

Caracterización de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría en Primaria y Secundaria

Manuel Barrantes López

*Departamento Didáctica de las C. Experimentales y de las Matemáticas.
Universidad de Extremadura.*

(Fecha de recepción 26-04-2003)

(Fecha de aceptación Septiembre 2003)

Resumen

Actualmente, en la caracterización de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría se han producido algunos cambios que consideramos deben ser conocidos por los profesores de Primaria y Secundaria.

Comenzamos reflexionando sobre aquellos aspectos actuales de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas que inciden más directamente en la Geometría, para estudiar después algunas variables como los contenidos, metodología, recursos, materiales y actividades a partir de los diferentes documentos curriculares y desde las investigaciones y trabajos revisados. Otros aspectos importantes como el aprendizaje, el papel del maestro y del alumno, y la evaluación en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría serán tratados en otro trabajo.

Palabras Clave: Geometría, Enseñanza, Aprendizaje, Primaria, Secundaria.

Summary

Some changes, that we considerer must be know, by Primary and Secondary teachers, have come about Geometry and its teaching-learning.

We begin reflecting on those present aspects about of Matematics and its teaching-learning that directly fall on research in Geometry for studing after some variables like contents, methodology, resources, materials and activities from different curriculares documents and review investigations and works.

Other important aspects like learning, role of teachers and pupils and teaching-learning evaluation in Geometry will be treated in another study.

Key Words: Geometry, Teaching, Learning, Primary, Secondary.

La Geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje

En los últimos años, se ha puesto de manifiesto en todos los ámbitos educativos un gran interés por potenciar la enseñanza-aprendizaje de la Geometría en la enseñanza obligatoria.

Si hacemos un poco de historia sobre la enseñanza de la Geometría en las últimas décadas podemos observar que esta enseñanza se caracterizaba:

- Por una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades que muchas veces se basaban en otros conceptos anteriores.

- La resolución automática de problemas en la que se trataban aspectos métricos (aritmización).

- Y una exclusión de la intuición, demasiado pronto, como acceso al conocimiento geométrico.

Estas características de la enseñanza de la Geometría daban lugar a una serie de problemas entre los que podemos destacar las grandes dificultades de comprensión de los conceptos por parte de los alumnos, que implicaba un fuerte desánimo en el maestro (Morales, 1990).

Actualmente, esta materia ha pasado de ser considerada una materia secundaria a ser una disciplina importante cuyos contenidos ocupaban dos bloques de los cinco del currículo oficial de Matemáticas de Enseñanza Primaria y de Enseñanza Secundaria (M.E.C., 1992 a y b) y en la más reciente Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad

de la Educación (LOCE) se le sigue dando la misma consideración.

Uno de los principales cambios en el currículo actual de las Matemáticas escolares ha sido precisamente la recuperación de la Geometría, no en el sentido tradicional como materia de contenidos, sino como disciplina mediante la que podemos conseguir un mejor conocimiento del espacio, como fuente de modelos y situaciones problemáticas útiles en otros contextos o contenidos matemáticos (N.C.T.M., 1989).

Así, la principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría es conectar a los alumnos con el mundo en el que se mueven pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana.

La Geometría además de estar presente en múltiples facetas de la vida actual tiene una gran influencia en el desarrollo del niño, sobre todo en las capacidades relacionadas con la comunicación y la relación con el entorno. Ésta favorece y desarrolla en los alumnos una serie de capacidades como la percepción visual, la expresión verbal, el razonamiento lógico y la aplicación a problemas concretos de otras áreas de Matemáticas o de otras materias.

Es una materia especialmente importante en estas edades en las que el alumno necesita verificar mediante la manipulación de objetos reales, pues esto influye en el desarrollo posterior de las capacidades matemáticas necesarias (Mora, 1995).

La capacidad espacial de los alumnos es muchas veces superior a su destreza numérica e impulsar y mejorar esta capacidad junto con el dominio de los conceptos geométricos y el lenguaje le posibilita para aprender mejor las ideas numéricas, las de medición e incluso otros temas más avanzados (N.C.T.M., 1989).

Por tanto proponemos dos grandes objetivos para la enseñanza de la Geometría. Por una parte desarrollar su adecuación al medio ambiente, es decir, dar oportunidades para que el niño explore el espacio tridimensional y por otra, preparar al alumno para el aprendizaje de niveles superiores, esto es, familiarizarles con cuestiones que surgirán en un futuro mediante un enfoque basado en el razonamiento lógico.

Así pues, la enseñanza de la Geometría debe motivar desde la edad infantil aquellos contenidos útiles en el futuro desarrollados mediante una metodología dinámica en la que el alumno realice razonamientos, representaciones, relaciones y resolución de actividades. Esta metodología debe lograr que los alumnos no recuerden la Geometría como una materia aburrida sino que se produzca un cambio en su actitud y se interesen por las actividades geométricas de una forma natural, es decir, que les resulte una materia atrayente y motivadora.

En estos niveles debemos enseñar Geometría para todos, independientemente del futuro trabajo que el alumno desarrolle. El objetivo es que el alumno adquiriera una cultura geométrica con

visión histórica que le permita aplicar los conocimientos alcanzados a otras áreas curriculares y a la vida cotidiana.

Los alumnos deben saber resolver los problemas que se le puedan plantear en la vida ordinaria adaptados a su nivel, pues a veces los problemas reales son demasiado complejos. Mediante estas tareas pretendemos desarrollar capacidades intelectuales que le permitan saber informar sobre el espacio exterior en el que se mueve y utilizar los conocimientos geométricos para interpretar distintas situaciones.

Estas reflexiones nos sirven para mostrar que desde la perspectiva de la caracterización de la enseñanza-aprendizaje de Geometría se han producido cambios tanto en el conocimiento, la enseñanza y el aprendizaje geométrico como en los papeles y responsabilidades del maestro y del alumno.

En los apartados siguientes estudiamos esta caracterización actual centrándonos en los contenidos, metodología, recursos, materiales y actividades relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de la Geometría. Trataremos otras variables importantes de analizar como son el aprendizaje, el papel del maestro y el alumno y la evaluación en un futuro artículo. Un estudio completo sobre éstas puede ser consultado en Barrantes (2002).

De los contenidos

En la enseñanza-aprendizaje tradicional de la Geometría se formaban excelentes calculistas de medida, alum-

nos teóricos que en el contexto del aula eran capaces de resolver complicados problemas geométricos pero que en la práctica de la vida cotidiana dudaban cuando tenían que resolver un problema geométrico elemental.

En los contenidos actuales de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría se pretende establecer una serie de destrezas cognitivas de carácter general que puedan ser utilizadas en muchos casos particulares y que contribuyen por sí mismas a desarrollar las capacidades cognitivas de los alumnos.

