

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO MENTAL Y ESCRITO EN TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

María del Carmen Canto López
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Cádiz.
mari.cantolopez@uca.es

Malena Manchado Porras
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Cádiz.

Carlos Mera Cantillo
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Cádiz.

José Carlos Piñero Charlo
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Cádiz.

Estibaliz Aragón Mendizábal
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Cádiz.

Cándida Delgado Casas
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Cádiz.

*Recepción Artículo: 30 marzo 2022
Admisión Evaluación: 30 marzo 2022
Informe Evaluador 1: 02 abril 2022
Informe Evaluador 2: 03 abril 2022
Aprobación Publicación: 05 abril 2022*

RESUMEN

Desde hace más de una década, el currículum de Educación Primaria pone más énfasis en el cálculo mental que en el cálculo escrito, aunque en la práctica docente se siga priorizando la enseñanza de algoritmos escritos verticales. En este sentido, la enseñanza y aprendizaje de estos algoritmos sigue generando ciertas dificultades en parte del alumnado. Esto hace que en los centros educativos se estén implementando alternativas al cálculo escrito tradicional, con el objetivo de incentivar el desarrollo de estrategias cognitivas de cálculo mental y mejorar la competencia matemática del alumnado. El presente estudio tiene como finalidad analizar las posibles diferencias en cálculo escrito y cálculo mental en último ciclo de Educación Primaria, comparando alumnos que siguen dos metodologías distintas de aprendizaje de las matemáticas, como son el método Abierto Basado en Números (ABN) y el método Cerrado Basado en Cifras (CBC). Actualmente, está en ejecución un estudio empírico que cuenta con una muestra de 245 participantes, 106 pertenecientes al grupo experimental (ABN) y 139 al grupo control (CBC). Los instrumentos de evaluación empleados en este estudio fueron distintas pruebas de resolución

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO MENTAL Y ESCRITO EN TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

aritmética. El grupo experimental mostró un rendimiento superior en la variable cálculo mental ($X_{GC} = 9.18$; $X_{GE} = 13.21$), siendo significativas las diferencias entre los grupos ($p < .001$). Por el contrario, el grupo control mostró puntuaciones superiores en cálculo escrito frente al grupo experimental ($X_{GC} = 16.71$; $X_{GE} = 15.38$), siendo de nuevo significativas estas diferencias ($p < .001$). Estos resultados sugieren profundizar en las estrategias cognitivas de cálculo mental utilizadas por el alumnado y su posible influencia en el rendimiento matemático y en otras áreas del currículum de Educación Primaria.

Palabras clave: cálculo mental; cálculo escrito; método ABN, matemáticas, método CBC

ABSTRACT

Comparative analysis of mental and written calculation on upper levels of primary education. More than a decade ago, the Primary Education curriculum has given higher meaning to mental calculation over written calculation. However, in classroom practice, the vertical written algorithms teaching continues to be prioritized. In this sense, the teaching and learning of these algorithms continues to generate certain difficulties in the students. For this reason, alternatives to traditional written calculation are being implemented in educational centers, with the aim of encouraging the development of cognitive calculation mental strategies and improving the mathematical competence of students. The purpose of this study is to analyze the possible differences in written calculation and mental calculation in the upper levels of Primary Education, comparing students who follow two different methodologies for learning mathematics, such as the Open Based on Numbers (ABN) method and the method Closed Based on Ciphers (CBC). Currently, an empirical study is being carried out with a sample of 245 participants, 106 belonging to the experimental group (ABN) and 139 to the control group (CBC). The evaluation instruments used in this study were different arithmetic resolution tests. The experimental group showed higher scores in the mental calculation variable ($X_{GC} = 9.18$; $X_{GE} = 13.21$), with significant differences between the groups ($p < .001$). On the contrary, the control group showed higher scores in written calculation compared to the experimental group ($X_{GC} = 16.71$; $X_{GE} = 15.38$), these differences being significant again ($p < .001$). These results suggest the possibility of opening new lines of research to deepen into the mental calculation cognitive strategies used by students, and their possible influence on mathematical performance as well as in other areas of the primary education curriculum.

