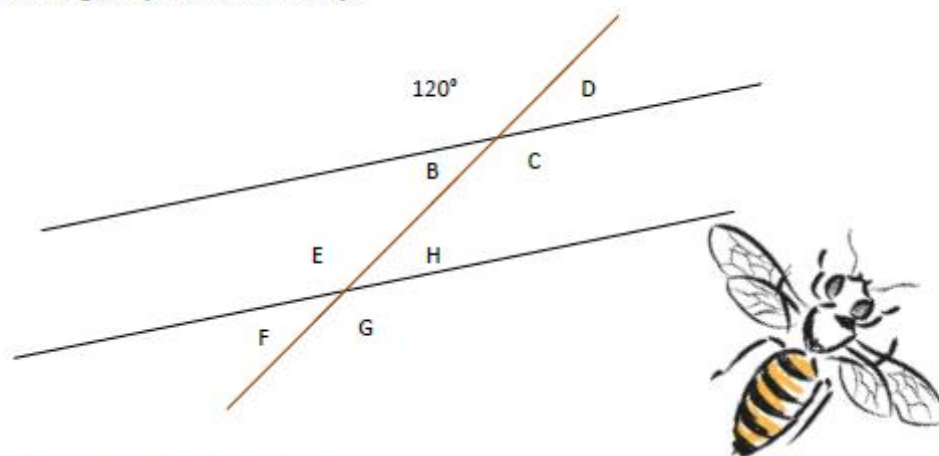
# Figuras circulares

**Arco de circunferencia**  
 $L = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

## EVALUACIÓN INICIAL UD GEOMETRÍA EN EL PLANO 3º ESO MOEAC.

Alumno/a: .....

## 1. Halla los ángulos que faltan en el dibujo

Dos ángulos que suma  $180^\circ$  se llaman .....

## 2. Completa el cuadro

	Área
Rectángulo	
Cuadrado	
Romboide	
Rombo	
Triángulo	
Polígono Regular	
Trapezio	
Circunferencia	
Sector circular	

## 3. Resuelve

La altura de una portería de fútbol reglamentaria es de 2.4 m y la distancia desde el punto de penaltu hasta la línea de gol es de 10.8 m. ¿Qué distancia recorre un balón que se lanza desde el punto de penalti y se estrella en el punto central del larguero?



Examen Tema 7, Geometría del plano 3º ESO A+B. 7 de mayo de 2021

Alumno/a:.....

1. Indica la relación entre todos los ángulos formados por dos rectas paralelas y una recta que las corta. Si uno de estos ángulos abarca un arco de  $55^\circ$ , determina la amplitud de los demás ángulos. Justifica tu respuesta.

[1 punto]

2. ¿Cuál es la distancia máxima que puede recorrer un jugador de fútbol sala en una pista de 40 m de largo y 20 m de ancho?

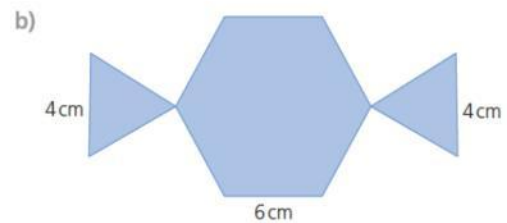
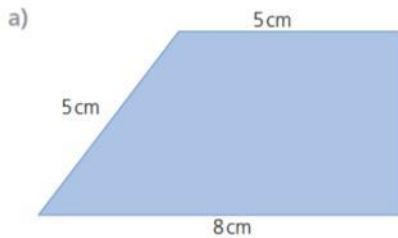
[2 puntos]

3. La rueda de una bicicleta tiene 40 cm de diámetro. ¿Cuántos metros habrá recorrido después de dar 35 vueltas?

[2 puntos]

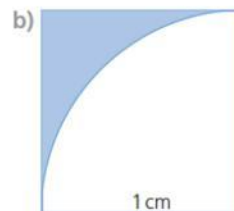
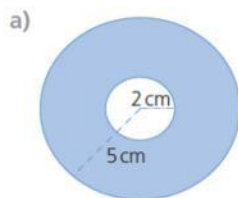
4. Determina el área y el perímetro de estas figuras.

[3 puntos, 1.5 puntos cada apartado]



5. Halla el área de estas regiones sombreadas.

[2 puntos, 1 punto cada apartado]



**NOTA.-** CONTESTA RAZONADAMENTE EXPLICANDO TUS RESPUESTAS.  
¡Y NO OLVIDES LAS UNIDADES!



***A mi padre.***

*Este trabajo fin de máster comenzó en un aula de un colegio de Cádiz hace más de treinta años.*

*En ella coincidimos los dos y a la voz de "Parrilla, a la pizarra" me enseñó no solo las igualdades notables, sino también a amar la docencia, las matemáticas y la Educación con mayúsculas.*