Estos contenidos se caracterizan por tener una visión práctica del aprendizaje, valorando y aplicando los alumnos sus conocimientos dentro y fuera del aula, es decir, tomando cuerdas y midiendo longitudes, investigando sobre mapas o croquis, buscando simetrías, ... Se pasa de inventar problemas y de suponer datos sobre la pizarra a resolver ejemplos reales que desarrollan la creatividad, el ingenio y la iniciativa de los alumnos promoviendo unos contenidos más intuitivos que analíticos.

Estos contenidos potencian también la elaboración y utilización de estrategias personales que muestren al profesor la manera de pensar y actuar de los alumnos de forma que pueda adaptar o modificar estas estrategias, cuando sea necesario, para realizar un aprendizaje más preciso y significativo.

Otras características de estos contenidos son la conexión de la Geometría espacial con la Geometría plana median-

te la representación del espacio cotidiano. Podemos observar como estas partes de la Geometría aparecían totalmente desligadas en otros currícula anteriores y hacían concebir a los alumnos que eran dos componentes de la Geometría totalmente independientes.

A este respecto es conveniente comenzar por el estudio de la Geometría tridimensional (Jaime y Gutiérrez, 1990; Fouz, 1994) de manera que el estudio del plano se haga integrado dentro de dicho espacio tridimensional y como una abstracción a partir de los elementos de los cuerpos tridimensionales.

En la misma línea, Calvo (1996) afirma que se deben dar a los alumnos de los primeros niveles modelos que permitan la reconstrucción de la Geometría basándose en su propia historia mostrándoles el proceso mediante el que se ha ido construyendo.

La Geometría debe servir en Primaria para interpretar y actuar sobre el espacio. Por ello, este autor considera necesario la utilización de materiales para construir dichos modelos que favorezcan la interacción del medio con el alumno y conseguir un aprendizaje significativo.

En las experiencias concretas que realiza con niños de 6 y 7 años, las ideas de trabajo que propone se basan en la construcción de figuras del espacio de manera libre o con pautas predeterminadas, reproducción de figuras a partir de modelos y representación en el plano de figuras tridimensionales.

Relacionados con los contenidos

geométricos, existen diferentes estudios e investigaciones que se centran específicamente en un tema o contenido específico de Geometría, aunque también incluyen aspectos metodológicos y actividades sobre dicho tópico. Por ejemplo, Fernández y otros (1991) nos muestran actividades de aproximación a conceptos y teoremas relacionados con el círculo. Baena y otros (1996) tratan los conocimientos básicos de la esfera y su uso didáctico. Por otra parte, Del Río (1994) hace un estudio pormenorizado sobre los lugares geométricos desde el punto de vista histórico, su presencia en la sociedad y su estudio en los currículos de la Educación Secundaria.

El texto de Del Olmo, Moreno y Gil (1989) es una aportación desde la reflexión didáctica de los tópicos de área y volumen en el que se pone de manifiesto los variados y ricos matices de estos conceptos. Jaime y Gutierrez (1996) tratan el tema de las isometrías en el plano estudiando sus elementos matemáticos y didácticos, incluyendo diferentes unidades de enseñanza sobre las traslaciones, giros y simetrías.

Luengo y Casas (2000) trabajan sobre el concepto de ángulo en Primaria y Secundaria, exponiendo la dificultad y las concepciones parciales que tienen los alumnos sobre este concepto, a pesar de su simplicidad. Ya dedicados a Secundaria, Esteban y otros (1998) hacen un estudio muy completo dedicado a los conceptos trigonométricos.

En Alsina y otros (1989) se ofrece una guía amplia y documentada sobre el

tema de las transformaciones geométricas y las figuras generadas por ellas. Luengo y otros (1990) hace un estudio sobre la semejanza en el currículo escolar teniendo en cuenta las posibilidades de la relación de la semejanza con diversas áreas curriculares como el Conocimiento del Medio, Astronomía, Expresión Artística, Topografía, Literatura, etc. También Fiol y Fortuny (1990) aunque está más enfocado a la proporcionalidad aritmética trabajan la proporcionalidad geométrica.

Por último, el trabajo de Chamorro y Belmonte (1988) dedicado a la medida proporciona las bases psicopedagógicas mínimas para abordar una progresión didáctica de la medida en la escuela. Todas las tareas que presentan están fundamentadas desde un punto de vista estrictamente matemático atendiendo siempre a la viabilidad en el aula.

De la Metodología

La enseñanza de la Geometría tradicionalmente ha tenido un enfoque deductivo dándose prioridad a la memorización de conceptos, teoremas y fórmulas. Estas limitaciones formales simbólicas y algebraicas iban en perjuicio de la intuición como una primera manera de acceder al conocimiento geométrico pues la manipulación, el tacto, la vista y el dibujo deben permitir al alumno habituarse a las figuras, formas y movimientos de su entorno para posteriormente establecer las abstracciones correspondientes.

Actualmente la línea general es trabajar la Geometría desde una metodología de resolución de problemas o de laboratorio mediante la que el alumno además de jugar, sobretodo aprende. La enseñanza de la Geometría se debe planificar de forma progresiva, cíclica, activa y comunicativa que propicie simultáneamente la representación gráfica y la expresión oral, manual o escrita.

Se parte de una concepción constructivista del aprendizaje basada en que aquellos conocimientos construídos por los propios alumnos son realmente operativos, duraderos y generalizables a diferentes contextos. Por el contrario, los conocimientos que simplemente se transmiten a los alumnos, no construídos por ellos, no quedan integrados en sus estructuras lógicas y sólo pueden aplicarlos en situaciones similares a las del aprendizaje.

También se consideran las experiencias iniciales que presentan los alumnos para saber de dónde partimos y para identificar las diferencias que pueden existir de unos a otros. Por ello se deben abordar los contenidos geométricos desde las experiencias que posee el alumnado, sobre todo en Primaria. Pero esto debe ser solamente un punto de partida para posteriormente llegar de una manera progresiva a la abstracción y a la formalización del conocimiento geométrico. Es en la Secundaria cuando el profesor debe aprovechar los conocimientos empíricos de los alumnos para transformarlos en otros más estructurados y rigurosos sin olvidar, en esta etapa, los planteamientos experimentales.

La metodología de resolución de problemas, nombrada anteriormente, está basada en la aplicación de los conceptos geométricos a diversas situaciones o problemas más o menos complejos, pudiendo aparecer con datos completos o incompletos, tener una solución o varias, estar presentados de forma gráfica o no, con datos numéricos o sin ellos, etc.

En esta metodología es muy importante tener en cuenta que los estudiantes resuelvan problemas adecuados a su nivel de conocimientos pues en caso contrario el alumno, al fracasar repetidas veces, no se ve compensado con el éxito y no desarrollará capacidades de resolución de problemas satisfactoriamente.