Keywords: mental calculation; written calculation; ABN method, mathematics, CBC method

INTRODUCCIÓN

La normativa vigente, el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, considera la resolución de problemas como un eje vertebrador, sobre el cual se trabajan las diferentes competencias. En todos los ciclos, se establece dentro del sentido de las operaciones, la consecución de estrategias de cálculo mental y flexibilidad en las operaciones. Igualmente, considera que las metodologías activas son especialmente adecuadas en un enfoque competencial, ya que permiten construir el conocimiento y dinamizar la actividad del aula mediante el intercambio de ideas.

Este planteamiento curricular más flexible en cuanto al uso del cálculo mental y la resolución de problemas como pilar básico de la enseñanza matemática, conlleva a una menor importancia del cálculo escrito y, consecuentemente, al uso de los algoritmos verticales tradicionales.

Cálculo escrito

El aprendizaje de las matemáticas en la escuela, y concretamente, el cálculo escrito, utilizando algoritmos escritos verticales para la resolución de las diferentes operaciones, ha sufrido ciertas críticas derivadas de las dificultades y complicaciones que, en ocasiones, causan en el alumnado. Ablewhite (1971) advertía de los problemas y dificultades que se derivan del aprendizaje de las operaciones básicas. Tras la extensión del uso de las calculadoras, se comenzó a cuestionar la enseñanza de los algoritmos tradicionales y su función en la escuela (Barba y Calvo, 2011). Desde entonces, han sido muy numerosos los autores que han analizado el insuficiente sentido

pedagógico que los algoritmos tradicionales tienen en la actualidad (Martínez Montero, 2011), los errores conceptuales que pueden causar los algoritmos tradicionales de las cuatro operaciones básicas (Van de Walle et al., 2020), además de la posibilidad de ser sustituidos por el cálculo mental para números pequeños y el uso de la calculadora para números grandes (Gómez Alfonso, 1988; Maza, 1989; 1991). Otros autores consideran que la enseñanza de los algoritmos escritos verticales podría debilitar el aprendizaje significativo del estudiante (Gravemeijer y Van Galen, 2003; Heirdsfield y Cooper, 2004; Kamii y Dominick, 1998). Gallardo Romero (2014), realiza un análisis de la situación actual de los algoritmos tradicionales y su uso en la escuela, así como las tendencias en la enseñanza del cálculo aritmético elemental y las formas propias que ingenian los estudiantes para facilitar la resolución de las operaciones, sobre todo cuando presentan dificultades en el aprendizaje de estos algoritmos. También Fischer et al., (2019) en un estudio con más de 4000 alumnos de segundo mostraron las dificultades con el algoritmo estándar de la sustracción, sobre todo con el alumnado con dificultades en los que realizar la operación de restar se convierte en una práctica ciega e impuesta desde fuera sin ninguna comprensión conceptual. A pesar de estas recomendaciones, la permanencia del aprendizaje de los algoritmos escritos en vertical es evidente, y hay autores que destacan, desde hace décadas, sus ventajas para el desarrollo de las cuatro operaciones aritméticas básicas (Hedré, 1998).

- Son métodos de cálculo muy efectivos, resultado de su continuado uso durante siglos.

- Son procedimientos que pueden ser utilizados siempre del mismo modo por muy complejos que sean los números involucrados en el cálculo.

- Constituyen un *tesoro cultural* que forma parte de la historia de la matemática.

En este sentido, Carroll y Porter (1998), realizan ciertas observaciones sobre la utilidad que pueden tener los algoritmos escritos en la enseñanza de las matemáticas. Estos autores ofrecen argumentos frente a aquellos que defienden la creación de algoritmos escritos por los propios estudiantes (Kamii y Dominick, 1998) y apoyan el uso de algoritmos ofrecidos por los docentes:

- a) Algunos cálculos no son fáciles de realizar mentalmente.