La resolución de los problemas geométricos requiere una serie de etapas que se pueden identificar con el modelo de Polya (1986). Básicamente la idea es que una vez que el alumno sabe cual es el problema planteado (lectura atenta del enunciado, traducción a los lenguajes geométricos, distinguir datos, incógnitas, etc.) utilice diversas estrategias para resolver el problema (esquemas gráficos, materiales, recursos, relación con otros problemas conocidos etc). Una vez resuelto el problema el alumno realiza varias reflexiones: comprobar si la solución hallada es acorde con los datos del problema, razonar el sentido de la solución, estudiar la adecuación del método utilizado de resolución, etc.

La justificación de la conveniencia de utilizar esta metodología es puesta de manifiesto por diferentes autores como Malaty (1994) que considera que la difi-

cultad de aprendizaje está más relacionada con las estrategias de enseñanza de la Geometría que con el contenido.

Malara y Gherpelli (1994) investiga la posibilidad real de los estudiantes de 12-13 años de plantear problemas sobre figuras geométricas elementales planas, mediante la construcción de los enunciados de dichos problemas. Nos muestran como la elaboración de dichos enunciados por los alumnos favorece el desarrollo de las capacidades de resolución de los problemas planteados y estimula el metacognoscimiento. Metodológicamente ponen de manifiesto la eficacia del trabajo en grupo tanto en el ámbito del planteamiento o en la resolución de problemas como en la superación de las dificultades de los alumnos menos dotados.

Arrieta (1995) considera que hay que dar más importancia a los procedimientos como objeto de contenido y para ser coherente con los principios del aprendizaje significativo interesa, partiendo de una situación real de nuestro entorno, distinguir tres fases en el tratamiento de un tema o concepto. Una primera fase motivadora de experimentación en la que se realicen diferentes pruebas o ensayos relacionadas con el entorno real. Una segunda fase de comprensión mediante la representación gráfica y simbólica, reflexión e interiorización y comunicación oral o escrita en la que los aprendizajes sean lo más significativos posible. Una última fase de aplicación, para profundizar y comprobar los conocimientos aprendidos, en la que se realicen otros ejercicios y problemas del entorno

real en los que también puedan surgir nuevos conceptos. En estas tres fases se deben tener en cuenta los grupos de procedimientos que figuran en los diseños curriculares, es decir, las estrategias, el lenguaje y los algoritmos y destrezas.

Atendiendo a estas tres fases y a los grupos de procedimientos Arrieta (1995) recoge una clasificación de los procedimientos geométricos por niveles (Infantil, Primaria y Secundaria). Relacionado con el lenguaje propone actividades de descripciones, usos de símbolos y vocabulario, así como representaciones, lecturas e interpretaciones de distintos conceptos geométricos. Relacionado con los algoritmos y destrezas considera que el alumno debe familiarizarse con los trazados y construcciones y la utilización de instrumentos de dibujo y medida para calcular perímetros, áreas, escalas, etc. Las consecución de estrategias se debe hacer mediante la exploración, composición, descomposición, la clasificación o comparación de figuras de forma que el alumnos llegue a encontrar aquellos elementos, propiedades y relaciones válidas para la resolución de problemas. Los ejemplos que nos muestra ponen de manifiesto la importancia de los procedimientos en la resolución de problemas.

Basándonos, también, en la resolución de problemas es interesante nombrar la técnica conocida como "proyectos de aula", más indicada para Secundaria, que consisten en "*un fragmento de investigación personal emprendida por el estudiante, o en grupo, usando mate-*

riales de referencia y descrita en la forma de un informe." (De la Torre, 1998, p. 25).

Dichos proyectos ofrecen un aspecto de individualización y personalización de la enseñanza, tan a menudo ausente del currículo matemático habitual, fomentando la interdisciplinariedad y estimulando la actividad de los alumnos a un nivel reflexivo.

De la Torre (1998) propone diversos temas o ideas para el desarrollo de estos proyectos obtenidas de la sociedad del pasado, del presente y del futuro como son: división de tierras que sigue a las inundaciones del Nilo, diseño de edificios o planificación de una nueva ciudad.

Otra de las actividades que De la Torre recomienda es la realización de "investigaciones", es decir, un trabajo propuesto a uno o a un grupo de alumnos que consiste en imitar alguna de las actividades de los matemáticos como diferentes pruebas de teorema de Pitágoras, modelos de tejidos de telas, diseños de mosaicos islámicos, etc.

En esta línea, Fernández (1994) realiza una investigación con los alumnos centrada en la resolución de problemas, por medio de la propuesta:

Tenemos n cuadrados de lado unidad ¿cuál será el mínimo cuadrado capaz de enmarcar los n cuadrados unitarios?

Este trabajo describe como se marcan los pasos a seguir por el alumno, cómo va avanzando y solucionando las cuestiones que van surgiendo al enfrentarse con este problema abierto, de forma

que mediante la actividad hay una mayor comprensión de los contenidos geométricos.

También Reeuwijk (1997) presenta cuatro ejemplos de contextos (excursión, alas delta, sombras, bomberos) diferentes entre sí pero relacionados con los conceptos geométricos de proporción, la inclinación y la pendiente. Mediante los distintos contextos y después de unas fases de exploración y desarrollo del proceso de aprendizaje, los alumnos aprenden esos conceptos geométricos de forma intuitiva.

Los contextos adecuados al tipo de alumno que tengamos en el aula, motivan y hacen relevante el uso de la geometría en la vida ordinaria. Determinados contextos posibilitan que los alumnos sean más creativos y desarrollen estrategias personales y de sentido común, además pueden ser la vía para que los alumnos conozcan la historia de las Matemáticas u otras disciplinas.

Sin embargo, aunque las teorías innovadoras de la Educación Matemática consideran que el contexto debe ser realista y de la vida cotidiana es necesario que el contexto tenga sentido para el alumno para que pueda posibilitar y respaldar el desarrollo de la reinención de las Matemáticas. Por ello incluso un contexto artificial relacionado con algo que no procede de la vida real puede ser bueno si tiene sentido para el alumno (Reeuwijk, 1997). Aunque no debemos confundir artificial, como puede ser un cuento o relato, con forzado.

Por otra parte, comentamos la metodología de estructura de laboratorio que nombramos al principio de este apartado. Mientras en la resolución de problemas queremos desarrollar habilidades y procesos, en la metodología de laboratorio ponemos el acento en la formación de los conceptos. Aunque estos aspectos van íntimamente ligados pues el desarrollo de habilidades y procesos produce una formación sólida de conceptos y viceversa. Por tanto estas metodologías son complementarias y deben ser tratadas simultáneamente.

En el laboratorio de Geometría se sigue un proceso gradual y personal de construcción de los conceptos, a la vez que se realiza una actividad investigadora sobre dicha construcción, resolución de problemas, innovación educativa, técnicas de colaboración, etc.

El lema del laboratorio de Geometría es "aprender haciendo", es decir, el alumno participa activamente en la construcción de su propio conocimiento (Alsina, Fortuny y Pérez, 1997). Las tareas se proponen de forma que los alumnos aprendan mediante los sentidos de la vista y el tacto, la interrelación entre ellos y la interiorización.

El trabajo se hace en grupos y las investigaciones a realizar se componen de una serie graduada de actividades que se presentan a los alumnos divididas en los siguientes apartados: trabajo a realizar, material a utilizar, exploración de lo que ha hecho y descubrimientos realizados. Debemos tener cuidado en la utilización de esta metodología pues puede

ocurrir que no se cumplan los objetivos deseados debido a la demasiada sofisticación del material. Otras veces la poca cantidad de material hace que el alumno apenas lo manipule y no aprenda nada. Por último, debemos cerciorarnos que el material que hemos elegido asegura el aprendizaje del correspondiente concepto pues puede ocurrir que esto no sea así.

Por último, un elemento metodológico importante a tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas en general y de la geometría en particular es el desarrollo de la estimación.

Las actividades de estimación se deben realizar antes de efectuar el cálculo o la medición como una respuesta aproximada y después de la operación, para juzgar si el resultado es razonable o medir el grado de estimación del alumno.

Es necesario un cambio y pasar de la exactitud del cálculo a la estimación de la medida. Ésta puede ser aplicada a las distintas materias transversales y a la enseñanza en un contexto de resolución de problemas (Chamorro, 1996; 1998).

En este sentido destacar el estudio de Giménez (1993) con alumnos de Primaria, sobre la estimación de medidas de capacidad a partir de un estudio exploratorio de objetos reales en el que se analizan las estrategias y dificultades que la estimación de medida les plantea.

Luego, en los primeros niveles se deben realizar estimaciones mediante el cálculo mental y el trabajo con números aproximados. Para los niveles superiores, los alumnos deberán realizar activi-

dades que permitan interiorizar las unidades de medida convencionales de cada una de las magnitudes y manejar diferentes referentes como su peso, su altura, etc. que le permitan la realización de estimaciones por comparación en diversas situaciones (Segovia y Rico , 1996).

La obsesión por la exactitud debe dar

paso a unas actividades de estimaciones en las que se pierde la exactitud, pero se compensa con cálculos más sencillos y resultados más fiables que los que pueden producir los cálculos exactos.

La figura 1 resume las ideas generales expresadas sobre la metodología de enseñanza de la Geometría.

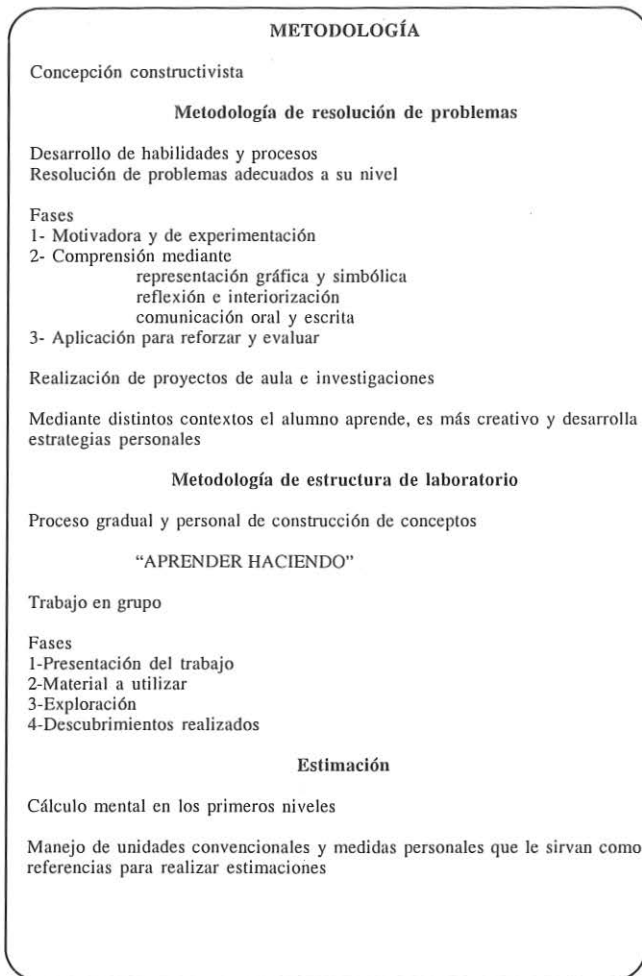


Figura 1. Metodología de enseñanza de la Geometría escolar.

De los materiales, recursos y actividades

Al considerar al alumno como el sujeto central de su aprendizaje, que construye el conocimiento a partir de la reflexión obtenida de sus actividades, el libro de texto se revela como un recurso insuficiente. Su concepción estática no permite dar respuesta a todas las relaciones dinámicas que se van a establecer entre los estudiantes, el maestro y los conocimientos geométricos. Por ello, las tareas en el aula deben tener un comienzo basado en el uso de los recursos y del material didáctico (Socas, 1999).

Los materiales son herramientas que pueden facilitar la descripción de situaciones o la identificación de variables (Fiol y De la Torre, 2000). Además colaboran en determinadas actividades geométricas que de otra manera serían difíciles de visualizar. Sin embargo, no basta solamente con la utilización de materiales sino que posteriormente hay que definir, deducir, resolver problemas y aplicar los resultados en la sociedad en la que nos desenvolvemos.

También, los profesores deben realizar una programación minuciosa y atenta a las necesidades de sus futuros alumnos. Para ello las unidades didácticas que integren dichas programaciones deberán constar de diferentes actividades relacionadas unas con otras en las que se utilizan todos los materiales y recursos posibles para que se realice un aprendizaje significativo.

Se deben, por tanto, equipar de todos

los recursos que faciliten la actividad docente y que contribuyan al aprendizaje del alumno. Deben proporcionarles desde materiales reales y cotidianos a materiales más convencionales y simbólicos. Concretamente en el tema de la medida, el alumno debe acostumbrarse a utilizar instrumentos cotidianos de medida como libretas para trazar rectas o cuerdas para trazar circunferencias junto con los instrumentos como regla, escuadra, cartabón, semicírculo, entre otros. Además del libro de texto debe contemplarse en el aula distinto material impreso como fichas de trabajo, catálogos, folletos, hojas de publicidad etc. En resumen, el empleo de material didáctico y recursos debe ser norma de conducta en la enseñanza de la Geometría.