- b) Frente a la calculadora o la estimación mental, los algoritmos escritos constituyen el método más razonable para calcular con números de tamaño medio.

- c) Hay estudiantes que tienen dificultades para inventar algoritmos por sí mismos. En estos casos, el aprendizaje de ciertos métodos escritos presentados por el profesor puede ser la alternativa adecuada.

- d) Existen condicionantes institucionales y sociales que hacen que los estudiantes necesiten conocer algunos métodos escritos para cada operación.

Cálculo mental

Una de las herramientas más importantes dentro de las matemáticas es el cálculo mental, ya que a través de ésta se pueden adquirir distintas destrezas. Se puede entender como una habilidad que permite desarrollar el conocimiento y facilita la resolución de distintos problemas de la vida cotidiana. El cálculo mental representa un cálculo realizado en la mente con el uso de estrategias, brindando una respuesta exacta y generalmente realizándose sin ningún implemento externo, como papel y lápiz (Lemonidis, 2013). Mucho más que cálculos escritos, el cálculo mental es fundamental para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, con importantes aplicaciones en la vida cotidiana (Thompson, 1999) y, en otros conceptos matemáticos como la obtención de un sentido numérico más profundo (Sowder, 1990; Blöte et al., 2000), la comprensión y el desarrollo de la computación escrita (Reys, 1985), el desarrollo de habilidades de resolución de problemas (Thompson, 1999) y su contribución a habilidades cognitivas como la flexibilidad y las habilidades metacognitivas (Lemonidis, 2013; Rathgeb-Schnierer y Green, 2019).

Los algoritmos escritos verticales se suelen escribir en el papel de manera natural siguiendo siempre una misma regla y el mismo procedimiento. Pero, si esas operaciones se realizan mentalmente, no solo visualizamos el algoritmo escrito en horizontal, sino que, van surgiendo estrategias que se generalizan a otras situaciones como agrupar, añadir, quitar, redondear, etc. Algunos autores, inciden en la necesidad del aprendizaje y uso del

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO MENTAL Y ESCRITO EN TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

cálculo mental en toda la etapa educativa. Meindert (1997), sugiere la necesidad de seguir una secuencia de aprendizaje en la educación matemática, en la que al principio se trabaje con estrategias informales, que los alumnos elaboren posteriormente, y finalmente se enfrenten a los procedimientos estándar más formales. Otro argumento que incide en la necesidad del cálculo mental lo presentan Hidalgo, Maroto y Palacios (1999), en el que observan, como resultado de un estudio, que el alumnado con bajas aptitudes para el cálculo elemental o con pocas destrezas por falta de ejercicios en dichas operaciones tienen un menor rendimiento en matemáticas, puesto que pierden gran parte del tiempo en efectuar cálculos sencillos. Autores como Fuson y Briars (1990) y Martínez Montero (2000), argumentan que los métodos de contar que emplean los niños usando los dedos, procuran exactitud en los cálculos y proporcionan gran seguridad al alumnado. Threlfall (2000, 2002) señala la importancia de la enseñanza del cálculo mental en las escuelas aportando los siguientes argumentos: a) La mayoría de los cálculos que se realizan en la vida son mentales; b) El trabajo mental desarrolla el conocimiento dentro del sistema numérico. c) El trabajo mental desarrolla habilidades para resolver problemas. d) El trabajo mental proporciona éxito en el posterior cálculo escrito.

Cabe destacar a Ralston (1999), que defiende la abolición y eliminación de los algoritmos de lápiz y papel en las aulas, basándose en que ninguno de estos procedimientos se hace fuera de los centros escolares, y no aportan ni desarrollan ninguna habilidad cognitiva que mejore el razonamiento lógico-matemático. Este autor aboga por la enseñanza de estrategias elementales de cálculo que doten a los estudiantes del mayor número de estrategias cognitivas posibles para el cálculo mental, y dentro de éste para el cálculo aproximado (estimación).