La literatura sobre diferentes actividades, materiales y recursos para la enseñanza de la Geometría en Primaria y Secundaria es muy extensa. Además de los ya citados son muy conocidos los textos de la editorial Síntesis (C. Matemática: Cultura y aprendizaje) dedicados a la Geometría como Alsina y otros (1987, 1988), Hernán y Carrillo (1988) o Martínez y otros (1989). Son textos de tipo general, es decir, no se dedican a un contenido, recurso o material concreto. En éstos, encontramos múltiples fichas y actividades que pueden realizarse en el entorno del niño con distintos materiales o a partir de fenómenos naturales, la ciencia y la tecnología o el arte.

De las numerosas tareas propuestas podemos destacar aquellas de tipo inductivo o deductivo que desarrollan el razo-

namiento, y las de representación en la que se engloban la visualización, la representación gráfica y los modelos manipulativos (Alsina y otros, 1987) o los diferentes juegos mentales o situaciones abiertas que plantean Hernán y Carrillo (1988).

Nos parecen estimulantes las reflexiones y propuestas didácticas que para la E.S.O. realizan Alsina, Fortuny y Pérez (1997) sobre la Geometría y su enseñanza-aprendizaje. También encontramos aportaciones interesantes sobre las nuevas tecnologías y la enseñanza de la Geometría en García y otros (1995) o sobre juegos geométricos en Corbalán (1994).

Dentro de estos estudios de tipo general sobre materiales y recursos, Fortuny (1998) propone una serie de actividades que se pueden realizar con los alumnos utilizando la realidad como recurso. Incluye, este trabajo una lista extensa de materiales de diversos tipos: (modelos, constructores, mecanismos, juegos) y de diferentes recursos tecnológicos (audio-visuales, fotografía, informático, ...) ya que:

“Un estilo de trabajo movido por los recursos de todo tipo, actúa como referencia y catalización de los contenidos geométricos y como provocador de situaciones, actúa como un micromundo más en donde desarrollar contenidos y modelos y sobre ellos generar estrategias.” (Fortuny, 1998, p. 45).

Un análisis sobre la introducción de los recursos didácticos en el aprendizaje

de la Geometría es realizado por Mora (1995), planteándose por qué, para qué y cómo utilizar los materiales, ofreciendo además una lista de recursos geométricos, una bibliografía y direcciones de interés.

También Miras (2000), a partir de una metodología constructivista y basándose en los niveles de Van Hiele, propone distintas actividades con materiales ya clásicos como los poliminós, tangram, mosaicos, etc. para Tercer Ciclo de Primaria. Además de los contenidos matemáticos que tratamos al realizar dichas actividades, este autor nos ofrece diferentes actividades-tareas para evaluar estos contenidos.

De los materiales y las actividades

Existe un acuerdo general en investigadores y docentes que recomienda el empleo de materiales experimentales desde los niveles más bajos. Éstos deben ser elegidos de forma que faciliten el cambio de los alumnos a niveles superiores. Es decir, el reto no consiste en hacer Geometría sino en cómo plantear actividades geométricas sobre materiales concretos que permitan construir una estructura mental adecuada (Villarroya, 1994).

El uso de los materiales ha tenido en las últimas décadas diferentes planteamientos. Así podemos partir de las propuestas de Gattegno y otros (1967) en el año 57, donde los materiales se proponían como modelos; pasar por los años 70 y 80 donde los materiales son dedicados a la adquisición de rutina, mecanismos,

... hasta la actual década donde los materiales, volviendo a las ideas primeras, se consideran multivalentes (múltiples tipos de actividades) y como planteadores de problemas o situaciones (Barba y Esteve, 1996).

Para hablar de materiales para construir la Geometría hay que tener en cuenta la variable didáctica "Tamaño del espacio" estudiada por Brousseau (1987). Dicha variable toma los valores que se nombran como: micro-espacio, meso-espacio y macro-espacio. Micro-espacio es el mundo de objetos pequeños y manipulables de tamaños hasta la mitad de la estatura del alumno. El meso-espacio abarca desde el límite superior anterior hasta 50 ó 100 veces la estatura de éste y el macro-espacio corresponde a tamaños mayores al límite superior del meso-espacio (Villarroya, 1994).

Evidentemente las concepciones mentales asociadas a cada espacio son diferentes. Así en el micro-espacio el alumno no se desplaza ni necesita sistemas de referencias; en el meso-espacio se mueve en dos dimensiones y es necesaria la medida, mientras que en el macro-espacio el alumno apenas se desplaza y las medidas se hacen imprescindibles.

Dentro de los materiales podemos distinguir aquellos que desarrollan una geometría estática o una geometría dinámica, es decir, los conceptos se aprenden mediante actividades en movimiento,

como ángulos que rotan o líneas que se abren.

Relacionado con la Geometría dinámica, Damiani y otros (2000) presentan una metodología de trabajo con modelos dinámicos, es decir, objetos geométricos con elementos móviles que dan firmeza a los conceptos y situaciones matemáticas, y que puede ser utilizada tanto en Primaria como en Secundaria.

El dinamismo con el que se dota a los modelos aumentan la percepción y permiten la construcción del conocimiento en pasos de tiempo y espacio mediante el descubrimiento de semejanzas y la comprensión de los pasos seguidos. La finalidad de los modelos es construir esquemas mentales abstractos aplicables a una variedad más amplia de problemas. Los modelos permiten prevenir, diagnosticar y superar errores o desconocimientos y aumentar el uso del lenguaje y la motivación de los alumnos.

Otro tipo de actividades son las relacionadas con el dibujo. Éstas son importantes pues el dibujo en Geometría sirve para poder representar figuras, mapas, planos, etc. en un principio de manera informal, para, posteriormente, poder efectuar una representación fiel y más precisa de la realidad.

El alumno debe adquirir conocimientos que le permitan manejar correctamente los instrumentos de dibujo para efectuar representaciones y poder hacer aplicaciones a la vida diaria. La escuadra

y el cartabón, junto con el compás y la regla serán de uso obligado para el alumno en los distintos niveles y con una progresiva utilización. Además, el empleo de mallas y papel cuadriculado servirá tanto para el cálculo de áreas de polígonos como para efectuar traslaciones o giros, o dibujar figuras semejantes con un cambio de escala.

En la misma línea Luelmo (1997), a partir de una experiencia que realiza con profesores de dibujo, nos muestra la importancia de los instrumentos de dibujo para resolver problemas. Incluye, también, una serie de instrumentos geométricos prácticos que han sido utilizados a lo largo de la historia debido a la necesidad de precisión, de adaptación a la materia sobre la que se dibujaba, o la economía de medios.

Para Clements y Battista (1992) los dibujos son importantes porque pueden hacer que los alumnos intuyan y comprendan algunas ideas geométricas, pero hay que tener cuidado de que no formen ideas erróneas del concepto. Es mejor manipular que dibujar pues el inconveniente de aquellos es que no son flexibles o modificables de una forma dinámica, salvo que utilizemos dibujos de programas de ordenador.