Metodologías ABN y CBC

Actualmente, los pilares fundamentales para el desarrollo del conocimiento matemático son el conocimiento del sistema numérico convencional, el desarrollo del pensamiento lógico y un aprendizaje significativo y contextualizado de los contenidos matemáticos. En este sentido, en España existen, fundamentalmente, dos metodologías lo suficientemente extendidas como para ser consideradas relevantes:

El método ABN (Abierto, Basado en Números) tiene como objetivo fomentar el desarrollo del cálculo mental, resolución de problemas y el razonamiento lógico-matemático, mediante el uso de materiales manipulables que ayudan a descomponer las cantidades de un número para facilitar la solución de una operación de diferentes maneras. Así, los diferentes órdenes de magnitud se componen y descomponen libremente sin aplicar una regla determinada.

El método CBC (Cerrado, Basado en Cifras) ofrece una forma única de resolver las diferentes operaciones algebraicas. El algoritmo tradicional de este método se basa en el funcionamiento del ábaco para contar las llevadas; y otros fenómenos derivados de la estructura del algoritmo. Al tener un diseño inspirado en el ábaco, cobra especial relevancia la colocación de las distintas cifras que componen un número (que deben estar correctamente alineadas).

Son pocos los estudios que se han centrado en estudiar las diferencias de rendimiento en tareas de cálculo mental y escrito entre el método ABN y la enseñanza CBC, siendo este el objetivo principal del presente estudio.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

El presente estudio tiene como objetivo general comparar el rendimiento en tareas de cálculo mental y escrito, entre dos grupos de alumnos de tercer ciclo de Educación Primaria que siguen dos metodologías distintas de aprendizaje de la matemática: el método Cerrado Basado en Cifras (CBC) y el método Abierto Basado en Números (ABN).

Los objetivos específicos de la investigación son:

1. Analizar las posibles diferencias en cálculo mental entre grupo control (CBC) y grupo experimental (ABN).
2. Analizar las posibles diferencias en cálculo escrito entre grupo control (CBC) y grupo experimental (ABN).
3. Comprobar las diferencias entre grupos en función de las variables cognitivas generales como inteligencia fluida, velocidad de procesamiento y memoria de trabajo.

PARTICIPANTES

El estudio empírico que se presenta contó con una muestra total de 245 participantes. De ellos, 106 conforman el grupo experimental (ABN) y 139 el grupo control (CBC). La proporción de participantes en función del género y los grupos se pueden observar en la Tabla 1.

Tabla 1. Número de participantes por género distribuidos en los grupos experimental y control

| | Grupo experimental | Grupo control | |
|-------|--------------------|---------------|---------|
| Niñas | 56 | 61 | |
| Niños | 50 | 78 | |
| Total | 106 | 139 | N = 245 |

Todos los participantes pertenecían a centros escolares de la provincia de Cádiz, España. El grupo experimental estaba formado por alumnado escolarizado en dos centros educativos públicos situados en las localidades de Chiclana de la Frontera y Cádiz capital, mientras que el grupo control estaba compuesto por alumnado escolarizado en un centro concertado de la localidad de San Fernando. Se realizó la experiencia tras conseguir el consentimiento informado escrito de los representantes legales de los menores para participar en el estudio.

INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Los instrumentos de evaluación empleados en este estudio fueron dos pruebas de resolución aritmética y tres pruebas de variables cognitivas generales. En cuanto a las pruebas de resolución aritmética, se empleó la prueba de cálculo mental y la prueba de cálculo escrito de Ineson (2007), ambas compuestas por 20 ítems de operaciones aritméticas (4 sumas, 6 restas, 6 multiplicaciones y 4 divisiones). Los ítems fueron elegidos debido a que su solución sería complicada utilizando un algoritmo escrito estándar, pero relativamente fácil si se utiliza un método o estrategia de cálculo mental como el redondeo y el ajuste, operaciones con números cercanos a 100, multiplicaciones con múltiplos de 10, reducciones a la mitad en las divisiones, etc. Ambos instrumentos se administraron de forma colectiva, con la supervisión de al menos dos investigadores y del docente correspondiente. La prueba de cálculo mental se administró en primer lugar, y las operaciones fueron presentadas al azar. La prueba de cálculo escrito se aplicó una semana después. En la hoja de respuesta de esta prueba se proporcionaba al alumnado espacio suficiente para la realización del cálculo con algoritmos escritos. En la Tabla 2 se detallan las operaciones que conforman ambos instrumentos.

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO MENTAL Y ESCRITO EN TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Tabla 2. Operaciones cálculo mental y escrito (Ineson, 2007)

| Sumas | Restas | Multiplicaciones | Divisiones |
|----------|-------------|------------------|------------|
| 99 + 54 | 100 – 25 | 30 x 5 | 100 : 2 |
| 101 + 54 | 133 – 36 | 99 x 2 | 102 : 2 |
| 49 + 51 | 90 – 25 | 30 x 70 | 500 : 2 |
| 190 + 45 | 1000 – 99 | 29 x 3 | 500 : 50 |
| | 10000 – 101 | 2001 x 4 | |
| | 1000 – 89 | 599 x 2 | |

En cuanto a las pruebas de variables cognitivas generales, se emplearon tres instrumentos. En primer lugar, el subtest de *claves* de la Escala de Inteligencia de Wechsler para niños (WISC-V) (Wechsler, 2015), como herramienta para evaluar la velocidad de procesamiento. En la parte superior de la hoja de trabajo de la prueba aparecen distintos dígitos, cada uno asociado a un símbolo determinado. La tarea consiste en completar los espacios en blanco junto a los dígitos que aparecen a continuación, anotando su símbolo correspondiente. La instrucción que se da al alumnado es completar el mayor número de espacios asociados a los dígitos, dentro de un tiempo límite de 2 minutos.

En segundo lugar, se utilizó la prueba *dígitos* de la Escala de Inteligencia de Wechsler para niños (WISC-V) (Wechsler, 2015), como herramienta para evaluar la memoria de trabajo. El subtest de *dígitos* está formado por tres subpruebas: dígitos directos, que consiste en repetir una serie de dígitos presentados oralmente por el evaluador, en el mismo orden y sin omisiones; dígitos inversos, que requiere repetir una serie de dígitos en orden inverso al presentado; y dígitos en orden creciente, que implica repetir de menor a mayor los números presentados.

Finalmente, se empleó la versión reducida de la *Prueba de Matrices Progresivas de Raven* desarrollada por Bilker et al. (2012), y compuesta por 9 ítems que reflejaron un índice de fiabilidad superior a 0.8 ($r = .83$). Esta versión alternativa permite evaluar la inteligencia fluida reduciendo considerablemente el tiempo de aplicación.

Los tres instrumentos descritos se administraron de forma individual, en sesiones de 15-20 minutos de duración, llevadas a cabo en una sala facilitada por el centro, libre de ruidos y distracciones.