En esta línea, Santinelli y Siñeriz (2001) nos muestran las variantes de las construcciones con regla y compás, de cuando se utiliza el lápiz y el papel a cuando se aplica el ordenador mediante el programa Cabri. Para estas autoras, la discusión y comparación de estos métodos alternativos favorece la comprensión

de los conceptos geométricos y la adquisición de estrategias de resolución de problemas.

De los recursos y las actividades

Por otra parte, hacer un recorrido por el Arte y el diseño actual es un recurso muy importante por su íntima relación con estas materias. Debemos hacer que los alumnos revisen en contextos no matemáticos ideas geométricas, poniéndose de manifiesto el carácter interdisciplinar de la Geometría y sus raíces culturales. Estas relaciones les darán diferentes oportunidades para el desarrollo de su pensamiento espacial, su creatividad y el pensamiento divergente en las Matemáticas (De la Fuente, 1998).

Mencionamos también las distintas actividades de realización de rutas matemáticas (Calderón y otros (1995), González (1997), Barrantes y otros, (1998b) en las que con motivo de una visita a una ciudad, un monumento, un parque, etc. se programan tareas que aunan y dan significados a aspectos como: visualización, construcción, dibujar y medida, etc.

También Luengo, Casas y Sánchez (1998) y Casas, Luengo y Sánchez (2000) presentan actividades con diferentes magnitudes de medida para mostrar las ventajas de la interdisciplinariedad con el patrimonio artístico, que genera en los alumnos interés por su estudio y conservación.

La utilización de la imagen como recurso didáctico tiene, también, diferentes ventajas:

“La utilización de la imagen como recurso didáctico en el proceso de enseñanza - aprendizaje permite además: el estudio dinámico de distintos momentos (significativos) de un proceso (origen, fase de producción,...). Simplificar realidades complejas, difícilmente aprehensibles y aprendibles en su estructura y configuración natural. Establecer comparaciones entre aspectos distintos de una misma realidad o entre diferentes realidades (en el espacio y en el tiempo). Acceder al pasado (memoria histórica). Aproximarse a fenómenos difícilmente accesibles o reproducibles desde el aula. (Simulaciones, animaciones, recursos visuales y gráficos).” (Pérez, 1995, p. 27).

Los medios audiovisuales de comunicación están provocando en los alumnos, y en la sociedad en general, unos grandes cambios en sus formas de percibir y en sus procesos mentales debido al paso de una cultura escrita a una cultura audiovisual.

En esta misma línea, Maier (1995) hace hincapié en la importancia de los modelos visuales para la adquisición de conceptos geométricos y para fomentar la habilidad de los alumnos a la hora de dar razones lógicas que expliquen y le hagan comprender la validez de las fórmulas geométricas.

Las impresiones visuales son esenciales para la adquisición de los conocimientos por lo que es necesario dar mayor importancia a la percepción y a la intuición espacial que la que actualmente tiene en el currículo. Por ello, Gracia (1994) propone distintas ideas para tra-

bajar en Secundaria: las imágenes, la orientación, las distintas vistas de un mismo objeto, la relación plano y espacio y la relación tacto-mente, es decir, obtener una imagen en la mente por la sensación que produce el tacto.

En otro artículo, Gracia (1995) analiza el contacto y las ideas de los alumnos con respecto a la representación del espacio en el plano. El trabajo indaga sobre los diferentes sistemas de representación del espacio, así como los errores que se pueden cometer en clase por una incorrecta interpretación de la representación, por los problemas surgidos al pasar del plano al espacio o viceversa, por la utilización de figuras imposibles o por trabajar con ilusiones ópticas. Estos errores se muestran con un número suficiente de ejemplos y actividades.

También, las actividades de visualización, orientación y percepción espacial que Fouz (1994) propone trabajan el razonamiento inductivo y deductivo y un aspecto poco tratado como es la relación de la Geometría con la Probabilidad.

De la Torre (1998) reconoce la poca importancia que se le da en Geometría a la visualización mental de problemas geométricos. Por ello, nos plantea, dentro de la Geometría dinámica, una serie de ejercicios mentales geométricos que recurren a la imaginación espacial y se pueden realizar con los alumnos.

Otros estudios relacionados con los recursos visuales, como el ya citado González (1997) o Bueno y Monteoliva (1993), se han centrado en la fotografía.

Se plantean actividades geométricas mediante la realización de fotografías y una ficha de actividades a desarrollar durante la exposición fotográfica que se hace en el centro escolar. Todas estas actividades tienen como objetivos entre otros: utilizar la fotografía como recurso para la enseñanza de la Geometría; fomentar el trabajo interdisciplinar y enlazar las Matemáticas con el Arte haciendo que los conceptos y nociones sean lo más intuitivo y experimental posible.

De entre otros recursos ya conocidos como tangrams, políominos, cuerpos geométricos, etc. nos parece importante destacar las actividades con los espejos y de construcciones o doblado de papel como buenos elementos para que el alumno mediante unas actividades de laboratorio bien orientadas construya su propio conocimiento.

Con espejos Rodríguez (1996) realiza una experiencia con alumnos de 11-12 años trabajando diferentes contenidos como polígonos, ángulos, superficies, isometrías, entre otros. También Alsina y Fortuny (1992) realizan un viaje geométrico por el país de los espejos proponiendo diferentes actividades con uno, dos y tres espejos. Por último, citamos a Mandly (1998) que desarrolla una unidad didáctica sobre transformaciones geométricas para Secundaria.

Varios estudios plantean actividades mediante la utilización del papel. Entre ellos destacamos Donovan y Wenninger (1975) dedicado íntegramente a la Geometría del papel, tanto plana como espacial. Este trabajo presenta una gran can-

tividad de actividades doblando o recorriendo papel con el objetivo de introducir o reforzar la enseñanza de la mayoría de los conceptos y propiedades geométricas de Primaria. No tienen menos interés los artículos de Giménez (1984), Guzmán (1987), Gardner (1982, 1986) y Luelmo (1997) que sobre este tema completan las actividades del texto de Donovan y otros. Castellnuovo (1963) dedica también un apartado al papel en el que se incluye su historia, y Martínez y López (2001) además de las actividades con papel utilizan el programa Cabri para generalizarlas y para realizar actividades de refuerzo.

Por último, señalamos el creciente auge que va adquiriendo las actividades mediante el ordenador (Luengo, 1994). Dentro de estos estudios, además de los ya comentados en este artículo, destacamos a Junqueira (1996) quien explora la enseñanza de la Geometría desarrollando diferentes actividades de resolución de problemas al alcance de todos los profesores y alumnos y que, sin la ayuda del material informático, eran reservadas para algunos especialistas geómetras. También, Camacho (1999) trabaja la enseñanza de la Geometría en Secundaria utilizando entornos de Geometría dinámica (EGD) y presentando una serie de programas específicos, actividades y un proyecto de trabajo para el estudio de los conceptos de área y perímetro de figuras planas.

La figura 2 resumen de una forma general las ideas principales planteadas sobre los materiales, recursos y actividades.

El empleo de material didáctico y recursos debe ser norma de conducta en la enseñanza de la Geometría.

El alumno es el sujeto central de su aprendizaje; construye el conocimiento a partir de la reflexión obtenida de sus actividades.

El libro de texto se revela como un recurso insuficiente. Su concepción estática no permite dar respuesta a las relaciones dinámicas entre los estudiantes, el maestro y los conocimientos geométricos

Además del libro de texto debe contemplarse en el aula distinto material impreso como fichas de trabajo, catálogos, folletos, hojas de publicidad, etc.

Los materiales facilitan la descripción de situaciones o la identificación de variables y su empleo debe hacerse desde los niveles más bajos.

Las unidades didácticas deberán constar de diferentes actividades que utilicen materiales y recursos para que se realice un aprendizaje significativo.

El reto es plantear actividades geométricas con materiales o recursos concretos que permitan construir una estructura mental adecuada para alcanzar niveles superiores.

Algunas actividades que son poco usuales en la escuela y que son importantes porque potencian la geometría dinámica (aprender mediante actividades en movimiento) son:

Actividades

- de visualización, orientación y percepción
- de realización de rutas geométricas
- de relación de la Geometría con el dibujo, el Arte y la fotografía
- con papel, espejos
- con el ordenador

Figura 2. Ideas principales sobre la utilización de materiales, recursos y actividades.

Reflexiones finales

Desde las propuestas curriculares y de las distintas aportaciones reseñadas, podemos concluir que la nueva culturización exige un cambio en los contenidos y metodología de enseñanza de la Geometría tanto en la Enseñanza Primaria como en la Secundaria.

Esto implica que los profesores deben desarrollar los conocimientos necesarios que le permitan elegir y adecuar

los recursos y materiales conocidos a las situaciones determinadas de enseñanza-aprendizaje.

Los materiales, los recursos y las actividades deben, por una parte, favorecer el aprendizaje de los alumnos y por otra, servir de instrumento de formación del maestro, pues el contraste entre su conocimiento práctico y lo que vaya aprendiendo con el material deberá desembocar en una mejora de su práctica docente. Las reseñas bibliográficas de

este artículo hemos pretendido que sean lo más prácticas posibles en esta idea de mejorar las tareas de los profesores.

Nuestro objetivo general con estas reseñas y las reflexiones realizadas ha sido intentar que las concepciones y creen-

cias de los profesores, en formación o en activo, evolucionen en un futuro hacia tendencias más constructivas, que impliquen un cambio personal en su conocimiento y metodología sobre la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Referencias bibliográficas.

- Alsina, C. y Fortuny, J. M^a. (1992). *Miralandia. Un viaje geométrico al país de los espejos*. Proyecto Sur. Granada.
- Alsina, C. y otros (1987). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid. Síntesis.
- Alsina, C. y otros (1988). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid. Síntesis.
- Alsina, C. y otros. (1989). *Simetría dinámica*. Madrid. Síntesis.
- Alsina, C., Fortuny, J.M. y Pérez, R. (1997). *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la E.S.O.* Síntesis. Madrid.
- Arrieta, M. (1995). Los procedimientos en Geometría. *UNO*, 3, 13-19.
- Barba, D. y Esteve, J. (1996). Cómo cambiar la opinión impartiendo un curso: materiales para la enseñanza de las Matemáticas. *UNO*, 7, 61-70.
- Barrantes, M. (1995). La Geometría en la Formación de Profesores de Primaria. En V. Mellado y L.J. Blanco (eds.). *La Formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal*. (49-55). Badajoz. Ed. Dpto Dca. C. Ex. y de las Matemáticas.
- Barrantes, M. (ed.) (1998a). *La Geometría y la Formación del profesorado en Primaria y Secundaria*. Cáceres. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Barrantes, M. y otros (1998b). Interdisciplinaridad en Primaria a través de una ruta geométrica. *Campo Abierto*, 15, 311-329.
- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la Geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje*. Tesis doctoral. CD-Rom. Servicio de publicaciones Universidad de Extremadura. Cáceres.
- Baena, J. y otros (1996). *La esfera*. Madrid. Síntesis.
- Brousseau, G. (1987). Didáctica de las matemáticas y cuestiones de enseñanza: Propositiones para la Geometría". *Sciences de L'Education*, 1-2.
- Bueno, A. y Monteoliva, M. (1993). Fotografía y Matemáticas. Una experiencia en la Axarquía. *Epsilon*, 27, 63-68.

- Calderón, J. y otros. (1995). *Rutas Matemáticas por Madrid*. Madrid.Ed. S.M. de Profesores de Matemática "Emma Castellnuovo"
- Calvo, X. (1996). El polydrón, un material que engancha. *UNO*, 7, 19-30.
- Camacho, M. (1999). La enseñanza de la Geometría en Secundaria utilizando entornos de Geometría dinámica (EGD). Algunas investigaciones. En M.M. Socas; M. Camacho y A. Morales. (eds.). *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*. (173-186). Universidad de La Laguna.
- Casas, L.M.; Luengo, R. y Sánchez, C. (2000). Cultura, historia y Matemáticas: el tema de la medida. *Cátedra Nova. Revista de Bachillerato*, 11, 277-304.
- Castellnuovo, E. (1963). *Geometría intuitiva*. Labor. Barcelona.
- Clements, D.H. y Battista, M.T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. En D.A. Grouws. (ed.). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*. (420-464). Nueva York. MacMillan.
- Corbalán, F. (1994). *Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato*. Madrid. Síntesis.
- Chamorro, C. y Belmonte, J.M. (1988). *El problema de la medida*. Madrid. Síntesis.
- Chamorro, C. (1996). El currículum de medida en Educación Primaria y E.S.O. y las capacidades de los escolares. *UNO*, 10, 43-62.
- Chamorro, C. (1998). Fenómenos de enseñanza de la medida en la escuela elemental. *UNO*, 18, 95-112.
- Damiani, A.M. y otros. (2000). El uso de modelos dinámicos en la Didáctica de las Matemáticas. *UNO*, 24, 62-79.
- De la Fuente, M. (1998). Geometría y arte. En Barrantes, M. (ed.) (1998): *La Geometría y la Formación del profesorado en Primaria y Secundaria*. (49-68). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura. Cáceres.
- De la Torre, E. (1998). Estrategias de enseñanza de la Geometría en Primaria y Secundaria. En M. Barrantes (ed.): *La Geometría y la Formación del profesorado en Primaria y Secundaria*. (23-38). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Del Olmo, M.A.; Moreno, M.F. y Gil,F.. (1989). *Superficie y volumen.¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid.Ed. Síntesis.
- Del Río, J. ((1994). *Lugares geométricos. Cónicas*. Madrid.Síntesis.
- Donovan, R. y Wenninger, M.J. (1975). *Matemáticas más fáciles con manualidades de papel*. Barcelona. Distein.
- Esteban, M. y otros (1998). *Trigonometría*. Madrid. Síntesis.