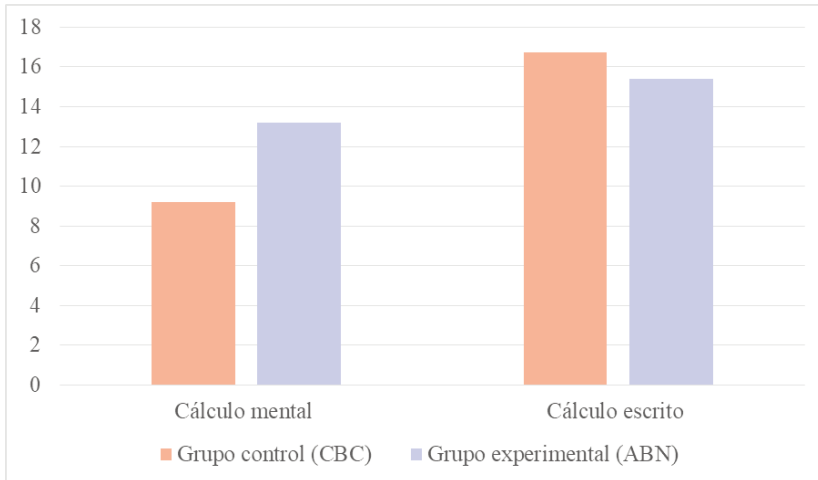
RESULTADOS

En primer lugar, en cuanto a los resultados relativos a las variables de resolución aritmética, el grupo experimental mostró un rendimiento superior en la variable cálculo mental ($X_{GC} = 9.18$; $X_{GE} = 13.21$), siendo significativas las diferencias entre los grupos ($p < .000$). Por el contrario, el grupo control mostró puntuaciones superiores en la variable cálculo escrito frente al grupo experimental ($X_{GC} = 16.71$; $X_{GE} = 15.38$), siendo de nuevo significativas estas diferencias ($p < .024$).

En cualquier caso, el grupo experimental mostró un rendimiento superior en cálculo mental, mientras que el grupo control reflejó un rendimiento superior en cálculo escrito. No obstante, la diferencia en cálculo mental a

favor del grupo experimental, fue mayor que la diferencia en cálculo escrito a favor del grupo control. Concretamente, la distancia en cálculo mental entre grupos fue de cuatro puntos, mientras que en cálculo escrito no llegó a dos puntos. En la Figura 1 pueden observarse las diferencias entre grupos en las puntuaciones directas de las dos variables aritméticas evaluadas.

Figura 1. Puntuaciones directas en cálculo mental y escrito. Diferencias entre grupo control y experimental.



Adicionalmente, cabe destacar que las diferencias en cálculo mental y escrito encontradas no se deben a una disparidad entre grupos en las siguientes variables cognitivas generales. Los datos no reflejaron diferencias significativas entre grupos ABN y CBC en las puntuaciones de inteligencia ($Z = -1,504$; p ns), velocidad de procesamiento ($Z = -1,790$; p ns) y memoria de trabajo ($Z = -3,345$; p ns).

DISCUSIÓN

En vista a los resultados expuestos, se hace evidente la eficacia del método tradicional de enseñanza de la matemática en lo que a cálculo escrito se refiere. Es decir, los algoritmos tradicionales escritos en vertical permiten que el alumnado aprenda un procedimiento estable y sistemático para realizar cálculos que involucran una amplia diversidad de números. Como ya indicaron Carroll y Porter (1998), los algoritmos escritos son especialmente útiles a la hora de afrontar cálculos complejos y ciertas exigencias de los entornos institucionales y sociales, así como para aquellos alumnos que muestran dificultades a la hora de manejar metodologías innovadoras que implican creatividad, flexibilidad, cálculo mental y manejo de estrategias que implican un mayor razonamiento.

No obstante, las metodologías tradicionales que focalizan el trabajo en el aula en algoritmos escritos y habitualmente inflexibles, parecen encontrar su limitación en la enseñanza de habilidades como el cálculo mental. Teniendo en cuenta que el cálculo mental es un elemento esencial para un óptimo rendimiento matemático, tanto a la hora de resolver problemas de la vida cotidiana, como frente a actividades académicas de cálculo escrito, resolución de problemas, sentido numérico, o habilidades metacognitivas (Reys, 1985; Thompson, 1999; Blöte, et al., 2000; Lemonidis, 2013), las limitaciones de las metodologías tradicionales son una cuestión a considerar y abordar de forma urgente. Es decir, más allá de los debates sobre la metodología a emplear en el aula, es indudable la importancia de trasladar a un primer plano el entrenamiento del cálculo mental, una habilidad básica para el rendimiento matemático.

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO MENTAL Y ESCRITO EN TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Finalmente, destacar que los resultados expuestos sugieren profundizar en las estrategias cognitivas de cálculo mental utilizadas por el alumnado y su posible influencia en el rendimiento matemático y en otras áreas del currículum de Educación Primaria. Todo ello, con el fin de promover en las aulas la enseñanza de estrategias que fomenten el razonamiento lógico-matemático, en lugar de procedimientos mecánicos y memorísticos. En definitiva, teniendo en cuenta que el número de investigaciones sobre cognición matemática es aún escaso, el presente estudio invita a continuar indagando en los procesos cognitivos que subyacen al aprendizaje y el rendimiento matemático, empleando diversos instrumentos de evaluación, que incluyan las clásicas pruebas de *papel y lápiz*, pero también herramientas alternativas como los dispositivos de seguimiento ocular o *Eye Tracking* (Strohmaier et al., 2020; Schindler & Lilienthal, 2018; Almfjord & Hallberg, 2021).

CONCLUSIONES

La metodología tradicional de enseñanza de la matemática se muestra eficaz a la hora de fomentar en el alumnado un óptimo rendimiento en cálculo escrito, pero refleja limitaciones a la hora de abordar el cálculo mental. Por el contrario, alternativas innovadoras como el método ABN, parecen conducir a un mayor rendimiento del alumnado en esta habilidad, lo cual mejora a su vez el rendimiento en otras habilidades matemáticas y niveles educativos. No obstante, independientemente de la metodología empleada en los centros educativos, los resultados de este estudio reflejan la necesidad de analizar las estrategias cognitivas de cálculo mental que sigue el alumnado, con el fin de fomentar el manejo de diversas estrategias eficaces y útiles a la hora de afrontar problemas matemáticos, tanto dentro como fuera del aula.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ablewhite, R. C. (1971). *Las matemáticas y los menos dotados*. Ediciones Morata
- Almfjord, J., & Hallberg, L. (2021). What Eye Tracking Tells Us About Mathematical Difficulties: A Systematic Review. Recuperado de: <http://lup.lub.lu.se/student-papers/record/9039131>
- Barba, D. y Calvo, C. (2011). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. En J. E. García y J.L. Álvarez (Eds.), *Elementos y razonamientos en la competencia matemática* (pp. 47- 78). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Bilker, W. B., Hansen, J. A., Brensinger, C. M., Richard, J., Gur, R. E., y Gur, R. C. (2012). Development of abbreviated nine-item forms of the Raven's standard progressive matrices test. *Assessment*, 19(3), 354-369. doi: 10.1177/1073191112446655
- Blöte, A.W., Klein, A.S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction*, 10(3), 221-247.
- Cooper, T. J., Heirdsfield, A., y Irons, C. J. (1996). Childrens' Mental Strategies for Addition and Subtraction Word Problems. En J. Mulligan, y M. Mitchelmore, (Eds.). *Childrens' Number Learning: A Research Monograph Of Merga/aamt. Aust. Assoc. of Mathematics Teachers* (pp. 147-162). Adelaide, Australia.
- Carroll, W. M. y Porter, D. (1998). Alternative Algorithms for Whole-Number Operations. En L. J. Morrow y M. J. Kenney (Eds.) *The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics* (pp. 106-114). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fischer, J.-P., Vilette, B., Joffredo-Lebrun, S., Morellato, M., Le Normand, C., Scheibling-Seve, C., & Richard, J.-F. (2019). Should we continue to teach standard written algorithms for the arithmetical operations? The example of subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 105-121. doi: 10.1007/s10649-019-09884-9
- Fuson, K. y Briars, D.J. (1990). Using base-ten blocks learning/teaching approach for first and second grade place value and multidigit additions and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 180-206. doi:10.2307/749373
- Gallardo Romero, (2014). *Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo Aritmético Elemental en Primaria*. UMA. <http://hdl.handle.net/10630/7059>