- Fernández, S. (1994). Investigando en Geometría. *UNO*, 2, 57-63.
- Fernández, M. y otros. (1991). *Circulando por el círculo*. Madrid. Síntesis.
- Fiol, M.L. y Fortuny, J.M. (1990). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Madrid. Síntesis.
- Fiol, M.L. y De la Torre, E. (2000). Geometría saber en acción. En C. Corral y E. Zurbano (coord.): *IV Simposio de Propuestas Metodológicas en la Formación Inicial de los Profesores del Área de Didáctica de las Matemáticas*. (255-263). Dpto. de Estadística, Investigación Operativa y Dca. de la Matemática de la Universidad de Oviedo.
- Fortuny, J.M^a. (1998). Materiales y recursos. Geometría en Primaria y Secundaria. En M. Barrantes (ed.): *La Geometría y la Formación del profesorado en Primaria y Secundaria*. (39-48). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Fouz, F. (1994). Reflexiones en torno a la Didáctica de la Geometría. *Aula Innovación Educativa*, 29,11-16.
- García, A. y otros (1995). *Nuevas tecnologías y enseñanza de las Matemáticas*. Madrid. Síntesis.
- Gardner, M. (1982). *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Madrid. Alianza.
- Gardner, M. (1986). Hexaflexágonos. *Cacumen*, 44, 16-18.
- Gattegno y otros (1967). *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid. Aguilar.
- Giménez, J. (1984). Problemas de corte de... papel y algunos sabios. *Cacumen*, 18, 33-37.
- Giménez, J. (1993): Estimación de medidas de capacidad. Estudio exploratorio a partir de objetos reales. *Epsilon*, 27, 11-22.
- González, E. (1997). Fotografía y matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 58, 15-23.
- Gracia, F. (1994). Percepción e intuición espacial. *UNO*, 2, 120-130
- Gracia, F. (1995). Representación del espacio en el plano. *UNO*, 4, 29-40.
- Guzmán, M. (1987). Experimentos de Geometría. *Números*, 16, 17-35.
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988). *Recursos en el aula de Matemáticas*. Madrid. Síntesis.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). "Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el Modelo de Van Hiele". En S. Llinares y M.V. Sánchez (eds): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. (295-384). Sevilla. Alfar.
- Junqueira, M. (1996). Exploração de construções geométricas em ambientes computacionais dinâmicos. *Quadrante*, 5 (1), 61-108.
- Luelmo, M.J. (1997). Construcciones geométricas: Una experiencia interdisciplinar de autoformación. *Epsilon*, 38, 131-154.

- Luengo, R. y otros (1990). *Proporcionalidad Geométrica y Semejanza*. Síntesis. Madrid.
- Luengo, R. (1994). Non-Conventional Teaching Mathematics Through Computers. En N.A. Malara y L. Rico (eds.): *Proceedings of the First Italian- Spanish research symposium in Mathematics Education*. (107-114). Modena. Italia
- Luengo, R, Casas, L.M., y Sánchez, C. (1998). Recuperación del Patrimonio Histórico Artístico Extremeño y Geometría: Una experiencia curricular basado en el tema de la medida. En M. Barrantes (ed.): *La Geometría y la Formación del profesorado en Primaria y Secundaria*. (93-118). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Luengo, R. y Casas, L.M. (2000). Aproximación al concepto de ángulo a través de Redes Pathfinder en alumnos de Educación Primaria y Secundaria Obligatoria. *Campo abierto*, 17, 39-60.
- Maier, H. (1995). Sobre el trabajo con medios visuales en las clases de Geometría. *UNO*, 4, 97-112.
- Malara, N.A. y Gherpelli, L. (1994). El planteamiento de problemas y el razonamiento hipotético en Geometría. *UNO*, 1, 57-74.
- Malaty, G. (1994). Can young children learn abstract ideas in geometry?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25 (5), 751-758.
- Mandly, A. (1998). Transformaciones isométricas. En M. Barrantes (ed.) (1998): *La Geometría y la Formación del profesorado en Primaria y Secundaria*. (119-130). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Martínez, A. y otros (1989). *La enseñanza de la Geometría*. Madrid. Síntesis.
- Martínez, E. y López, J.A. (2001). Puntos, rectas notables y propiedades de los triángulos. Una actividad interdisciplinar utilizando dobleces de papel. *Epsilon*, 50, 257-271.
- M.E.C. (1992a). *Educación Primaria. Área de Matemáticas*. Madrid. M.E.C.
- M.E.C. (1992b). *Educación Secundaria. Área de Matemáticas*. Madrid. M.E.C.
- Miras, J. M. (2000). El aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Primaria. *UNO*, 24, 93-116.

- Mora, J.A. (1995). Los recursos didácticos en el aprendizaje de la Geometría. *UNO*, 3, 101-115.
- Morales, A. (1990). Algunas consideraciones sobre la enseñanza de la Geometría elemental. *El Guiniguada*, 1, 57-66.
- N.C.T.M. (1989). *Curriculum and Evaluation standards for school mathematics*. N.C.T.M. Reston, Virginia. (Versión castellana, 1991: *Estandares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales". Sevilla.)
- Pérez, A. (1995). Las tecnologías audiovisuales: Hábitos perceptivos y enseñanza de la Geometría. *UNO*, 4, 17-28.
- Polya, G. (1986). *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Trillas.
- Reeuwijk, M. (1997). Las Matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana de las Matemáticas. *UNO*, 12, 9-16.
- Rodríguez, P. (1996). Experiencia de aula con alumnos de 11-12 años: Utilización del espejo para crear y aprender Geometría. *Epsilon*, 36, 417-432.
- Santinelli, R. y Siñeriz, L. (2001). Construcciones con regla y compás en el entorno Cabri. *Epsilon*, 50, 249-256.
- Segovia, I. y Rico, L. (1996). La estimación en medida. *UNO*, 10, 29-42.
- Socas, M.M. (1999). El papel de los materiales concretos con fines didácticos en la clase de Matemáticas. En M.M.Socas, M. Camacho y A. Morales (eds.): *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*. (7-32). Universidad de La Laguna. La Laguna.
- Villaroya, F. (1994). El empleo de materiales en la enseñanza de la Geometría. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21, 95- 104.