- Gómez Alfonso, B. (1988). *Numeración y cálculo*. Síntesis.
- Gravemeijer, K. y Van Galen, F. (2003). Facts and Algorithms as Products of Students' Own Mathematical Activity. En J. Kilpatrick, W.G. Martin y D. Schifter (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 114-122). Reston VA, NCTM.
- Hedrán, R. (1998). The teaching of traditional standard algorithms for the four arithmetic operations versus the use of pupils' own methods. En I. Schwank (Ed.) *Proceedings of the First Conference of the European Society in Mathematics Education* (pp. 233- 244). Osnabrück, Germany.
- Heirdsfield, A., y Cooper, T. (2004). Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: case studies of flexible and inflexible computers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 443–463. doi: 10.1016/j.jmathb.2004.09.005
- Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (1999). La presencia de la cultura icónica en una propuesta de acción educativa en Matemáticas [Actas del II Congreso Internacional de Formación y Medios]. Universidad de Valladolid, 213-217.
- Ineson, E. (2007). Year 6 children: has the new British mathematics curriculum helped their mental computation? *Early Child Development and Care*, 177(5), 541-555. <https://doi.org/10.1080/03004430600581895>
- Kamii, C., y Dominick, A. (1998). The harmful effects of algorithms in grades 1-4. En L. J. Morrow y M. J. Kenney (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, 1998 yearbook. (pp. 130-140). NCTM.
- Lemonidis, C. (2013). *Nature and Life Mathematics: Mental calculations* [In Greek] Edition Zygos.
- Martínez Montero, J. (2000). *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI*. CISS-Praxis.
- Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63(4), 95-110. <https://recyt.fecyt.es/index.php/BORDON/article/view/29070>
- Maza, C. (1989). *Sumar y restar*. Visor.
- Meindert, B. (1997). *La aritmética mental ¿el recuerdo mental o las estrategias mentales?* Leiden University en Netherland: MT.
- Ralston, A. (1999). Let's Abolish Pencil-and-Paper Arithmetic. *Journal of Computers in Mathematics and Science Education*, 18(2), 173-194. <https://www.gretton.net/Papers/paperplus/RALSTON.pdf>
- Rathgeb-Schnierer, E., & Green, M. G. (2019). Developing flexibility in mental calculation. *Educação & Realidade*, 44(2), 1–17
- Reys, B. J. (1985). Mental Computation. *Arithmetic Teacher*, 32(6), 43-46.
- Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, núm. 52, de 2 de marzo de 2022. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157/con>
- Schindler, M., & Lilienthal, A. (2018). Eye-Tracking For Studying Mathematical Difficulties: Also In Inclusive Settings. *Proceedings of Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-42)*, 4, 115–122.
- Sowder, J. T. (1990). Mental computation and number sense. *The Arithmetic Teacher*, 37(7), 18. doi: 10.2307/749477
- Strohmaier, A. R., MacKay, K. J., Obersteiner, A., & Reiss, K. M. (2020). Eye-tracking methodology in mathematics education research: A systematic literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 104, 147-200. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09948-1>
- Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction. Part 1. *Mathematics in school*, 28(5), 2-4.
- Threlfall, J. (2000). Mental calculation strategies . *Research in Mathematics Education*, 2(1), 77-90. doi: 10.1080/14794800008520069

ESTUDIO COMPARATIVO DE CÁLCULO MENTAL Y ESCRITO EN TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

- Threlfall, J. (2002). Flexible mental calculation. *Educational studies in mathematics*, 50(1), 29-47. doi: 10.1023/A:1020572803437
- Van de Walle, J.A. & Karp, K.S. (2020). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, Global Edition, 10th Edition. Pearson
- Wechsler, D. (2015). *WISC-IV: Escala de Inteligencia de Wechsler para Niños-V*. TEA.